This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

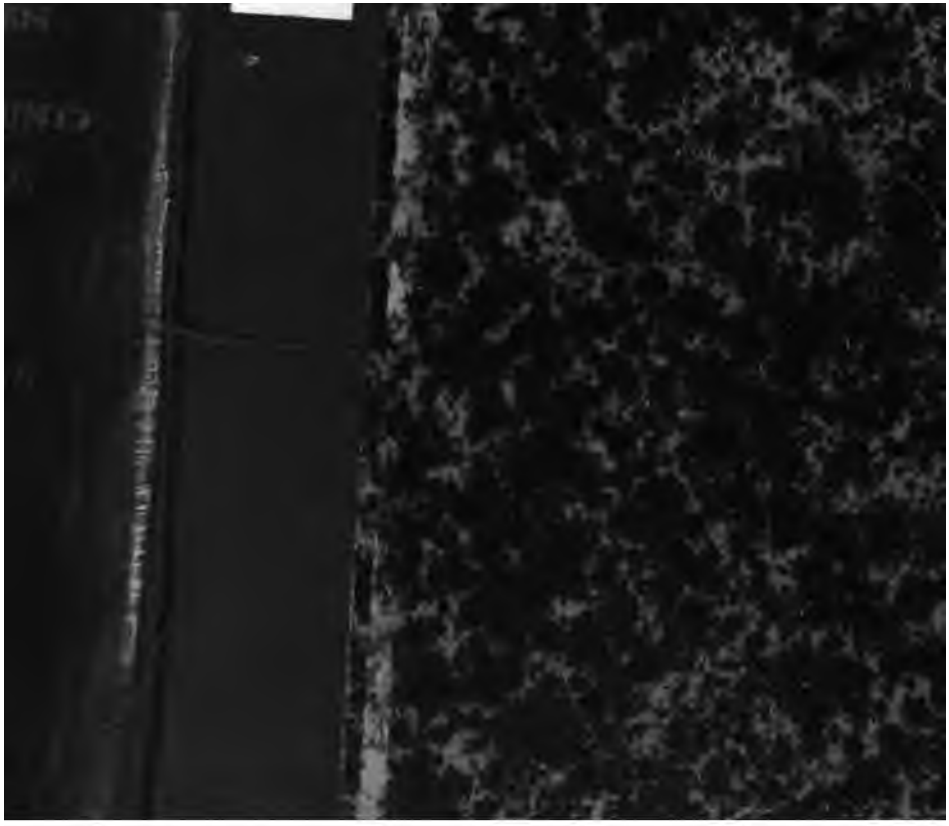
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Bodleian University Libraries
3 6105 000 663 067



ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND 57.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

BAND 57.

DER GANZEN FOLGE 293. BAND.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK.

HERAUSGEGEBEN VON

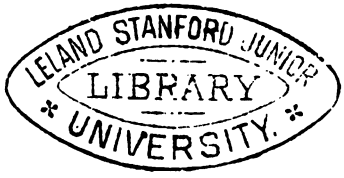
G. UND E. WIEDEMANN.

NEBST VIER FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1896.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

(ARTHUR MEINER.)



A. 22946.

Inhalt.

Neue Folge. Band 57.

Erstes Heft.

		Seite
1.	M. Planck. Absorption und Emission electrischer Wellen durch Resonanz	1
2.	E. Cohn und P. Zeeman. Beobachtungen über Ausbreitung electrischer Wellen im Wasser	15
3.	J. Elster und H. Geitel. Ueber die angebliche Zerstreuung positiver Electricität durch Licht	24
4.	V. v. Lang. Beobachtungen über die Widerstandsänderung des Contactes zweier Leiter durch electrische Bestrahlung	34
5.	L. Boltzmann. Ein Wort der Mathematik an die Energetik	39
6.	M. Planck. Gegen die neuere Energetik	72
7.	C. Kellner. Ueber die Absorption von Säure und Alkali aus Lösungen von Platinmohr	79
8.	J. Woelfer. Die Siedepunktserhöhung von einigen aethyl- und methylalkoholischen Salzlösungen	91
9.	P. Glan. Theoretische Untersuchungen über elastische Körper	112
10.	A. Abt. Magnetisches Verhalten des Pyrrhotits	135
11.	G. Jaumann. Longitudinales Licht	147
12.	L. Arons. Ueber den electrischen Lichtbogen	185
13.	L. Arons. Ueber die Polarisationserscheinungen an dünnen Metallmembranen	201

Geschlossen am 15. December 1895.

Zweites Heft.

Seite

1. W. Nernst. Ueber Methoden zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten 209
2. J. F. Smale. Ueber eine Abänderung des electromotorischen Verfahrens zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten. . . 215
3. P. Drude. Ueber den Begriff des dielectrischen Widerstandes 223
4. Th. Des Coudres. Messungen der electromotorischen Kraft Colley'scher Gravitationselemente 232
5. M. Wien. Ueber einen Apparat zum Variiren der Selbstinduction 249
6. E. T. Jones. Ueber magnetische Tragkraft 258
7. H. Nagaoka. Zur Aussenwirkung gleichförmig magnetisirter Rotationsellipsoide 275
8. R. Reiff. Neue Deutung der magnetischen Drehung der Polarisationsebene 281
9. A. D. Cole. Ueber den Brechungsexponenten und das Reflexionsvermögen von Wasser und Alkohol für electrische Wellen 290
10. M. Toepler. Zur Gas- und Dampfdichtenbestimmung mittels der Drucklibelle 311
11. A. Toepler. Bemerkung zu meinem Aufsatze über barometrische Temperaturmessung 324
12. C. Linde. Erzielung niedrigster Temperaturen. Gasverflüssigung 328
13. C. Dieterici. Notiz über die Abhängigkeit der specifischen Wärme des Wassers von der Temperatur 333
14. R. König. Die Wellensirene 339
15. H. Haga. Eine Aufstellungsweise des Rowland'schen Concavgitters 389
16. B. Walter. Ueber die Brechungsexponenten des festen Fuchsins 394
17. F. Roever. Studium über die electrische Endosmose von Gerbsäurelösungen durch thierische Häute 397

Geschlossen am 15. Januar 1896.

Drittes Heft.

1. J. Elster und H. Geitel. Ueber den Einfluss des Lichtes auf die Form der Entladung einer Influenzmaschine 401
2. E. Aschkinass. Zur Widerstandsänderung durch electrische Bestrahlung 408

Seite

3. J. v. Geitler. Schwingungsvorgang in complicirten Erregern Hertz'scher Wellen. II. Mittheilung 412
4. V. v. Lang. Interferenzversuche mit electrischen Wellen . . 430
5. H. Pflaum. Ueber einen Crookes'schen Apparat 443
6. E. Wiedemann und G. C. Schmidt. Fluorescenz des Natrium- und Kaliumdampfes und Bedeutung dieser Thatsache für die Astrophysik 447
7. E. Wiedemann und G. C. Schmidt. Entladungserscheinungen in verdünnten Metalldämpfen 454
8. L. Zehnder. Eine allgemeine Gedächtnissregel für Richtungsbestimmungen im electromagnetischen Felde 459
9. W. Holtz. Ein älteres Analogon zu den Röntgen'schen Strahlungsversuchen 462
10. P. Beck. Theorie des remanenten Magnetismus von Föppl 464
11. F. v. Hefner-Alteneck. Apparat zur Beobachtung und Demonstration kleiner Luftdruckschwankungen („Variometer"). . 468
12. M. Toepler. Ueber Beobachtungen von Windwogen . . . 472
13. E. Zermelo. Ueber einen Satz der Dynamik und die mechanische Wärmetheorie 485
14. E. H. Loomis. Ueber den Gefrierpunkt verdünnter wässeriger Lösungen 495
15. E. H. Loomis. Besprechung einiger Einwände, die gegen meine Methode der Bestimmung des Gefrierpunktes verdünnter Lösungen erhoben wurden 521
16. F. Schütt. Innerer Bau und optisches Verhalten der Lippmann'schen Photographien in natürlichen Farben 533
17. R. König. Zur Frage über den Einfluss der Phasendifferenz der harmonischen Töne auf die Klangfarbe 555
18. F. Wittenbauer. Theorie der Schubspannungen und der spannungslosen Geraden 567

Geschlossen am 25. Februar 1896.

Viertes Heft.

1. D. W. Murphy. Methode zur Prüfung der Fresnel'schen Formeln in ihrer Abhängigkeit vom Einfallswinkel und der Farbe des Lichtes 593
2. P. Glan. Theoretische Untersuchungen über elastische Körper und Licht 604

Seite

3. D. A. Goldhammer. Einige Bemerkungen über die Natur der *X*-Strahlen 635
4. R. Zsigmondy. Ueber die Absorption der strahlenden Wärme durch Flüssigkeiten 639
5. G. Helm. Zur Energetik 646
6. C. Stumpf. Ueber die Ermittelung von Obertönen 660
7. C. Christiansen. Experimentaluntersuchungen über den Ursprung der Berührungselectricität 682
8. Ad. Heydweiller. Ueber die Verwendung des Telephons zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten 694
9. H. Luggin. Zwei weitere Versuche über die Polarisation dünner Metallmembranen. Eine Entgegnung gegen Hrn. Arons 700
10. F. Streintz. Polarisation und Widerstand einer galvanischen Zelle 711
11. K. Domalip und F. Koláček. Studien über electrische Resonanz 731
12. O. Grotrian. Die Eisenkugel im homogenen Magnetfelde. Experimentaluntersuchung 751
13. L. Boltzmann. Entgegnung auf die wärmetheoretischen Betrachtungen des Hrn. E. Zermelo. 773
14. K. L. Schaefer. Versuche über die Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung 785

Geschlossen am 15. März 1896.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. Kellner Fig. 1—3.
„ II. J. Woelfer Fig. 1—4. — A. Abt Fig. 5.
„ III. M. Toepler Fig. 1—8.
„ IV. E. H. Loomis Fig. 1—8.

1896. ANNALEN № 1.
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND 57.

1. *Absorption und Emission electrischer Wellen durch Resonanz; von Max Planck.*

(Aus den Sitzungsberichten der k. preuss. Akad. der Wissensch. zu Berlin, phys.-math. Klasse vom 21. März 1895; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

§ 1. Wenn eine irgendwie erregte, im Luftraum fortschreitende electromagnetische Welle von bestimmter Periode auf einen secundären Leiter trifft, dessen Eigenperiode nahezu übereinstimmt mit derjenigen der primären Welle, so wird derselbe durch Resonanz zu electrischen Schwingungen angeregt werden, um so lebhafter, je weniger sich die Perioden unterscheiden. Dadurch wird der secundäre Leiter nothwendig der Ursprung einer besonderen secundären Welle, welche im umgebenden Luftraum mit der primären Welle zusammentrifft und so zu Erscheinungen Anlass giebt, die von denjenigen verschieden sind, welche die primäre Welle allein darbieten würde. Die Amplitude dieser Secundärschwingung, sowie deren Rückwirkung auf die primäre Welle soll im Folgenden untersucht und für einige typische Fälle berechnet werden.

Im Allgemeinen zerfällt der ganze Vorgang des Mitschwingens in drei aufeinanderfolgende Epochen: das Anschwellen, den stationären Zustand, und das Abklingen, wenn die erregende Welle verschwindet. In der ersten Epoche wird dem secundären Leiter die zum Mitschwingen erforderliche Energie durch die primäre Welle zugeführt, er nimmt also strahlende Energie auf. In der zweiten Epoche ist der electromagnetische Zustand des secundären Leiters periodisch, er nimmt also von Aussen im Ganzen nur so viel strahlende Energie auf, als er zum Ersatze für den fortwährenden Energieverlust durch die Joule'sche Wärme bedarf. In der dritten Epoche endlich verliert er seine electromagnetische Energie wieder, indem er sie theils durch Strahlung emittirt, theils in Joule'sche Wärme verwandelt.

Um einen festen Anhalt für die Betrachtung des allgemeinen Falles zu gewinnen, untersuchen wir zunächst einen besonders einfachen Fall, nämlich den stationären Zustand eines durch irgend eine periodische primäre Welle zu linearen elektrischen Schwingungen angeregten secundären Leiters. Wenn auch die Herstellung ungedämpfter Wellen in der Natur nur in sehr roher Annäherung möglich ist, so wird immerhin eine Reihe wesentlicher Eigenschaften der stationären Resonanz auch bei den wirklich herstellbaren Wellen zu beobachten sein. Eine andere, ebenfalls nur angenähert, aber schon viel eher in der Natur erfüllte Vereinfachung, die wir einführen wollen, ist die, dass die im secundären Leiter entwickelte Joule'sche Wärme verschwindend klein ist gegenüber der gleichzeitig von ihm ausgestrahlten Energie. Dann nimmt der secundäre Leiter im stationären Zustand des Mitschwingens im Ganzen gar keine strahlende Energie von Aussen auf, d. h. es wird die Energiemenge, die er vermöge seiner Schwingung nach Aussen emittirt, immer gerade ersetzt durch Absorption strahlender Energie von der primären Welle. Der Betrag dieser Emission und Absorption ist aus den allgemeinen Maxwell'schen Gleichungen des electromagnetischen Feldes genau zu ermitteln.

Betrachten wir zunächst eine einzelne isolirte periodische lineare Schwingung, vorläufig noch ohne Rücksicht auf die zu ihrer Aufrechterhaltung nothwendige Energiezufuhr. Die Gleichungen, welche den Zustand des elektromagnetischen Feldes ringsherum, mit Ausschluss eines kleinen, das Schwingungscentrum enthaltenden Raumes, bedingen, sind vollständig von H. Hertz[1]) angegeben worden.

Bezeichnet nämlich t die Zeit, r die Entfernung eines Punktes des Feldes vom Schwingungscentrum, $x\,y\,z$ seine Coordinaten im rechtwinkeligen Maxwell'schen Coordinatensystem mit dem Schwingungscentrum als Anfangspunkt, c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, τ die Zeit einer ganzen Schwingung, $\lambda = c\tau$ die Wellenlänge, α eine positive Constante, δ eine andere Constante, und setzt man:

$$(1) \qquad F = \frac{\alpha}{r} \sin \Theta \qquad \Theta = 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{r}{\lambda}\right) + \delta$$

1) H. Hertz, Wied. Ann. **36.** p. 1. 1889.

so sind, falls die Richtung der linearen Schwingung zur Z-Axe genommen wird, die Componenten der elektrischen Kraft:

$$(2)\qquad \begin{cases} X = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} \\ Y = \dfrac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} \\ Z = \dfrac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 F}{\partial t^2} = -\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2} \end{cases}$$

und die Componenten der magnetischen Kraft:

$$(3)\qquad \begin{cases} L = \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial^2 F}{\partial y \partial t} \\ M = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial t} \\ N = 0 \end{cases}$$

Hierbei strömt nach dem Poynting'schen Satze durch irgend ein Flächenelement $d\sigma$ des Feldes in der Richtung seiner Normalen ν in der Zeit dt die Energiemenge:

$$(4)\qquad \frac{c}{4\pi} d\sigma\, dt \{(YN - ZM)\cos \nu x + (ZL - XN)\cos \nu y + (XM - YL)\cos \nu z\}$$

woraus sich durch Integration über die Zeit τ und über eine beliebige geschlossene um das Schwingungscentrum gelegte Fläche die in der Zeit einer Schwingung ausgestrahlte Energie ergiebt. Hertz hat zur Vereinfachung der Rechnung eine Kugel mit dem Schwingungscentrum als Mittelpunkt und mit einem im Verhältniss zur Wellenlänge grossen Radius genommen und so für diese Emission gefunden:

$$(5)\qquad \frac{16\pi^4}{3\lambda^2}\alpha^2$$

Zur Aufrechterhaltung des periodischen Vorganges bedarf also das Schwingungscentrum der Zufuhr von fremder Energie in dem angegebenen Betrage.

Nun betrachten wir ganz die nämliche, von jetzt ab als secundär zu bezeichnende Schwingung, nehmen aber ausserdem an, dass eine irgendwo erregte primäre Welle von der nämlichen Periode τ über das Schwingungscentrum und das umgebende Feld hinwegstreicht. Ihre Kräftecomponenten seien $X' Y' Z' L' M' N'$; dieselben brauchen im Uebrigen keine wei-

teren Bedingungen zu erfüllen, als dass sie überall ausserhalb der primären Erreger endlich und stetig sind und den Maxwell'schen Gleichungen für den Luftraum Genüge leisten. Dann stellen auch die Summen:

$$X' + X,\ Y' + Y,\ Z' + Z,\ L' + L,\ M' + M,\ N' + N$$

einen im Luftraum möglichen electromagnetischen Vorgang dar, der auch in Wirklichkeit eintreten wird, sobald die entsprechenden Grenzbedingungen erfüllt sind.

Berechnen wir nun für diesen Vorgang die Energie, welche in der Zeit τ durch eine die secundäre Schwingung umschliessende, die primären Erreger aber ausschliessende, im Uebrigen beliebige Fläche nach Aussen strömt. Dieselbe ist natürlich unabhängig von dem specielleren Verlauf der Fläche, und ergiebt sich wieder durch Integration des Ausdrucks (4), wenn man darin statt X den Werth $X' + X$, und ebenso für jede andere Kraftcomponente die entsprechende Summe einsetzt. Man sieht daraus, dass die nun aus jener geschlossenen Fläche in der Zeit τ ausströmende Energie im Allgemeinen nicht mehr den früheren Werth (5) hat, sondern in drei Theile zerfällt:

$$E_1 + E_2 + E_3 \tag{6}$$

entsprechend der Zerlegung des Ausdrucks

$$(Y' + Y)(N' + N) - (Z'(Z + (M' + M)$$

in die drei Theile:

$$(Y'N' - Z'M') + (YN - ZM) + (Y'N + YN' - Z'M - ZM')$$

und ebenso für die beiden anderen in (4) enthaltenen Glieder. Der erste Theil der in der Zeit einer Schwingung ausströmenden Energie: E_1 entspricht dem Fall, dass die primäre Schwingung ganz allein im Raume besteht, es ist also:

$$E_1 = 0 \tag{7}$$

weil die primären Erreger alle ausserhalb des von der Fläche umschlossenen Raumes liegen.

Der zweite Theil E_2 entspricht dem Falle, dass die secundäre Schwingung ganz allein im Raume vorhanden ist; er hat also den durch (5) angegebenen Werth. Doch empfiehlt es sich mit Rücksicht auf besondere Anwendungen, diesen Betrag auf etwas allgemeinerem Wege als Hertz es gethan hat, näm-

lich durch Integration über eine um das Schwingungscentrum als Mittelpunkt gelegte Kugelfläche mit dem beliebigen Radius r abzuleiten. Hierzu dient am einfachsten die Einführung von Polarcoordinaten r, ϑ, φ in folgender Weise:

$$x = r \sin\vartheta \cos\varphi \quad y = r \sin\vartheta \sin\varphi \quad z = r \cos\vartheta.$$

Dann sind mit Rücksicht auf die Gleichung:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = c^2 \cdot \Delta F = \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial F}{\partial r}\right)$$

die Componenten (2) der elektrischen Kraft:

$$(8) \qquad \begin{cases} X = \left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{3}{r}\frac{\partial F}{\partial r}\right)\cos\varphi \sin\vartheta \cos\vartheta \\ Y = \left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{3}{r}\frac{\partial F}{\partial r}\right)\sin\varphi \sin\vartheta \cos\vartheta \\ Z = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}\sin^2\vartheta + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}(1 - 3\cos^2\vartheta) \end{cases}$$

und die Componenten (3) der magnetischen Kraft:

$$(9) \qquad \begin{cases} L = \frac{1}{c}\frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t}\sin\varphi \sin\vartheta \\ M = -\frac{1}{c}\frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t}\cos\varphi \sin\vartheta \\ N = 0 \end{cases}$$

Diese sechs Werthe in (4) eingesetzt, ergeben nach gehöriger Reduction:

$$\frac{d\sigma\, dt}{4\pi}\sin^2\vartheta \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}\right).$$

Bei der Integration über die Schwingungsdauer τ kommt das Glied mit dem Factor:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t} \cdot \frac{\partial F}{\partial r}$$

in Fortfall, weil dieses Glied der Differentialcoefficient einer periodischen Function nach t ist; es bleibt also übrig das andere Glied, welches durch Integration über die Zeit ergibt:

$$(10) \qquad -\frac{2\pi^2 d\sigma}{r^2}\frac{\alpha^2}{\lambda^2}\sin^2\vartheta$$

Integrirt man endlich über die ganze Kugelfläche, so folgt:

$$E_2 = \frac{16\pi^4}{3\lambda^2}\alpha^2$$

in Uebereinstimmung mit dem unter (5) gegebenen Ausdruck.

Der dritte Theil endlich: E_3 wird erhalten aus folgendem Ausdruck:

$$\frac{c}{4\pi} d\sigma\, dt \left\{ (Y' N + Y N' - Z' M - Z M') \cos \nu x + \dots \right\}$$

durch Integration über die Zeit τ und über die Fläche, deren Element $d\sigma$ und deren äussere Normale ν ist.

Nehmen wir als Fläche wieder die vorige Kugel mit dem Radius r, so ergibt die Einführung der Kräftecomponenten aus (8) und (9):

$$-\frac{d\sigma\, dt}{4\pi} \sin\vartheta \left\{ (X' \cos\varphi \cos\vartheta + Y' \sin\varphi \cos\vartheta - Z' \sin\vartheta) \frac{\partial^2 F}{\partial r\, \partial t} + c (L' \sin\varphi - M' \cos\varphi) \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right) \right\}.$$

Nun wählen wir den Kugelradius r klein gegen die Wellenlänge und klein gegen die Entfernungen der primären Erreger vom secundären Schwingungscentrum, wodurch ja das gesuchte Integral E_3 nicht geändert wird. Dann lassen sich die gestrichenen Grössen, welche im secundären Schwingungscentrum endlich und stetig sind, für jeden Punkt der Kugeloberfläche als lineare Functionen der Coordinaten x, y, z darstellen, nämlich:

$$X' = X'_0 + \left(\frac{\partial X'}{\partial x}\right)_0 r \sin\vartheta \cos\varphi + \left(\frac{\partial X'}{\partial y}\right)_0 r \sin\vartheta \sin\varphi + \left(\frac{\partial X'}{\partial z}\right)_0 r \cos\vartheta$$

etc. für die übrigen Kraftcomponenten, wobei der Index 0 bedeutet, dass $r = 0$ zu setzen ist. Dann ergibt die Substitution des Werthes von F aus (1) und die Integration über die ganze Kugelfläche mit Vernachlässigung der kleinen Glieder höherer Ordnung den Ausdruck:

$$\frac{\alpha c\, dt}{3} \left\{ \left[\left(\frac{\partial M'}{\partial x}\right)_0 - \left(\frac{\partial L'}{\partial y}\right)_0 \right] \sin\Theta_0 - \frac{4\pi}{\lambda} Z'_0 \cos\Theta_0 \right\}.$$

Nun ist aber nach den Gleichungen des elektromagnetischen Feldes:

$$\left(\frac{\partial M'}{\partial x}\right)_0 - \left(\frac{\partial L'}{\partial y}\right)_0 = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial Z'}{\partial t}\right)_0 = \frac{1}{c} \frac{\partial Z'_0}{\partial t}$$

also der obige Ausdruck:

$$\frac{\alpha\, \partial t}{3} \left\{ \frac{\partial Z'_0}{\partial t} \sin\Theta_0 - \frac{4\pi}{\lambda} Z'_0 \cos\Theta_0 \right\}$$

und endlich durch Integration über die Zeit einer Periode τ der gesuchte Werth:

$$E_3 = \frac{\alpha}{3}\int_0^\tau dt \left\{ \frac{\partial Z'_0}{\partial t} \sin \Theta_0 - \frac{4\pi}{\tau} Z'_0 \cos \Theta_0 \right\}.$$

Hierin lässt sich noch das erste Glied durch partielle Integration umformen, und ergibt, da Z'_0 die Periode τ besitzt, und da nach (1)

$$\Theta_0 = \frac{2\pi t}{\tau} + \delta$$

$$E_3 = -\frac{2\pi\alpha}{\tau}\int_0^\tau dt\, Z'_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} + \delta\right).$$

Somit wird die gesammte, aus einer um die secundäre Schwingung gelegten Fläche in der Schwingungszeit ausströmende Energie nach (6):

$$E_1 + E_2 + E_3 = \frac{16\pi^4}{3\lambda^3}\alpha^2 - \frac{2\pi\alpha}{\tau}\int_0^\tau dt\, Z'_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} + \delta\right).$$

Diese Energie muss dem Centrum der secundären Schwingung von Aussen zugeführt werden, wenn der Schwingungszustand stationär bleiben soll. Nehmen wir nun an, dass dieselbe gleich Null ist, woraus sich α entweder $= 0$, oder, was wir von nun an voraussetzen wollen:

$$\alpha = \frac{3}{8\pi^3}\frac{\lambda^3}{\tau}\int_0^\tau dt\, Z'_0 \cos\left(\frac{2\pi\tau}{\tau} + \delta\right) \tag{10a}$$

ergibt, so haben wir im secundären Leiter eine Schwingung, die ohne fremde Energiezufuhr unbegrenzt fortdauern kann. Dann wird also die von der secundären Schwingung durch Ausstrahlung emittirte Energie gerade wieder ersetzt durch Absorption von Energie aus der primären Welle, oder mit anderen Worten: der secundäre Leiter schwingt durch Resonanz mit der primären Welle. Der Betrag der absorbirten bezw. emittirten Energie ist durch den Werth von α bedingt, wie er aus der letzten Gleichung hervorgeht. Dabei kommt es, wie ersichtlich und leicht begreiflich, nur auf diejenige elektrische Kraftcomponente Z'_0 der primären Welle im secundären Schwingungscentrum an, die mit der Schwingungsrichtung der

Electricität im Resonator übereinstimmt; diese allein vermag den Resonator zu erregen. Da sie nur von der Zeit abhängt, lässt sie sich stets auf die Form bringen:

$$Z'_0 = A \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} + \delta'\right) \tag{11}$$

wobei A und δ' constant, und $A > 0$.

Dann ist:

$$\alpha = \frac{3}{16\pi^3} \lambda^3 A \cos\left(\delta' - \delta\right).$$

Die Stärke des Mitschwingens hängt also ausser von der Wellenlänge λ und der Amplitude A der primären Welle noch ab von der Phasendifferenz $\delta' - \delta$. Zunächst ist für das Mitschwingen erforderlich, dass $\cos(\delta' - \delta)$ positiv ist, da sowohl α als auch A positiv sind. Wir wollen daher $\delta' - \delta$ zwischen $-\pi/2$ und $+\pi/2$ annehmen. Weiter ist die Resonanz um so stärker, je kleiner der absolute Betrag dieser Phasendifferenz wird, ein Maximum, wenn $\delta' - \delta = 0$. Welcher dieser Fälle unter gegebenen Umständen in der Natur eintritt, wird von der Beschaffenheit des secundären Leiters abhängen, insbesondere von dem Unterschied seiner Eigenperiode und der Periode der primären Welle. Je schlechter die Uebereinstimmung, um so grösser die Phasendifferenz und um so schwächer die Resonanz. Da wir hier ein näheres Eingehen auf die Verhältnisse in dem Raume, wo die benutzten Ausdrücke für die elektromagnetischen Kräfte nicht mehr gelten, vermeiden wollen, so nehmen wir $\delta' - \delta$ als gegeben an.

Um die physikalische Bedeutung des Werthes dieser Differenz zu übersehen, vergleichen wir die gleichzeitigen Werthe der elektrischen Kräfte Z' und Z in der unmittelbaren Nähe des secundären Schwingungscentrums. Für Z'_0 hatten wir:

$$Z'_0 = A \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} - \delta'\right)$$

für Z aus (8) für kleine Werthe von r:

$$Z = -\frac{A}{2}\left(1 - 3\cos^2\vartheta\right)\sin\left(\frac{2\pi t}{\tau} - \delta\right).$$

Wenn also die Resonanz ein Maximum ist ($\delta = \delta'$), so zeigen die elektrischen Kräfte Z' und Z in der Nähe des Resonators einen Phasenunterschied von $\pi/2$. In der That lässt

sich unmittelbar einsehen, dass in dem Augenblick, wo die erregende primäre Kraft Z'_0 ein Maximum ist, die im linearen Leiter inducirte Strömung ihre grösste Intensität erreicht hat, mithin das dadurch bedingte magnetische Feld in der nächsten Umgebung ein Maximum der Intensität aufweist, während die entsprechenden elektrischen Kräfte dortselbst verschwinden.

Wir wollen im Folgenden maximale Resonanz voraussetzen, also $\delta = \delta'$ annehmen; dann wird:

$$\alpha = \frac{3}{16\pi^2}\lambda^3 A \tag{12}$$

und die in der Zeit einer Schwingung absorbirte Energie:

$$\frac{16\pi^4}{3\lambda^3}\alpha^2 = \pi\alpha A = \frac{3}{16\pi^2}\lambda^3 A^2 \tag{13}$$

§ 2. Nachdem die Amplitude und Phase der secundären Schwingung berechnet ist, wird es leicht, die Vorgänge in beliebiger Entfernung von der secundären Schwingung anzugeben. Hier soll nur beispielsweise der Fall behandelt werden, dass die primäre Welle eine ebene ist, fortschreitend längs der positiven x-Axe und polarisirt in der xy-Ebene, so dass die Richtung der elektrischen Kraft mit der z-Axe zusammenfällt.

Ihre Gleichungen sind, im Anschluss an (11)

$$\left\{\begin{array}{ll} X' = 0 & L' = 0 \\ Y' = 0 & M' = -A\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ Z' = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) & N' = 0 \end{array}\right. \tag{14}$$

wobei $\delta' = 0\,(= \delta)$ gesetzt ist. So lange diese Welle allein im Luftraum vorhanden ist, wird sie durch jede zur x-Axe senkrecht gelegte Flächeneinheit in der Zeit τ die constante Energiemenge $(\lambda/8\pi)A^2$ hindurchsenden. Wenn ihr aber der secundäre Leiter entgegengestellt wird, so absorbirt derselbe in der Zeit τ den Energiebetrag (13) und strahlt ihn gleichzeitig nach allen Richtungen hin aus. Dadurch wird nothwendig die in der x-Richtung sich fortpflanzende Strahlung geschwächt, oder optisch gesprochen: der secundäre Leiter wirft einen Schatten in der Richtung der primären Strahlung.

Um diese Verhältnisse näher zu untersuchen, denken wir uns eine kreisförmige, als „Schirm" zu bezeichnende Fläche hinter dem secundären Schwingungscentrum, also auf der Seite der positiven x, so in den Weg der primären Strahlen gestellt, dass die x-Axe Symmetrieaxe des Schirmes ist. Dann liegt der Mittelpunkt des Schirmes dem secundären Schwingungscentrum gerade gegenüber; ihre Entfernung sei r_0, der Radius des Schirmes ϱ. Wir wollen nun die gesammte in der Zeit τ auf den Schirm auffallende Energiemenge ε berechnen, jedoch unter der vereinfachenden Voraussetzung, dass die Entfernung r_0 gross ist gegen die Wellenlänge λ, wogegen wir über ϱ keine besondere Annahme einführen. ε besteht wie der Ausdruck (6) aus drei Theilen:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \tag{15}$$

Der erste Theil entspricht der durch die isolirte primäre Strahlung auffallenden Energie:

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda}{8} A^2 \varrho^2 = \frac{\lambda}{8} A^2 (r_1^2 - r_0^2).$$

Der zweite Theil entspricht der durch die Emission des secundären Leiters allein auffallenden Energie. Dieselbe ergiebt sich aus dem Ausdruck

$$\frac{c}{4\pi} d\sigma\, dt (YN - ZM)$$

durch Einsetzen der Werthe (8) und (9), und Integration über die Zeit τ und über die Fläche des Schirmes. Die Integration über die Zeit ergiebt:

$$\frac{2\pi^3 a^2}{r^2 \lambda^2} \cos\varphi \sin^3\vartheta\, d\sigma.$$

Nun kann man setzen:

$$d\sigma = r\, dr\, d\omega,$$

wenn ω der Winkel ist, welchen die durch einen Schirmpunkt und die x-Axe gelegte Ebene mit der xy-Ebene bildet, positiv gerechnet von der xy-Ebene gegen die xz-Ebene hin. Dann ist auch:

$$\sin^2\vartheta = \cos^2\omega + \frac{r_0^2}{r^2} \sin^2\omega \qquad \sin\vartheta\cos\varphi = \frac{r_0}{r}.$$

Folglich der Differentialausdruck:

$$\frac{2\pi^3\alpha^2 r_0}{\lambda^3 r^2}\left(\cos^2\omega + \frac{r_0^2}{r^2}\sin^2\omega\right) dr\, d\omega$$

und durch Integration über ω von 0 bis 2π und über r von r_0 bis $r_1 = \sqrt{r_0^2 + \varrho^2}$:

$$\varepsilon_2 = \frac{8\pi^4\alpha^2}{3\lambda^3}\left\{1 - \frac{r_0(3r_1^2 + r_0^2)}{4r_1^3}\right\}$$

und nach (12):

$$\varepsilon_2 = \frac{3\lambda^3 A^2}{32\pi^2}\left\{1 - \frac{r_0(3r_1^2 + r_0^2)}{4r_1^3}\right\}.$$

Der dritte Theil ε_3 der auf den Schirm auffallenden Energie wird erhalten durch Integration des Differentialausdrucks

$$\frac{c}{4\pi} d\sigma\, dt (Y'N + YN' - Z'M - ZM').$$

Berücksichtigt man, dass r gross gegen λ, so bleiben in den Werthen (8) und (9) der Kraftcomponenten nur die Glieder mit $\frac{1}{r}$ stehen; nämlich, da $\delta = 0$:

$$Z = \frac{4\pi^2\alpha}{\lambda^2 r}\sin^2\vartheta \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

$$M = -\frac{4\pi^2\alpha}{\lambda^2 r}\sin\vartheta\cos\varphi \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

und man erhält durch Einsetzen von Y', N', Z', M' aus (14):

$$\frac{\pi c\alpha A}{\lambda^2 r} d\sigma\, dt (\sin^2\vartheta + \sin\vartheta\cos\varphi)\sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{r}{\lambda}\right).\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{r_0}{\lambda}\right),$$

ferner durch Integration über die Schwingungszeit τ:

$$-\frac{\pi\alpha A}{2\lambda r} d\sigma (\sin^2\vartheta + \sin\vartheta\cos\varphi)\sin\frac{2\pi}{\lambda}(r - r_0).$$

Endlich durch Integration über $d\sigma$, wobei wieder r und ω in der nämlichen Weise wie oben als Integrationsvariable einzuführen sind:

$$\varepsilon_3 = -\frac{\pi^2\alpha A}{2\lambda}\int_{r_0}^{r_1} dr\left(1 + \frac{r_0}{r}\right)^2 \sin\frac{2\pi}{\lambda}(r - r_0).$$

Da nun λ klein ist gegen r_0, so lässt sich der Ausdruck mittels partieller Integration reduciren auf:

$$\varepsilon_3 = -\pi\alpha A\left\{1 - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{r_0}{r_1}\right)^2 \cos\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_0)\right\}$$

oder nach (12):

$$\varepsilon_3 = -\frac{3\lambda^3 A^2}{16\pi^2}\left\{1 - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{r_0}{r_1}\right)^2 \cos\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_0)\right\}$$

o unter allen Umständen kleiner ist, als wenn
Welle allein vorhanden wäre. Die Strahlung
ı Welle erleidet also durch die im secundär
ıme Resonanz eine Schwächung, deren Betrag
:nung r_1 des Schirmrandes vom Resonator ab
ıd abnimmt. Ueberhaupt ist einleuchtend, das
einen Schirm fallende Strahlung nur abhängt
urve des Schirms. Um die Bedingungen au
welchen die Erscheinung am auffälligsten wir
wir das (positiv genommene) Verhältniss, in
rahlung der primären Welle auf den Schirm d
ındären Leiter stattfindende Absorption geschwä

$$\frac{\varepsilon_1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{\varepsilon_1} = \frac{-(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{\varepsilon_1}.$$

im Nenner nicht allzusehr überwiegen, so mus
en Ordnung wie r_0 genommen werden. Dann
ε_3 allein maassgebend, und man erhält für das
verhältniss:

$$-\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} = \frac{3}{2\pi^2}\frac{\lambda^2}{\varrho^2}\left\{1 - \cos\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_0)\right\}.$$

Ausdruck wird ein Maximum für

$$r_1 - r_0 = (2a + 1).\frac{\lambda}{2}, \qquad a = 0.1.2.3..$$

Die stärkste Schwächung findet also statt für $\alpha = 0$:

$$r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2}, \quad \varrho = \sqrt{r_0 \lambda}$$

und beträgt:

$$\frac{3}{\pi^2} \frac{\lambda}{r_0},$$

immerhin eine kleine Zahl.

Durch Aufstellung mehrerer Resonatoren (z. B. eines Gitters) lässt sich die Schwächung der primären Strahlung erheblich vervielfachen, doch nicht bis zum gänzlichen Verschwinden derselben, sondern offenbar nur bis zu einer gewissen Grenze, welche durch die eigene Ausstrahlung der Resonatoren bedingt ist. Dabei wird die strahlende Energie der primären Welle durch die secundären Leiter natürlich nicht im Ganzen verringert, sondern nur in andere Richtungen, nach seitwärts und nach rückwärts, zerstreut. Die Rechnung ist in der Weise auszuführen, dass für jeden Resonator eine besondere Gleichung nach dem Muster von (10a) aufgestellt wird, in welcher die Strahlung der übrigen Resonatoren mit in den Ausdruck der primären Kraft Z'_0 eingeht. Man ersieht leicht daraus, dass, wenn die primäre Welle aus mehreren übereinandergelagerten Wellen besteht, die gesammte Absorption sich additiv aus den Absorptionen zusammensetzt, welche die einzelnen Wellen erfahren. So erhält man zur Bestimmung von Amplituden und Phasen der in den secundären Leitern erregten Schwingungen bei vollkommener Resonanz gerade die hinreichende Anzahl von Gleichungen.

§ 3. Die hier dargelegte Methode lässt sich ebenso auf Schallschwingungen in der Luft anwenden und liefert auch hierfür die Amplitude der von einer primären periodischen Welle in einem gleichgestimmten Resonator erregten Schwingungen, falls die Dimensionen des Resonators klein sind gegen die Wellenlängen seines Eigentons in Luft und falls Reibungswiderstände nicht in Betracht kommen. Wenn auf die Ausstrahlung des Resonators keine Rücksicht genommen wird, so ist es bekanntlich in diesem Fall überhaupt unmöglich, ein Maximum für die Stärke des Mitschwingens anzugeben.

Jedoch haben weder akustische noch im engern Sinn elektrische Aufgaben zu der vorliegenden Untersuchung geführt.

Dieselbe ist vielmehr angeregt worden durch die Frage nach den stationären Strahlungsvorgängen innerhalb eines mechanisch ruhenden Mediums, welches sich auf gleichmässiger constanter Temperatur befindet und von Körpern der nämlichen Temperatur umgeben ist. In einem solchen thermischen Gleichgewichtszustand wird von allen im Innern des Mediums gelegenen Theilchen fortwährend strahlende Energie emittirt und absorbirt, und zwar in der Weise, dass im Ganzen strahlende Energie niemals verloren geht oder gewonnen wird, sondern dass ihr Gesammtbetrag unverändert bleibt. Die Vorfrage, inwiefern ein solcher Process denkbar ist, wenn die Strahlung als electromagnetischer Vorgang gedeutet wird, findet in der vorliegenden Untersuchung ihre Beantwortung. Jedes absorbirende bez. emittirende Theilchen wirkt ähnlich wie das oben behandelte secundäre Schwingungscentrum, es hat die Bedeutung, die auffallende und durch Resonanz in bestimmtem angebbarem Betrage absorbirte Strahlung immer auf's Neue nach allen Richtungen zu zerstreuen. Das Kirchhoff'sche Gesetz von der Proportionalität des Absorptions- und des Emissionsvermögens ist eine unmittelbare Folge dieses Verhaltens. Zur Berechnung der Schwingungsamplitude braucht man auf die Natur der emittirenden Theilchen nicht näher einzugehen, es genügt die Voraussetzung, dass die Dimensionen der Schwingungscentren klein sind gegen die Wellenlänge, wie das z. B. auch der Fall ist, wenn man hinreichend kleine Schwingungen ponderabler Massen mit constanten electrischen Ladungen annimmt.

Weitere Resultate hoffe ich der Akademie bei einer anderen Gelegenheit vorlegen zu können.

2. *Beobachtungen über Ausbreitung electrischer Wellen im Wasser; von E. Cohn und P. Zeeman.*

(Aus den Sitzungsber. der K. Akad. der Wissensch. zu Amsterdam vom 28. September 1895.

Die Mehrzahl der zu besprechenden Beobachtungen ist von uns gemeinsam im Sommer 1893 in Strassburg angestellt worden. Eine Lücke in dem damals erhaltenen Beobachtungsmaterial hat der eine von uns (P. Z. in Leiden) durch einige neue Versuchsreihen ausgefüllt. Es handelte sich dem ursprünglichen Plane nach um Vorarbeiten zur Lösung von Fragen, die das Verhalten *leitender* Körper betreffen, und die bisher nicht zum Abschluss gebracht werden konnten. Aus einigen in neuerer Zeit veröffentlichten Arbeiten scheint uns aber hervorzugehen, dass auch die für *reines Wasser* erhaltenen Resultate von Nutzen sein können.

Zur Methode.

Die Methode schliesst sich eng an diejenige an, welche in dem Aufsatz „Ueber die Ausbreitung electrischer Schwingungen im Wasser“[1]) dargelegt ist. Auf diesen Aufsatz muss bezüglich der Anordnung der Versuche verwiesen werden. Wir wünschten die Methode zu möglichster Genauigkeit auszubilden. Unsere Aufmerksamkeit richtete sich dabei auf drei Punkte:

Erstens wird bei der Berechnung der Brechungsexponenten vorausgesetzt, dass sich die Wellen in einem seitlich unbegrenzten Medium fortpflanzen. Praktisch wird zunächst eine seitliche Begrenzung durch metallische Leiter nöthig. Hat diese die Form zweier concentrischer Cylinderflächen, so ist die entstehende mathematische Aufgabe noch lösbar: es zeigt sich, dass für die Schwingungszahlen und die geometrischen Verhältnisse, welche in Frage kommen, die electrischen Kräfte merklich normal zur Cylinderaxe verlaufen, und dass die Ge-

1) E. Cohn, Berliner Berichte, 3. December 1891; Wied. Ann. **45**. p. 370. 1892.

schwindigkeit der Wellen derjenigen der unbegrenzten Welle merklich gleich ist. Man kann schliessen, dass das Gleiche noch gilt, wenn die Wellen an zwei parallelen Metalldrähten entlang gleiten, und das durchstrahlte Dielectricum (das Wasser) ausser durch diese Drähte seitlich nur durch, zu den Drahtaxen parallele, *Metall*wände begrenzt ist. Tritt aber an Stelle der Letzteren ein anderer *Isolator*, (das Material der Wanne und dann die Luft), so wird nur noch der Versuch darüber Aufschluss geben können, wie weit man sich dem Fall der unbegrenzten Welle genähert hat. Unsere ersten Versuche waren auf die Erledigung dieser Frage gerichtet. Sie bezogen sich auf Wellen von der in Luft gemessenen Halbwellenlänge $l_0 = 188$ cm. Das Wasser befand sich [1]) in einer Wanne von 66 cm Länge und 39 cm Breite, die in verschiedenen Versuchsreihen bis zur Höhe

$$h = 18;\ 22;\ 28.5 \text{ cm}$$

gefüllt wurde, während die Drähte stets 10 cm über dem Boden verliefen. Eine systematische Aenderung des scheinbaren Brechungsexponenten mit der Ausdehnung der Wassermasse fand sich nicht. Wir sahen deshalb von der Anbringung einer metallischen Hülle, welche das Beobachtungsverfahren complicirt haben würde, ab. Wir verkennen aber nicht, dass aus der Gesammtheit der jetzt vorliegenden Zahlen eine geringe Aenderung des scheinbaren Brechungsexponenten in dem zu erwartenden Sinne hervorzugehen scheint. [2])

Es war zweitens fraglich, ob das frühere Beobachtungsverfahren die Existenz *einer einzigen*, durch die in Luft abgegrenzte Drahtstrecke *ab* bestimmten Schwingung im Wasser verbürgte. [3]) Wir gaben deshalb [4]) dem ersten Stück *pbp* des „secundären Leiters" eine dem „primären Leiter" congruente Form, legten die *Brücke b fest*, und bestimmten die *Lage von a* durch Resonanz.

1) Die folgenden Zahlen gelten für *alle* Versuchsreihen mit Ausnahme der Reihe 1 der unten folgenden Tabelle; in letzterer waren die Dimensionen: 51 cm Länge, 35,5 cm Breite, 28 cm Wasserhöhe, 15 cm Drahthöhe.

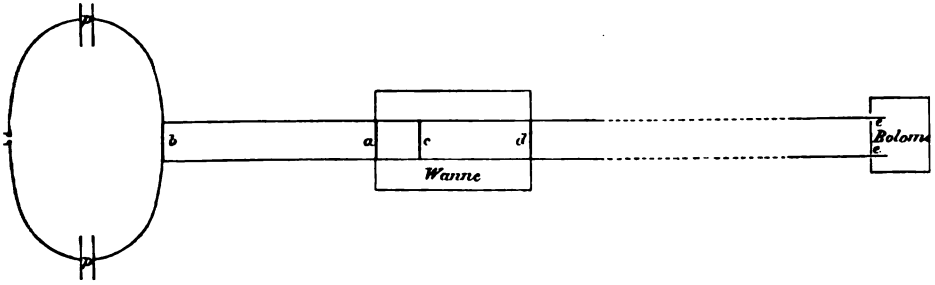
2) S. den Schluss!

3) Vgl. Figur u. Text der citirten Abhandlung.

4) S. für das Folgende die nebenstehende Figur.

Eine Durchmusterung der Schwingungen jenseits *a* in Luft, (ehe die Wanne an ihren Platz gebracht war), ergab gleichwohl zuweilen, dass sich hier mehrere Wellenzüge übereinander gelagert hatten. Es ist uns nicht jedesmal gelungen, den Grund der Störung zu finden; wir haben aber nur für diejenigen Wellen Messungen im Wasser ausgeführt, welche eine reine Schwingung mit scharf ausgeprägtem Maximum ergaben.

Ein letztes Bedenken betraf die Störungen, welche die regelmässige Form der Wellen nothwendig durch die äusseren Belegungen und die Zuleitungsdrähte der kleinen „Leidener Flaschen" erfahren muss, die die Energie der Schwingungen aufnehmen und dem Bolometer zuführen. Man kann diese Flaschen vermeiden und *das Messinstrument völlig aus der auszumessenden Welle entfernen*, indem man die Paralleldrähte,



längs denen die Welle fortschreitet, mit ihrer Verlängerung direct in das Bolometer münden lässt. Dann misst man die Energie nicht in dem zwischen den Brücken abgegrenzten Stück, (*a c*, wenn es sich um die Welle im Wasser handelt), sondern jenseits desselben Die Bedingung für maximale Energieabgabe an das Bolometer ist aber nach wie vor, dass *a c* mit *b a* in Resonanz sei, — sofern man nur dafür sorgt, dass in dem Abschnitt zwischen *c* und dem Bolometer keine Reflexionen stattfinden, die ihrerseits zur Bildung störender stehender Wellen Anlass geben können. Die Gefahr solcher Reflexionen liegt an zwei Stellen vor: Zunächst am Bolometer selbst. Verwendet man dasselbe so, wie es, nach den Angaben in der Literatur zu schliessen, allgemein benutzt zu werden scheint, so nimmt es, ganz unabhängig von den leitenden Verbindungen mit den Versuchsdrähten, aus den den Raum

durchziehenden Schwingungen Energie auf. Wir erhielten brauchbare Versuchsreihen erst, nachdem wir das Bolometer mit einer metallischeu Hülle umgeben hatten; wo aber diese Hülle, bei *e*, von den (isolirten) Zuleitungsdrähten durchsetzt wird, da treten nun kräftige Reflexionen der auffallenden Wellen auf. Die rücklaufende Welle wird in *c* abermals reflectirt. Die Energieabgabe im Bolometer wird dann im allgemeinen nicht nur durch die Länge *a c*, sondern auch durch *c e* bestimmt. Diese Reflexionen werden aber nach dem von Bjerknes benutzten Princip unschädlich gemacht, indem man zwischen *c* und das Bolometer hinreichend lange Drahtstrecken, (je nach der Wellenlänge bis zu 100 m), einschaltet, sodass wegen des schnellen Abklingens der vom Erreger ausgesandten Schwingungen die Resonanz der Strecke *c e* nicht in Frage kommt. [1])

Zweitens findet wegen des hohen Brechungsexponenten des Wassers kräftige Reflexion beim Austritt der Welle aus dem Wasser, bei *d*, statt. Diese kann, ebenso, wie bei der früheren Beobachtungsmethode, das gesuchte Maximum verschleiern und fälschen, falls der Strecke *c d nahezu* die gleiche Schwingungsdauer, wie *a c* und *a b* (oder ein Multiplum) zugehört, d. h. falls die Oscillationsdauer für die ganze im Wasser durchlaufene Strecke *a d nahezu* ein Multiplum der Schwingungsdauer für die gewählte Luftstrecke *a b* ist. Es findet aber bei der Reflexion an der Brücke *a* Phasenumkehrung, bei der Reflexion in Wasser an Luft bei *d keine* Phasenumkehrung der electrischen Feldintensität statt; also folgt: *volle* Resonanz zwischen den Strecken *a b* und *a d* findet statt, wenn *a d* $^1/_2$, $^3/_2$, $^5/_2$ .... Halbwellen fasst. Halbwellenlängen *a b*, welche *annähernd* diese Verhältnisse ergeben würden, müssen daher vermieden werden. (Dies war bei einer der 1893 ausgeführten Beobachtungsreihen, $l_0 = 188$ cm, übersehen worden; an Stelle derselben wurden die Reihen 1 und 2 der Tabelle neu eingefügt).

Wurden bei den Beobachtungen ohne Flaschen die hier angeführten Vorsichtsmaassregeln beachtet, und wurden andrerseits die Belegungen der Flaschen genügend klein gewählt, so war ein messbarer Unterschied in den Resultaten beider Beobachtungsmethoden nicht vorhanden.

1) vgl. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 518. 1891.

Von den vergleichenden Messungen, die sich sowohl auf die Wellen in Luft, wie auf die Wellen in Wasser bezogen, ist eine der letzteren unter n°. 3 in die Tabelle aufgenommen. Die Flaschen bestanden aus Glasröhren von 0.1 cm Dicke, welche die 0.2 cm starken, in 7 cm Abstand gespannten Paralleldrähte knapp umschlossen; die Belegungen aus *höchstens* $1^3/_4$ Windungen eines 0.05 cm dicken Kupferdrahts.

Uebersicht der Beobachtungsresultate.[1])

Reihe Nr.	Ort u. Zeit	l_0	l_w	n	h	θ	mit oder ohne Flaschen
1	Leiden 1895	155,5 (3)	17,4 (0,4) 17,5 (1,2) 17,3 (1,5)	8,98	vgl. p. 2	19,2	mit
		155,2 (3)	17,7 (0,6) 17,4 (0,8) 17,4 (1,0)	8,90	18	18,7	mit
2	„	155,2 (3)	17,4 (0,6) 17,4 (0,8) 17,4 (1,0)	8,95	22	18,7	mit
		155,2 (3)	17,3 (0,6) 17,3 (0,8) 17,3 (1,0)	8,99	28,5	18,2	mit
3	Strassburg 1893	341,5 (4)	38,7 (0,6)	8,89	22	20,2	ohne
		341,5 (4)	39,0 (0,6)	8,86	22	22,0	mit
4	„	376,0 (4)	42,9 (0,6)	8,85	18	21,2	ohne
		376,0 (4)	42,7 (0,6)	8,89	22	21,3	ohne
		376,0 (4)	42,5 (0,6)	8,93	28,5	21,1	ohne
5	„	562,0 (2)	63,9 (0,6)	8,89	18	22,0	ohne
		562,0 (2)	63,6 (0,6)	8,94	22	22,3	ohne
		552,0 (2)	63,4 (0,6)	8,97	28,5	22,3	ohne

Die Tabelle ist in folgender Weise berechnet: Es bezeichnet der Lage nach b die Brücke in Luft, a die Grenze des Wassers und die dort befindliche Brücke; c, c', c'' die Brücken im Wasser (von denen jeweils nur *eine* vorhanden ist); dann werden direct beobachtet die Strecken ba, ac, ac', ac''. Bei jeder dieser Beobachtungen wird die richtige Lage der Brücke (a, bez. c, c', c'') so gefunden: man vergleicht die Bolometerausschläge für drei äquidistante Lagen, und variirt diese Lagen unter möglichster Verringerung der Abstände so

1) Alle Längen in Centimeter.

lange, bis die Ausschläge für die beiden Lagen unter sich gleich und noch deutlich kleiner, als der für die mittlere Lage, sind. In den Spalten l_0 und l_w finden sich eingeklammert () die Werthe der benutzten seitlichen Verschiebungen.

Aus den gemessenen Längen folgt

$$l_0 = ba + \delta; \quad l_w = ac + \delta = cc' = c'c'',$$

wo δ die für die Brücke in Anrechnung zu bringende Drahtlänge ist.[1]) Diese kann für die Wasserwellen gefunden werden aus jedem der durch Klammern {} umschlossenen Beobachtungssätze der Reihen 1 und 2. Die unter l_w angeführten Zahlen in diesen Sätzen sind jedesmal der Reihe nach berechnet als

$$ac + 4{,}5, \; cc', \; c'c''.$$

In gleicher Weise wurde δ für eine Anzahl von Luftwellen l_0 zwischen 200 und 600 cm, bestimmt aus

$$l_0 = ba + \delta = aa' = a'a'',$$

wo a, a', a'' die verschiedenen Resonanz ergebenden Brückenlagen bezeichnen. Es fand sich stets δ zu 4 bis 5 cm. Es wurde demgemäss für *alle* Wellenlängen angenommen:

$$\delta = 4{,}5.$$

Weiter folgt der Brechungsexponent für die Temperatur θ des Wassers:

$$n' = l_0 : l_w.$$

Daraus haben wir den Brechungsexponenten n *für* 17° C. berechnet mittels des von Heerwagen[2]) bestimmten Temperaturcoefficienten:

$$n = n' + 0{,}0201\,(\theta - 17).$$

1) Dass durch das Auflegen der Brücke die wirksame Länge der Paralleldrähte vergrössert wird, haben Wiedemann und Ebert übersehen, als sie bei der Prüfung der von Cohn und Heerwagen für das Lecher'sche Drahtsystem aufgestellten Gleichung die Brücke in mehreren (allen?) Knoten eines Wellenzuges *gleichzeitig* auflegten. Ihr Ergebniss, dass „in weitaus den meisten Fällen die Knoten nicht äquidistant sind", erklärt sich meines Erachtens aus diesem Versehen (vgl. Wiedemann u. Ebert, Wied. Ann. 48. p. 570. 1893; Cohn u. Heerwagen, Wied. Ann. 48. p. 349. 1891). Cohn.

2) Heerwagen, Wied. Ann. 48. p. 279. 1893.

Das Leitungsvermögen des Wassers, bezogen auf Quecksilber, betrug in allen Versuchsreihen 5 bis $10 . 10^{-10}$; die einzelnen Werthe sind als unerheblich [1]) in der Tabelle nicht aufgeführt.

Discussion.

Aus den Ergebnissen der Beobachtung ist die Antwort auf folgende beiden Fragen zu abstrahiren:

1. ist im Bereich der benutzten Schwingungszahlen der Brechungsexponent eine Constante? Und wenn dies der Fall,

2. ist diese Constante gleich der Wurzel aus der Dielectricitätsconstante, die man aus der Beobachtung *stationärer* electrischer Felder gewinnt?

Von den Beobachtungsreihen 1 bis 5 der Tabelle soll die dritte, als ein Beispiel, zeigen, dass die beiden Messungsverfahren, mit und ohne Flaschen, zu identischen Resultaten führen. In der That beträgt die Differenz der gemessenen Wellenlängen unter Berücksichtigung des Temperaturunterschiedes nur 0,15 cm. Die Reihe zeigt ferner volle Uebereinstimmung mit dem mittleren Satz der Reihe 4, dem gleiches h und nahezu gleiches l_0 zukommt, der aber zu anderer Zeit mit einer anderen primären Schwingung angestellt ist. — Die Reihe 1, die sich von den übrigen durch andere Dimensionen der Wassermasse unterscheidet (die aber denjenigen der jeweils *letzten* Sätze der Reihen 2, 4, 5 nahe kommen), soll das Ergebniss der Reihe 2, und insbesondere den Werth der Brückencorrection $\delta = 4{,}5$ stützen.

Zur Beantwortung der obigen Fragen bleiben dann die Reihen 2, 4, 5, deren je drei Sätze unter übrigens gleichen Verhältnissen für die Schwingungszahlen

$\nu = 97, 40, 27$ Millionen Vollschwingungen pro Secunde

ausgeführt sind. Die drei Sätze jeder Reihe unterscheiden sich durch die Tiefe der Wassermasse:

$$h = 18, 22, 28{,}5 \text{ cm.}$$

In übersichtlicher Zusammenstellung sind die Werthe von n für

---

2) Vgl. E. Cohn, l. c.

		h		
		18	22	28,5
$\nu / 10^6$	97	8,90	8,95	8,99
	40	8,85	8,89	8,93
	27	8,89	8,94	8,95

Lassen wir, gemäss dem p. 2 gesagten, zunächst die Möglichkeit zu, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von dem Werthe von h abhängt, so haben wir zur Beantwortung der ersten Frage die Zahlen der einzelnen Spalten für sich zu betrachten.

Nehmen wir für $h = 18$, 22, 28,5 und für jedes ν die mittleren Werthe an: $n = 8{,}87$, 8,92, 8,94, so ergeben sich alle Fehler in den beobachteten l_w kleiner als 0,15 cm. Zufällige Fehler von dieser Grösse können nicht als ausgeschlossen gelten: also folgt:

1. *Im Gebiet der Schwingungszahlen zwischen 27 und 97 Millionen ist keine Dispersion nachzuweisen.*

Die grösste Differenz zwischen den beobachteten Brechungsexponenten wird 0,06, gleich $^2/_3$ Proc.

Suchen wir ferner *alle* Beobachtungen aus *einem* Werthe von n abzuleiten, so findet sich als günstigster Werth

$$n = 8{,}91 \text{ für } 17^0 \text{ C.},$$

und mit diesem berechnen sich die Fehler in den beobachteten l_w:

+ 0,0	− 0,1	− 0,2
+ 0,3	+ 0,1	− 0,1
+ 0,1	− 0,2	− 0,3

Auch diese Abweichungen *können* allenfalls noch zufällige sein. Es steigen aber in allen drei Zeilen die Werthe der n mit steigendem h, und dies legt die Vermuthung nahe, dass der p. 16 erwähnte systematische Fehler sich geltend gemacht hat. Ist er vorhanden, und ist er der einzige, so muss der wahre Werth von n *oberhalb* der gemessenen liegen. Dieser Fehler haftet dann aber nicht unserer Beobachtungsmethode speciell an, sondern, den geometrischen Verhältnissen nach, in noch *höherem* Masse *allen* anderen Methoden, bei denen Brechungsexponenten und Dielectricitätsconstanten aus den Längen electrischer Wellen bestimmt wurden. Nach der Me-

thode der Kraftmessungen und mit einer Genauigkeit, die bei der Messung von Fortpflanzungsgeschwindigkeiten nicht erreichbar sein wird, fand Heerwagen [1]) als Wurzel aus der Dielectricitätsconstante

$$n = 8{,}99 \text{ für } 17^0 \text{ C.}$$

Wir glauben, schliessen zu dürfen:

2. *Der Brechungsexponent des Wasser für Schwingungen, von denen weniger als 100 Millionen in der Secunde verlaufen, ist gleich der Wurzel aus der Dielectricitätsconstante,* — und zwar mit dem grössten bisher erreichten Grade von Sicherheit. Gilt diese Sicherheit nicht als genügend, so wird die Methode gemäss dem p. 16 Gesagten zu verbessern sein; im andern Falle wird man als den genauesten Werth des Brechungsexponenten, wie die Dielectricitätsconstante, den aus Kraftmessungen gewonnenen zu betrachten haben.

1) **Heerwagen**, l. c.

3. *Ueber die angebliche Zerstreuung positiver Electricität durch Licht;* *von J. Elster und H. Geitel.*

Die Frage, ob das Licht in gleicher Weise, wie es den Uebergang negativer Electricität aus einem Leiter in das umgebende Gas erleichtert, auch die Entladung der positiven beschleunigen kann, ist für die Auffassung des lichtelectrischen Vorganges nicht ohne Bedeutung.

Wenn sich nämlich diese Lichtwirkung auch für positive Electricität nachweisen liesse, so wäre zunächst der Gedanke nicht mehr haltbar, dass man es hierbei mit einer specifischen Kathodenerscheinung zu thun habe, aber auch die Vorstellung, dass der lichtelectrische Process auf der Ablösung der einen — gasförmigen — Belegung einer electrischen Doppelschicht beruhe, die sich an der Berührungsfläche des Leiters und des Gases fortwährend neu bilde, würde sich experimentell auf die Probe stellen lassen, da die Art der im Lichte entweichenden Electricität zugleich diejenige sein muss, die das Gas im Contacte mit dem Leiter selbst annimmt. Vom Standpunkte dieser Auffassung aus würde es daher nicht verständlich sein, wenn etwa ein und derselbe Leiter in derselben Atmosphäre im Lichte beide Electricitäten leichter abgäbe als im Dunkeln.

Nun zeigt die Erfahrung, während die Beleuchtung einer *negativ* geladenen Oberfläche bei passender Wahl des Lichtes und der bestrahlten Substanz eine lebhafte Zerstreuung der Electricität in das umgebende Gas zur Folge hat, dass die entsprechende Erscheinung für *positive* Electricität — wenn sie überhaupt vorhanden ist — viel geringfügiger sein muss. So haben die Hrn. Stoletow und Righi sichere Wirkungen ultravioletten Lichtes auf positiv geladene Flächen überhaupt nicht constatiren können und auch wir selbst konnten bis jetzt keinen Verlust positiver Electricität im Lichte beobachten, der nicht ausreichend durch die gewöhnliche Zerstreuung oder durch die im Folgenden näher zu besprechenden Fehlerquellen zu erklären gewesen wäre.

Vor kurzem ist aber eine Abhandlung des Hrn. E. Branly[1]) erschienen, in der die Beschleunigung der electrischen Zerstreuung durch ultraviolettes Licht auch für positive Electricität behauptet wird. Wir haben die in dieser Arbeit beschriebenen Versuche wegen der Wichtigkeit ihres Ergebnisses wiederholt, und zwar sowohl in der Anordnung, die uns am meisten geeignet erschien, Störungen auszuschliessen, wie auch in der Weise, dass wir das Verfahren des Hrn. Branly in den wesentlichen Stücken nachahmten. Nachdem es uns nicht gelungen war, das Branly'sche Resultat zu bestätigen, prüften wir die bei negativer Electrisirung gegen gewöhnliches Licht so empfindlichen Alkalimetallelectroden darauf, ob vielleicht bei ihnen eine photoelectrische Entladung auch bei positiver Electrisirung nachweisbar wäre. Wir erlauben uns im Folgenden über die nach diesen beiden Richtungen ausgeführten Versuche zu berichten.

Die am nächsten liegende, auch von Hrn. Branly angewandte Methode, die Zerstreuung der Electricität im Lichte zu beobachten, besteht darin, dass man die zu untersuchende electrisirte Oberfläche leitend mit einem Electroskop verbindet und den in einer bestimmten Zeit durch das Licht bewirkten Electricitätsverlust nach der Abnahme der Divergenz der Blättchen beurtheilt. Dies Verfahren bringt indessen wegen der Höhe der angewandten Spannung die Schwierigkeit mit sich, dass das gesammte electrisirte Leitersystem vorzüglich isolirt sein muss, damit nicht schwache Lichtwirkungen durch den vom Lichte unabhängigen Electricitätsverlust verdeckt werden. Aber auch abgesehen davon kann eine weitere Störung dadurch verursacht werden, dass jedesmal, wenn der Beobachter mit dem Zeichen der electrischen Ladung wechselt, von den isolirenden Stützen aus ein Zurückströmen *der* Electricität stattfindet, die während des vorhergegangenen electrischen Zustandes auf diese übergegangen war.

Den bezeichneten Fehlerquellen weit weniger ausgesetzt ist die Anordnung, die Hr. A. Righi und wir selbst vielfach bei photoelectrischen Versuchen verwandten, besonders wenn es sich um den Nachweis geringer Wirkungen handelte. Bei

1) E. Branly, Compt. rend. **120.** p. 829. 1895.

dieser befindet sich der electrische Messapparat sowie der mit ihm leitend verbundene beleuchtete Versuchskörper zu Anfang der Beobachtung auf dem Potentiale Null und die Stärke der Lichtwirkung wird an der Geschwindigkeit gemessen, mit welcher die Ausgleichung seines Potentials mit einem auf constanter Spannung gehaltenen Leiter sich vollzieht, der der beleuchteten Oberfläche in geringer Entfernung gegenübersteht.

Die Versuchsanordnung war im einzelnen die folgende.

Das ultraviolette Licht wurde durch die Entladungsfunken eines Condensators geliefert, der mit den Polen eines von 4—8 grossen Bunsenelementen getriebenen Inductoriums von 18 cm maximaler Schlagweite in Verbindung stand. Die Stromunterbrechung geschah mittels eines Wagner'schen Hammers mit Platincontacten, die Entladungsfunken des Condensators schlugen zwischen zwei etwa 2 mm entfernten Aluminiumdrähten über. Die galvanische Batterie, das Inductorium, die Funkenstrecke und alle zugehörigen Leitungen befanden sich im Freien vor dem geschlossenen Fenster des Beobachtungsraumes aufgestellt. Eine der Fensterscheiben war durch eine zur Erde abgeleitete Platte aus Eisenblech ersetzt, sie enthielt eine kreisförmige Oeffnung, in die eine Quarzlinse von 50 mm Durchmesser eingesetzt war. Da ihr nach aussen gelegener Brennpunkt mit der Funkenstrecke zusammenfiel, so trat das durch die Linse parallel gemachte ultraviolette Licht in das Beobachtungszimmer ein, während zugleich electrostatische Wirkungen des Inductoriums und der electrisirten Luft, die von der Funkenstrecke ausgehen konnte, innerhalb dieses Raumes ausgeschlossen waren. In diesem stand senkrecht zu dem Strahlencylinder etwa 25 cm von dem Fenster entfernt ein Drahtnetz aus Eisen von etwa 1 mm Maschenweite und diesem parallel in 2—4 mm Abstand die isolirte Platte des zu untersuchenden Stoffes. Von dieser führte ein Draht zu einem Quadrantelectrometer (Empfindlichkeit: 1 Volt = 23 Scth.), während das Drahtnetz durch eine Batterie von mehreren hundert Zink-Salmiaklösung-Kohleelementen auf eine Spannung von etwa 525 Volt geladen wurde. Je nachdem das Drahtnetz positiv oder negativ electrisch war, musste sich die ihm parallele Platte mit negativer oder positiver Electricität beladen. Wurde nun die Erdleitung des Electrometers aufgehoben, so liess sich,

sobald ein Electricitätsübergang zwischen Drahtnetz und Platte erfolgte, die Potentialänderung der letzteren am Electrometer ablesen. Es ist zu beachten, dass bei positiver Ladung des Drahtnetzes die zu prüfende Platte negative Electricität an ihrer Oberfläche enthält, dass also, wenn diese rein metallisch war, im ultravioletten Lichte ein reichliches Ueberfliessen der Electricität von ihr aus gegen das Drahtnetz, also eine entsprechende positive Ladung der Platte zu erwarten war. Wir verwandten zu den Versuchen eine Scheibe von amalgamirtem Zink, ferner solche Stücke von Zinkblech, die mit einer dünnen Schicht Paraffin oder Talg überzogen waren, sowie eine mit Talg überzogene Holzplatte. Nach Hrn. Branly sollen nämlich solche mit Paraffin oder Talg überzogene Flächen einen stärkeren Verlust an positiver Electricität als an negativer im Lichte zeigen.

Wir beobachteten die in einer Minute erfolgende Ablenkung der Electrometernadel bei positiver und negativer Ladung des Drahtnetzes sowohl im Dunkeln als bei der Belichtung durch die Funken. Der Wagner'sche Hammer war so eingestellt, dass er bei Stromschluss von selbst in Thätigkeit trat, es war daher nur nöthig, den Strom eine Minute lang geschlossen zu halten. Die Ergebnisse einer Messungsreihe sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Zahlen geben die in Volt gemessene Aenderung des Potentials der Platte innerhalb des Zeitraumes einer Minute an, sie sind als Mittelwerthe aus je zwei Ablesungen gebildet.

	Amalgamirte Zinkplatte		Paraffinirte Zinkplatte		Mit Talg überzogene Zinkplatte		Mit Talg überzogene Holzplatte	
	dunkel	bel.	dunkel	bel.	dunkel	bel.	dunkel	bel.
Netz positiv	+0,40	+138 (+123)	+0,54	+0,69	+0,79	+0,38	+0,58	+0,52
Netz negativ	−0,16	−0,40	−0,22	−0,16	−0,09	−0,06	−0,52	−0,52

Wie nach der obigen Bemerkung zu erwarten war, gibt sich auch in dieser Versuchsreihe zuerst die bekannte hohe lichtelectrische Zerstreuung von einer negativ geladenen Platte amalgamirten Zinks aus zu erkennen.

Wir mussten darauf verzichten, diese eine volle Minute lang dem Lichte zu exponiren, da der Ausschlag des Electrometers mit Spiegel und Scala nicht mehr zu messen gewesen wäre. Deshalb wurde nur 5″ lang beleuchtet und der erhaltene Ausschlag — auf Volt reducirt — mit 12 multiplicirt.[1]) Abgesehen von dieser unzweifelhaften und bekannten Lichtwirkung lassen die Zahlen keine weitere erkennen. Es wurden zwar Ablenkungen der Electrometernadel sowohl im Dunkeln wie im Lichte beobachtet, die aber in keinem Falle den Betrag eines Volt erreichen und durch ihre Unbeständigkeit auf eine unregelmässige, wohl durch den Staub der Luft vermittelte Uebertragung der Electricität des Drahtnetzes auf die Platte schliessen lassen. Nur an zwei Stellen ist diese schwache Electricitätsübertragung im Lichte um ein geringes grösser beobachtet als im Dunkeln, nämlich bei negativ geladenem Drahtnetze gegenüber der Platte von amalgamirtem und bei positivem gegenüber dem paraffinirten Zink. Will man in diesem Falle einen Beleg für eine Lichtwirkung sehen, so würde allein der erste Fall für eine photoelectrische Zerstreuung *positiver* Electricität in Anspruch genommen werden können. Aber auch hier ist eine ausreichende Deutung darin zu finden, dass das von der blanken Oberfläche des amalgamirten Zinks reflectirte ultraviolette Licht die ihr zugewandte Seite des Drahtnetzes trifft und von dieser aus einen Uebergang *negativer* Electricität zur Platte bewirkt, sodass also in diesem Falle die lichtelectrische Zerstreuung nicht von der positiv geladenen Zinkplatte, sondern von dem negativen Drahtnetze ausgeht.

---

1) Eine genauere Berechnung der Potentialänderung für 1′ Expositionsdauer wäre nach der Formel: $V - v_1 = V.\, e^{-kJt_1}$ auszuführen, in der V das Potential der ladenden Batterie, v_1 das der beleuchteten Platte, k eine Constante, J die Lichtintensität und t_1 die Expositionszeit bedeutet. Hieraus würde für zwei Expositionszeiten t_1 und t_2 und die zugehörigen Potentiale v_1 und v_2 folgen:

$$\log\left(\frac{V - v_2}{V}\right) = \frac{t_2}{t_1} \cdot \log\left(\frac{V - v_1}{V}\right),$$

woraus sich v_2 leicht berechnen lässt. Im vorliegenden Falle würde sich die (oben eingeklammerte) Zahl $v_2 = +123$ Volt ergeben.

Wir werden noch eine Versuchsanordnung anzugeben haben, bei der diese Wirkung des reflectirten Lichtes mit vollkommener Deutlichkeit hervortritt. Im übrigen ergeben die Beobachtungen, dass gefettete und paraffinirte Oberflächen keine photoelectrische Empfindlichkeit erkennen lassen; auf keinen Fall ist für diese die Zerstreuung bei positiver Ladung grösser gefunden worden als bei negativer oder bei Ausschluss des Lichtes.

Die zwar kleinen bei Lichtabschluss erhaltenen Ablenkungen des Electrometers, die aber immer im Sinne der Ladung des Drahtnetzes ausfielen, zeigen, dass das Instrument für solche Versuche, in denen eine dünne Luftlamelle einem Potentialgefälle von über 100 Volt pro Millimeter ausgesetzt ist, zu grosse Empfindlichkeit hat. Wir haben dieselben Versuche deshalb auch mittels des weit weniger empfindlichen Aluminiumblattelectroskops angestellt und konnten dabei die Spannung des Netzes, sowie die Expositionszeiten mehr als doppelt so gross wählen. Aber auch dann zeigte sich eine Electricitätsübertragung im Lichte nur, wenn das Netz *positiv* geladen war. So stieg die Spannung einer amalgamirten Zinkplatte in diesem Falle in 5″ auf 400 Volt, die einer oxydirten in 2′ auf 190 Volt, während für gefettete oder paraffinirte Zink- oder Holzplatten das Potential — unabhängig vom Zeichen der Electricität des Drahtnetzes — dauernd auf Null verblieb.

Das Ergebniss dieser Versuche hatte uns zu der Ueberzeugung gebracht, dass bei den Versuchen des Hrn. Branly eine unbemerkte Fehlerquelle wirksam gewesen sein müsse. Um über diese eine gegründete Vermuthung zu gewinnen, haben wir, soweit dies nach seinen Angaben möglich war, die von ihm angewandte Anordnung in ihren wesentlichen Theilen zusammengestellt. Die Funken des Inductors sprangen innerhalb eines zur Erde abgeleiteten Kastens aus Eisenblech, der auf einer Seite ein Quarzfenster trug. Diesem gegenüber stand mit dem Aluminiumblattelectroskop verbunden die isolirte und electrisirte Platte. Da ein Drahtnetz in die Bahn der Lichtstrahlen nicht eingeschaltet war, so musste die von der Platte etwa entweichende Electricität sich in die Luft zerstreuen oder zum Theil auf die zugewandte Seite des Eisenkastens übergehen und von da zur Erde abfliessen.

So lange die Platte fern (etwa 50 cm) von dem Quarzfenster aufgestellt war, beobachteten wir auch bei dieser Anordnung eine Zunahme der electrischen Zerstreuung im Lichte nur bei negativen Ladungen. Rückt man sie aber bis auf wenige Centimeter dem Fenster, also auch dem Kasten nahe, so kann es kommen, dass, wenn ihre Oberfläche mit Talg oder Paraffin bestrichen ist, nun eine positive Ladung im Lichte schneller abnimmt als eine negative. Doch ist, wie in dem oben besprochenen analogen Falle, zu bedenken, dass die positive Ladung der Platte auf der zugewandten Seite des Eisenkastens negative Electricität durch Influenz ansammelt; wird daher diese Fläche von dem an der Fettschicht reflectirten ultravioletten Lichte getroffen, so muss von ihr aus ein Uebergang negativer Electricität zur Platte erfolgen und den Anschein erwecken, als habe von der letzteren aus eine lichtelectrische Zerstreuung positiver Electricität stattgefunden. Zur Evidenz wird diese Vermuthung dadurch erhoben, dass die Erscheinung sich jetzt als von der Natur der Oberfläche des *Kastens* abhängig erweist. Wird diese mit blankem Metalle, etwa Stanniol, überzogen, so nimmt die Electricitätsübertragung stark zu und wird auffallend gross, wenn ein Stück amalgamirten Zinkblechs darauf gelegt wird.

Da Hr. Branly über die Entfernung der belichteten Platte von dem Quarzfenster des Metallkastens keine Angaben macht, so möchten wir es für nicht unwahrscheinlich halten, dass sie zu klein gewählt war, und dass die von ihm gefundene Zerstreuung positiver Electricität im ultravioletten Lichte durch die täuschende Wirkung des an der Oberfläche der electrisirten Scheibe reflectirten Lichtes zu Stande gekommen ist.

Wir glauben auf Grund der mitgetheilten Versuche aussprechen zu dürfen, dass eine Zunahme der Zerstreuung positiver Electricität durch Bestrahlung der electrischen Fläche mit ultraviolettem Lichte nicht als erwiesen betrachtet werden kann.

Nun konnte die auffallende Unfähigkeit der Alkalimetallflächen, eine negative Ladung im gewöhnlichen Lichte festzuhalten, den Gedanken erwecken, dass an ihnen eine etwaige Lichtwirkung auch bei positiver Electrisirung am ehesten zu erwarten wäre. Wie wir schon in einer früheren Arbeit[1])

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **43**. p. 236. 1891.

erwähnten, lassen evacuirte Glaskugeln, deren eine Electrode aus einem Alkalimetall, deren andere aus Platin gebildet ist, in mehr oder minder deutlicher Weise einen photoelectrischen Strom auch dann zu Stande kommen, wenn sie *umgekehrt* angeordnet sind, d. h. wenn die Alkalimetallfläche den *positiven* Pol bildet. Doch waren wir schon damals zu der Ueberzeugung gekommen, dass in diesem Falle die lichtelectrische Wirkung ihren Sitz nicht an der Alkalimetallfläche, sondern an der Platinelectrode hat. Es bildet sich auf dieser durch Condensation aus den Alkalimetalldämpfen eine Oberflächenschicht, von der aus im Lichte negative Electricität zur Anode überfliesst. Durch Ausglühen des Platindrahtes mittels des galvanischen Stromes konnten wir diese Schicht verflüchtigen und dadurch die photoelectrische Zelle — in dieser umgekehrten Lage — für kurze Zeit unempfindlich gegen Licht machen.

Als wir diesen Versuch neuerdings mit besseren Hülfsmitteln und grösster Vorsicht wiederholten, fanden wir, dass auch *nach* dem Ausglühen des Drahtes noch ein geringer Rest von Lichtempfindlichkeit bestehen blieb, der vielleicht aus einer Zerstreuung positiver Electricität an der Alkalimetallfläche entspringen konnte. Es schien uns wichtig, den Ort dieser Lichtwirkung, ob Anode oder Kathode, unzweifelhaft festzustellen.

Zunächst gingen wir von der Erfahrung aus, dass der gewöhnliche, durch die Beleuchtung der Kathode eingeleitete Strom von der Stellung der Polarisationsebene des erregenden Lichtes gegen die Kathodenfläche abhängt.[1]) Es wäre zu erwarten, dass eine etwa an der Anode durch das Licht hervorgerufene Entladung ebenfalls in irgend einer Weise durch die Richtung der Lichtschwingungen gegen die Anodenfläche bedingt sein würde. Die in diesem Sinne angestellten Versuche ergaben indessen ein negatives Resultat; liessen wir auf die aus der flüssigen Natrium-Kaliumlegirung gebildete Anode einen Lichtstrahl durch ein Nicol'sches Prisma fallen und veränderten die Stellung der Polarisationsebene durch Drehung des Nicols, so erwies sich die photoelectrische Zerstreuung als von dem Azimuth des Lichtes unabhängig.

---

1) Vgl. J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 52. p. 440. 1894.

Es muss bemerkt werden, dass bei der hier angewandten „umgekehrten" Anordnung der Zelle die Stromstärke auch in starkem Lichte viel zu klein ist, um selbst an dem sehr empfindlichen Galvanometer, das wir zur Messung der photoelectrischen Ströme verwenden, einen brauchbaren Ausschlag zu geben. Wir wählten daher dieselbe Methode, die wir bei den Versuchen mit ultraviolettem Lichte angewandt hatten, d. h. wir verbanden die Alkalimetallfläche mit dem positiven Pole der oben genannten Batterie und die gegenüberstehende Platinelectrode mit dem Quadrantelectrometer. Der Durchgang der Electricität durch die Zelle verrieth sich dann durch die stetige Zunahme der Ablenkung der Electrometernadel. Will man eine feste Einstellung des Instrumentes erzielen, so zweigt man von der Zuleitung zum Electrometer eine durch einen sehr grossen Widerstand (einen Graphitstrich auf isolirender Unterlage) vermittelte Erdleitung ab.

Spricht nun schon die Thatsache, dass die Richtung der Lichtschwingungen gegen die Anodenfläche für die Electricitätsübertragung gleichgültig war, dafür, dass der Sitz der photoelectrischen Wirkung nicht an dieser zu suchen ist, so kommt noch hinzu, dass diese ganz beträchtlich zunimmt, wenn der als *Kathode* dienende Platindraht direct vom Lichte getroffen wird. Sie bleibt sogar in gleicher Intensität bestehen, wenn selbst das Alkalimetall aus der Zelle durch Hinüberfliessenlassen in die Nebenkugel[1]) entfernt wurde. Da reiner Platindraht im Vacuum keine photoelectrische Wirkung im gewöhnlichen Lichte zeigt, so kann ihm diese nur durch die Berührung mit dem Alkalimetall oder dessen Dämpfen mitgetheilt sein. Wie man sieht, nöthigt das Ergebniss auch dieser Versuche wieder zu der Ueberzeugung, dass das Licht nicht die Alkalimetall*anode*, sondern die durch eine Oberflächenschicht empfindlich gemachte Platin*kathode* beeinflusst hat, und es wäre zu erwarten gewesen, dass die Zelle durch Ausglühen der letzteren ihrer Empfindlichkeit in „umgekehrter" Lage zu berauben sein musste.

Dieser Erwartung widersprach aber, wie bemerkt, auffallenderweise noch der Versuch. Es blieb daher nur noch

1) Die Form der Zellen ist aus der Figur Wied. **Ann. 42. p. 564. 1891** zu ersehen.

die Annahme übrig, dass auch die innere Glaswand der Zelle, bei der Berührung mit Alkalimetalldämpfen, sich mit einer Schicht überzieht, welche im Lichte negative Electricität entweichen lässt. Um auch diese Fehlerquelle zu beseitigen, kam es darauf an, die gesammte Wandung der Zelle auf demselben Potential wie die Alkalimetallanode zu halten, sodass von ihr aus kein Gefälle des Potentials gegen diese hin vorhanden sein konnte. Wir erreichten dies dadurch, dass wir sie aussen mit einer Schicht niedergeschlagenen Silbers überzogen; nur ein kleiner Raum um die Einschmelzstellen des zu einer Schleife gebogenen Kathodendrahtes sowie eine für den Eintritt des Lichtes bestimmtes Fenster blieben frei.

Luden wir nun die Alkalimetallfläche und mit ihr die Glaswand der Zelle *positiv* und leiteten die Drahtschlinge zur Erde ab, so zeigte sich unmittelbar nach dem Ausglühen des Drahtes *kein* Electricitätsverlust im Lichte, selbst nicht, wenn ein Sonnenstrahl durch das Fenster in der Silberschicht eintrat. Erst nach einiger Zeit, sobald die Drahtschlinge nach dem Erkalten wieder Alkalimetalldampf condensirt hatte, wurde die photoelectrische Entladung mit zunehmender Deutlichkeit bemerkbar.

Es führen demnach die Versuche mit gewöhnlichem Lichte an Alkalimetallflächen im Vacuum zu demselben Resultate, wie die mit ultraviolettem Lichte in freier Luft, *dass nämlich die photoelectrische Wirkung hierbei auf die Kathode beschränkt ist.*

Wir kommen gern der Verpflichtung nach, mit Dank die Unterstützung hervorzuheben, die uns bei dieser Arbeit durch die Ueberweisung von Geldmitteln aus dem *Elizabeth Thompson Science Fund* in *Boston* zu Theil geworden ist.

Wolfenbüttel, im October 1895.

4. *Beobachtungen über die Widerstandsänderung des Contactes zweier Leiter durch electrische Bestrahlung; von V. v. Lang.*

(Aus den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien. Math.-naturw. Klasse; Bd. CIV. Abth. IIa, Juli 1895, mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Durch Branly [1]) wurde die merkwürdige Thatsache bekannt, dass Bestrahlung mit electrischen Wellen den Widerstand von Glasröhren, die mit Metallfeilicht [2]) gefüllt sind, verringert und dass eine geringe Erschütterung der Röhre wieder den ursprünglichen Widerstand herstellt.

Lodge [3]) zeigte später, dass die erste Erscheinung, und zwar sehr eclatant auch eintritt, wenn zwei Metalle sich nur an einer einzigen Stelle berühren. Er hat dies mit einer Vorrichtung nachgewiesen, die aus einer flachen Spirale aus Eisendraht bestand, deren äusseres Ende gegen ein Stückchen Aluminiumblech gedrückt wurde mit Hülfe eines Armes, welcher auf das innere Ende der Spirale wirkte.

Diese Vorrichtung gestattet aber nicht leicht das Verhalten verschiedener Metalle zu untersuchen und da ich namentlich auch den Contact zweier Kohlenstücke prüfen wollte, so habe ich einen anderen Apparat benützt, welcher in umstehender Zeichnung ungefähr in einem Achtel der natürlichen Grösse abgebildet ist.

Auf einer Steinplatte befindet sich in horizontaler Stellung ein stärkeres Messinglineal, welches als einarmiger Hebel wirkt. Ein Ende dieses Lineals ist gabelförmig ausgeschnitten, um die Spitzen zu tragen, welche, in ein schweres Zinkstück eingreifend, die Drehungsaxe des Hebels bilden. An dem anderen Ende befindet sich eine Stahlplatte, mit welcher der Hebel auf dem oberen Ende einer verticalen Schraube aufliegt.

1) Branly, Compt. rend. **111.** p. 785. 1890.

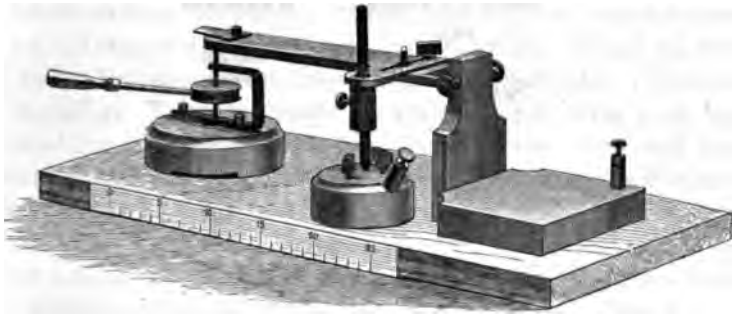
2) Sehr bequem ist es, einfach eiserne Schrauben zu benutzen, wie sie für Holz gebraucht werden. Die von mir verwendeten Schrauben waren beiläufig 0,1 g schwer.

3) Lodge, The work of Hertz and some of his successors. London 1894.

Diese Schraube bewegt sich in den beiden Armen eines zweimal rechtwinklig gebogenen Messingstückes; letzteres ist mit dem unteren Arme auf einem runden Zinkfusse befestigt.

Auf diese Weise ist der todte Gang bei der Bewegung der Schraube vermieden. Die Bewegung erfolgt durch einen Kopf, welcher zwischen den beiden, die Schraube fixirenden Armen, mit einer versenkten Gegenmutter an der Schraube befestigt ist. Um aber sehr feine Bewegungen ausführen zu können, sind in den Schraubenkopf von der Seite sechs Löcher gebohrt, in diese Löcher passt ein Stift, mit welchem ganz geringe Drehungen ermöglicht werden.

Nahe der Drehungsaxe des Hebels (die Arme desselben sind 5 und 25 cm lang) ist mit zwei Schrauben ein verschieb-



bares Messingstück befestigt, das seitwärts eine Hülse trägt, um in deren axialen Bohrung einen linearen Körper *A* in verticaler Stellung festklemmen zu können.

Der zweite Körper *B*, dessen Contact mit *A* studirt werden soll, muss mehr oder weniger eine plattenförmige Gestalt haben, derselbe wird auf einem zweiten runden Zinkfuss mit zwei Schrauben festgeklemmt. Will man den Contact eines Körpers mit Zink untersuchen, so ist es natürlich überflüssig erst eine Zinkplatte an dem Fusse zu befestigen. Dies ist der in der Zeichnung dargestellte Fall, welcher sich auf den Contact von Kohle und Zink bezieht.

Der zuletzt erwähnte Zinkfuss und das den Hebel tragende Zinkstück sind natürlich mit Klemmschrauben versehen, in welchen die zum Galvanometer führenden Drähte endigen. In

einen dieser Drähte muss ersichtlich noch ein Element, am besten ein kleines Trockenelement eingeschaltet werden.

Das benutzte Spiegelgalvanometer ist für objective Beobachtung eingerichtet und hat einen Widerstand von 7000 Ohm. Der zugehörige Richtmagnet wurde so gestellt, dass das Bild der Lichtquelle in der Ruhelage der Nadel gerade an dem einem Ende der Scala stand, welche im ganzen 60 Theilstriche in einer Entfernung von 1 cm hat. Der Abstand der Scala und der Lichtquelle vom Spiegel betrug ungefähr 70 cm. Wie weit die Empfindlichkeit des Instrumentes durch Entfernen der Rolle herabgebracht wurde, ergiebt sich aus folgender Tabelle, welche die Ablesungen bei Einschaltung der nebenstehenden Widerstände in den Stromkreis angiebt.

Stand des Bildes	Widerstand
20,8	∞
22	100000
25	30000
28	10000
31	7000
34	4000
37	2000
40	500
43	140
45	0

Um nun die in Frage stehende Erscheinung zu sehen, müssen die beiden Leiter *A*, *B* in Contact gebracht werden, aber so wenig, dass die Ablenkung der Galvanometernadel bei der angegebenen Empfindlichkeit kaum merkbar ist. Man findet diese richtige Stellung, indem man die Schraube vorsichtig nach abwärts bewegt und nach jeder kleinen Drehung eine Bestrahlung mit electrischen Wellen vornimmt. Hierzu eignen sich, wie Lodge angegeben, sehr gut die jetzt schon sehr verbreiteten Gasanzünder, Patent Clark, welche ja auf dem Principe der Toepler'schen Influenzmaschine beruhen.

Nicht unbequem und in der Wirkung ziemlich gleich stark sind für den angegebenen Zweck auch die Funken eines Electrophors, indem man den Deckel desselben mit einer abgeleiteten Messingkugel entladet. Bei den folgenden Versuchen wurden beide Arten, electrische Wellen zu erregen, an-

gewandt und der betreffende Apparat ungefähr in der Entfernung von $^2/_3$ m vom Contactpunkte in Thätigkeit gesetzt.

Hat man durch Abwärtsbewegung der Schraube die empfindliche Stellung beim Contacte zweier Metalle erreicht, so schlägt nach der Bestrahlung die Galvanometernadel infolge des verringerten Widerstandes aus, kehrt aber sogleich in ihre Ruhelage zurück. Die empfindliche Einstellung ist nämlich verdorben und muss von Neuem aufgesucht werden; es ist dies ein sehr hindernder Umstand, besonders für die Demonstration der Erscheinung in Vorlesungen.

Die Untersuchung des Contactes zweier Kohlenstücke lehrte aber ein ganz anderes Verhalten kennen. Es wurden ein runder Kohlenstab (8 mm Durchmesser) und ein Stückchen einer Kohlenplatte, wie sie beide zu electrischen Versuchen benutzt werden, verwendet. Beide Kohlenstücke wurden vorerst in Königswasser ausgekocht, um besonders Metall zu entfernen. Bei dem ersten, nach dem vorhergehenden Verfahren angestellten Versuche zeigte sich nun gleich, dass nach der Ablenkung das Lichtbild auf der Scala stehen blieb und erst nach einer leisen Erschütterung des Apparates in die Stellung zurückging, aus der es abgelenkt worden war. Der Contact hatte aber nicht seine Empfindlichkeit verloren und der Versuch konnte beliebig oft wiederholt werden, ohne dass eine neue Einstellung der Schraube nöthig gewesen wäre. Man hat so dasselbe Verhalten, wie es die Eingangs erwähnten, mit Metallfeilicht gefüllten Röhren Branly's zeigen.

Ich überzeugte mich aber bald, dass das eben beschriebene Verhalten der Kohle kein exceptionelles ist und dass, wenn man nur jede, auch die geringste Erschütterung vermeidet, die Metalle sich ebenso verhalten. Wenigstens habe ich dies in der Combination Zink-Zink, Aluminium-Aluminium und Aluminium-Zink constatirt. So z. B. wurde bei der letzten Combination durch die Entladung des Electrophordeckels das Bild von Theilstrich 20,8 bis zum Theilstrick 41 abgelenkt, was eine Verringerung des Widerstandes von fast ∞ bis auf etwa 380 Ω bedeutet. Das Bild blieb in der abgelenkten Stellung und kehrte erst zurück, als der Deckel sachte auf den Electrophor zurückgelegt wurde. Hierbei standen aber Contactapparat und Electrophor auf zwei verschiedenen Tischen.

...wurde hierauf durch Nähern des G
Theilstrich 36 abgelenkt, durch das Rücken d
wieder auf 20 zurückgeführt. Von Neuem bi
wurde es durch Teppichklopfen im Nachbarhaus
stehen in dem über dem Beobachtungsraume g
Werke, ganz auf 22 zurückgebracht.

5. *Ein Wort der Mathematik an die Energetik; von Ludwig Boltzmann.*

Wie in jeder Wissenschaft haben auch in der theoretischen Physik die Anschauungen im Verlaufe der Zeit die mannigfachsten Umwälzungen erfahren. Heutzutage strebt man zunächst eine möglichst klare, hypothesenfreie Beschreibung der Erscheinungen und Präcisirung der Gesetze derselben an; dieses Ziel haben sich Kirchhoff, von Helmholtz, Clausius (in seiner allgemeinen Wärmetheorie), Hertz, Lord Kelvin, Gibbs etc. gesteckt. Die Ansicht, dass auch Wärme, Electricität etc. einer mechanischen Erklärung fähig seien, wird dabei nicht zu Grunde gelegt oder spielt doch keine wesentliche Rolle. Nebenbei und ohne die Wichtigkeit der ersten Methode zu leugnen, suchte man sich namentlich mit grossem Erfolge von den Erscheinungen der Elasticität, des Flüssigkeitsdrucks, des Lichts und der Wärme aber auch von denen der Electricität und des Magnetismus (Maxwell) möglichst anschauliche, bisher ausschliesslich der Mechanik entnommene, Bilder zu machen, welche in der als Dogma längst nicht mehr anerkannten Ansicht gipfelten, dass die ganze Welt durch die Bewegung materieller Punkte darstellbar sei. Diese mechanischen Bilder blieben ihrer Natur nach unvollständig, aber auch die allgemein beschreibenden Theoreme bedurften, um sie eindeutig anwendbar zu machen einer etwas complicirten Begründung und Formulirung. Ich erwähne als Beispiel das Hamilton'sche Princip, den 2. Hauptsatz der Wärmelehre und die Gibbs'schen Theoreme, endlich die Maxwell-Hertz'schen Fundamentalgleichungen des Electromagnetismus.

Es glaubten nun in neuester Zeit einige Forscher alle diese Complicationen entbehren und die Fundamentalsätze in viel einfacherer Form aussprechen zu können. Da sie schliesslich zur Consequenz gelangten, dass die Energie das eigentlich Existirende sei, nannten sie sich Energetiker. Wir wissen nicht, ob unsere heutige Naturauffassung die zweckmässigste ist; daher ist das Streben einen allgemeineren und höheren

Gesichtspunkt, als den der heutigen theoretischen Physik zu erreichen, gewiss gerechtfertigt. Die heutigen Energetiker begnügen sich aber keineswegs mit diesem Streben, sondern sie behaupten, dass sie einen solchen höheren Gesichtspunkt bereits erreicht hätten und dass daher die Ausdrucksweise und die Methoden der theoretischen Physik schon heute ganz verlassen oder doch in den wesentlichsten Grundzügen verändert werden sollen, welche Behauptung ich im folgenden widerlegen zu können glaube. Die Bemerkung, dass ich die Gelehrten, deren Namen ich später erwähnen werde, persönlich zu meinen besten Freunden zählen zu dürfen hoffe, zahlreiche ihrer Leistungen zu den hervorragendsten wissenschaftlichen Arbeiten rechne und mich nur gegen ihre speciell energetischen Publicationen wende, wird genügen, um zu verhüten, dass späteren gegen irgend eine Schlussfolgerung oder mathematische Formel gerichteten Angriffen der mindeste persönliche Charakter beigelegt werde.

I. Mechanik.

§ 1. Wir beginnen mit der am meisten bearbeiteten Disciplin der theoretischen Physik, der Mechanik. Ob die Bewegung der Körper eine Thatsache der direkten Wahrnehmung ist, oder ob nicht vielmehr in der Art und Weise, wie wir uns dieselbe denken, schon ein ganzes Gebäude von Hypothesen liegt, die wir halb unbewusst hinter den Thatsachen der directen Wahrnehmung construirt haben, kann dahingestellt bleiben, da die Energetik diese Frage ebenfalls nicht berührt, und es sich hier blos um die Darstellungen der Mechanik vom energetischen Standpunkte handelt.

§ 2. Mir ist blos eine derartige, in sich abgeschlossene Darstellung bekannt, nämlich die des Hrn. Helm.[1])

Hr. Helm glaubt die mir unlösbar scheinende Aufgabe, sämmtliche Bewegungsgleichungen der Mechanik aus einem einzigen Integrale (dem der Constanz der Energie) abzuleiten, dadurch gelöst zu haben, dass er den Unterschied zwischen Differentialen und Variationen fallen lässt. Seien x, y, z die Coordinaten eines materiellen Punktes von der Masse m, ferner x', y', z' deren Ableitungen nach der Zeit und X, Y, Z

1) Helm, Ztschr. f. Math. u. Ph. 35. p. 307. 1890.

die Componenten der auf diesen Punkt wirkenden Kraft, so ist die lebendige Kraft $T = \frac{1}{2} m(x'^2 + y'^2 + z'^2)$ und deren Differential $dT = m(x'' dx + y'' dy + z'' dz)$. Ferner ist das Arbeitsdifferentiale $dA = X dx + Y dy + Z dz$. Durch Gleichsetzung beider Differentiale folgt:

$$(mx'' - X) dx + (my'' - Y) dy + (mz'' - Z) dz = 0.$$

Hier betrachtet nun Hr. Helm dx, dy und dz als unabhängig und setzt dx von 0 verschieden, dagegen $dy = dz = 0$, wodurch er erhält: $mx'' - X = 0$. Da er aber früher $dx = x' dt$, $dy = y' dt$, $dz = z' dt$ gesetzt hatte, so ist mit $dy = dz = 0$ auch $y' = z' = 0$ gesetzt worden. Aus Hrn. Helms Deduction folgt also blos, dass für jene Zeiten, wo $y' = z' = 0$ ist, die Relation $mx'' = X$ besteht und dass ein Gleiches für die beiden anderen Coordinatenrichtungen gilt, keineswegs aber, dass die drei Gleichungen

$$mx'' - X = my'' - Y = mz'' - Z = 0$$

allgemein gelten. Man kann in diesem einfachen Falle die drei Bewegungsgleichungen aus dem einen Energieprincipe durch Zuziehung gewisser allgemeiner Sätze z. B. des Superpositionsprincipes, des Principes der gleichen Beschaffenheit des Raumes nach allen Richtungen etc. gewinnen. Daher ist die Ableitung der Lagrangeschen Gleichungen durch Hrn. Helm noch schlagender.

§ 3. Hier bezeichnet Hr. Helm mit s_k eine verallgemeinerte Coordinate und s_k' deren Ableitung nach der Zeit, mit $dA = \sum_k S_k ds_k$ die geleistete Arbeit, wenn wir uns auf den Fall beschränken, wo keine Gleichung zwischen den s_k besteht. Er findet

$$dT = \sum_k \frac{\partial T}{\partial s_k} ds_k + \sum \frac{\partial T}{\partial s_k'} ds_k'.$$

Da das Endergebniss durch die früheren Untersuchungen schon bekannt ist, so erhält Hr. Helm durch Nachahmung der durch die Variationsrechnung bedingten Umformung das richtige Resultat; doch scheint mir die Schlussweise, durch welche er dazu gelangt, ebenfalls nicht einwurfsfrei, da mit der Annahme, dass alle anderen ds bis auf ds_k verschwinden, wiederum die andere bedingt ist, dass auch alle anderen s' verschwinden. Derjenige, der das Schlussresultat nicht vorher kennt, würde

in der That statt der Helm'schen Transformation folgende näher liegende vornehmen. Er würde zunächst schreiben:

$$\frac{\partial T}{\partial s_k'} = \sum_i \frac{\partial^2 T}{\partial s_k' \partial s_i'} s_i';$$

daraus würde analog wie früher $x' dx' = x'' dx$ gesetzt wurde, folgen

$$\sum_k \frac{\partial T}{\partial s_k'} d s_k' = \sum_k \sum_i \frac{\partial^2 T}{\partial s_k' \partial s_i'} s_k'' d s_i,$$

wo man, da sowohl k als auch i alle möglichen Werthe anzunehmen haben, auch die Buchstaben k und i vertauschen kann, gerade so, wie man im bestimmten Integrale die Integrationsvariabeln bezeichnen kann, wie man will. Man kann also eben so gut schreiben:

$$\sum_k \frac{\partial T}{\partial s_k'} d s_k' = \sum_k \sum_i \frac{\partial^2 T}{\partial s_k' \partial s_i'} s_i'' d s_k.$$

Setzt man dieses in die Gleichung

$$dT - dA = \sum_k \frac{\delta T}{\delta s_k} d s_k + \sum \frac{\delta T}{\delta s_k'} d s_k' - \sum_k' S_k d s_k = 0$$

ein, so folgt:

$$\sum_k \frac{\partial T}{\partial s_k} d s_k + \sum_k \sum_i \frac{\partial^2 T}{\partial s_k' \partial s_i'} s_i'' d s_k - \sum_k' S_k d s_k = 0.$$

Ordnet man dies nach den $d s_k$ und nimmt diese unabhängig voneinander an, so folgt:

$$\frac{\partial T}{\partial s_k} + \sum_i' \frac{\partial^2 T}{\partial s_k' \partial s_i'} s_i'' = S_k$$

für jeden Werth von k und man ist so durch Anwendung genau derselben Principien, durch welche Hr. Helm das richtige Resultat erhält, zu total falschen Gleichungen gelangt.

§ 4. Hr. Ostwald behandelte bei verschiedenen Gelegenheiten die Ableitung der Grundgleichungen der Mechanik aus den Principien der Energetik.[1]) Doch gab er nirgends eine consequente Durchführung, überall nur Andeutungen. Als Beispiel, wie sehr deren Verständniss durch ihre dem Mathematiker ungewöhnliche Behandlungsweise erschwert wird, führe ich, ausser dem schon von Hrn. Sophus Lie besprochenen Principe des ausge-

1) Ostwald, Lehrb. d. allg. Chemie **2.** p. 1—39. Viele Abh. in d. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 1891—1895.

zeichneten Falles hier noch ein Paar ganz concrete Specialfälle an. Sei $\frac{1}{2} m v^2$ die lebendige Kraft eines sich im Kreise bewegenden Trabanten, $j M m / r^2$ die Anziehung des Centralkörpers, daher $C - j M m / r$ die potentielle Energie. Man weiss, dass nach dem Principe der stationären Wirkung

$$\delta W = \delta \int_0^\tau \left(\frac{m v^2}{2} - C + \frac{j M m}{r} \right) dt = 0$$

sein muss. Dass hier die potentielle Energie das entgegengesetzte Vorzeichen erhalten muss, sowie dass τ constant betrachtet werden muss, wird bekanntlich aus Hamiltons Principien bewiesen. Gewöhnlich betrachtet man auch Ausgangspunkt und Endpunkt der Bewegung als unveränderlich. Diese Bedingung ist überflüssig, wenn die ursprüngliche und variirte Bahn beide geschlossen sind.[1]) Das Integrale, über die ursprüngliche Kreisbahn erstreckt, hat den Werth

$$W = \tau \left(\frac{m v^2}{2} - C + \frac{j M m}{r} \right).$$

Geht man zu einer unendlich nahen Kreisbahn über, so muss

$$\delta W = \delta \left[\tau \left(\frac{m v^2}{2} - C + \frac{j M m}{r} \right) \right] = 0$$

sein, wenn $\tau = 2 \pi r / v$ constant ist, woraus sofort

$$\frac{j M m}{r^2} = \frac{m v^2}{r}$$

folgt. Hier ist jeder Schritt in den allgemeinen Regeln vorgezeichnet, sie müssen zum richtigen Resultat führen.

Hr. Ostwald dagegen[2]) schliesst einfach aus dem Principe der virtuellen Energien, dass

$$(1) \qquad d \left(\frac{m v^2}{2} \right) = d \left(C - \frac{j M m}{r} \right)$$

sein muss. In anderen Fällen (z. B. beim Gleichgewichte am Hebel oder zwischen dem Gewichte eines Stempels und der Volumenenergie eines Gases) muss die Summe der Aenderungen aller Energien, hier dagegen muss die Differenz verschwinden. Bei Anwendung des Hamilton'schen Principes ist der Grund

1) Sitzungsber. d. Wien. Akad. **53.** p. 213, 8. Febr. 1866; **75.** p. 76, 11. Jan. 1877, Abschn. III.

2) Ostwald, Lehrb. d. allg. Chemie **2.** p. 26.

davon klar. Ich zweifle nicht, dass Hr. Ostwald nachträglich für diese verschiedene Art der Behandlung einen ad hoc ersonnenen Grund finden wird, aber weder hiefur noch dafür, dass zur Gleichung (1) gerade die Bedingung $\tau = 2\pi r / v =$ const. kommen muss, sehe ich einen Grund in den Principien seiner Theorie. Man würde ein anderes Resultat erhalten, wenn man zur Gleichung (1) die Bedingung hinzunähme, dass die doppelte Flächengeschwindigkeit vr oder die Grösse $v^a r^b$ constant sein müsse. Es würde sich darum handeln zu zeigen, dass die richtige Gleichgewichtsbedingung aus den Principien der Theorie vorher gesehen werden konnte; dass das gewünschte Resultat folgt, wenn man die gerade dazu führende Bedingungsgleichung auswählt, ist ja selbstverständlich.

Bei einer andern Gelegenheit bemerkt Hr. Ostwald (Allg. Chemie p. 488), dass wir nicht den absoluten Werth von v^2, sondern blos die Differenz $v_1^2 - v_0^2$ bestimmen können. Da wir aber offenbar auch $v_1 - v_0$ bestimmen können, so liesse sich, wenn die Differenz $v_1^2 - v_0^2$ bestimmt wäre, v_1 und v_0 absolut berechnen, was der Erfahrung widerspricht.

Die absonderliche Thatsache, dass bei der kinetischen Energie die Intensität ein Vector ist und zwei Körper mit gleicher Geschwindigkeit erst dann im Gleichgewichte sind, wenn auch deren Richtung dieselbe ist, sei hier nur kurz erwähnt.

§ 5. Bei diesem Stand der Dinge mag man es entschuldigen, wenn ich auf die Gefahr hin, zu irren, selbst Hrn. Ostwald's Ideen einheitlich zu fassen suche. Man kann die Mechanik, wie ich glaube, einwurfsfrei aus folgenden Principien erhalten:

1. Die mechanischen Systeme bestehen aus materiellen Punkten, deren kinetische Energie in bekannter Weise gleich $\frac{1}{2}\sum m v^2$ ist und deren potentielle (Distanz-)Energie eine Summe von Functionen der Entfernung je zweier ist.

2. Wenn alle materiellen Punkte anfangs ruhen, so bewegen sie sich während des nächst folgenden unendlich kleinen Zeittheilchens so, dass unter Wahrung des Energieprincipes ein Maximum potentieller Energie sich in kinetische umwandelt.[1])

1) Carl Neumann, Das Ostwald'sche Axiom. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 13. Juni 1892.

3. Wenn sich die materiellen Punkte schon anfangs bewegten, so superponirt sich die Geschwindigkeit, welche sie schon haben, während jedes Zeitmomentes mit der, welche sie nach 2 erhalten würden, wenn sie sich zu Anfang des betreffenden Zeitmomentes in gleicher relativer Lage in Ruhe befänden.

Eine zweite einwurfsfreie Begründung der Mechanik erhält man, wenn man nach Hrn. M. Planck annimmt, dass das Energieprincip für die Bewegung jedes materiellen Punktes in jeder der drei rechtwinkligen Coordinatenrichtungen separat gilt.[1]) Allein alle diese Begründungen scheinen mir keineswegs zu leisten, was die Energetik verspricht. Denn erstens stellen sie alle die Hypothese an die Spitze, dass die Körper aus materiellen Punkten bestehen, welche sonst von der Energetik als die am wenigsten berechtigte Beschränkung der Freiheit unseres Denkens bezeichnet wird. Eine directe Ableitung der allgemeinen Euler'schen Bewegungsgleichungen für starre Körper, der Gleichungen der Elasticitätslehre und Hydrodynamik aus energetischen Principien, ohne den Umweg über die atomistische Hypothese ist mir nicht bekannt. Zweitens fördern sie nicht im mindesten unseren Einblick in die Principien der Mechanik; sie legen keine allgemeinen, auch in der übrigen Energetik geltenden Sätze zu Grunde, sondern schliessen sich ganz der alten Begründung der Mechanik an, die sie nur in wenig glücklicher Weise theilweise in die Sprache der Energetik einkleiden. Das Princip des Maximums des Umsatzes wird seiner universellen Bedeutung von vornherein durch die Beschränkung beraubt, dass es nur für den ersten Uebergang vom Zustande vollkommener Ruhe zu dem sehr kleiner Bewegung gilt; das Superpositionsprincip als allgemeines Naturprincip hinzustellen, schiene mir sehr verfrüht; zudem wird es durch die Forderung seiner gesonderten Anwendbarkeit auf die drei verschiedenen Coordinatenrichtungen zur reinen Abstraction, da ja die Coordinatenaxen doch nur in unserer Phantasie existiren. Ausserdem ist noch, wenn mehrere materielle Punkte existiren, die Trennung der verschiedenen Arbeiten, welche jeder einzelne Punkt bei seiner Bewegung leistet, willkürlich.

1) Planck, Das Princip d. Erhalt. d. Energie, Teubner 1887. p. 148.

§ 6. Im grellen Gegensatze zu den jetzt besprochenen Ausführungen der Energetiker, welche den Uebergang von der allgemeinen Energielehre zur Lehre von den Bewegungen und Gestaltsänderungen der uns continuirlich scheinenden Körper nur durch die Hypothese der Existenz materieller Punkte finden, steht die neueste Anschauung Hrn. Ostwald's, nach der die Energie das eigentliche Seiende sei und eines besonderen irgendwie benannten Trägers garnicht bedürfe. Ich gebe das letztere von der Wärmeenergie, solange diese für sich allein betrachtet wird, zu. Aber schon bei Erklärung oder sagen wir Beschreibung der Gesetze der kinetischen Energie stösst man auf eine Schwierigkeit, welche meines Wissens noch nicht bemerkt worden ist. Obwohl dieselbe eigentlich mehr philosophischer Natur ist, will ich doch den Versuch wagen, sie hier begreiflich zu machen.

Betrachten wir die Wärme als das ursprünglich Gegebene oder wenn man will Seiende. Wir können dann annehmen, dass sie an verschiedenen Stellen des Raumes in verschiedener Menge vorhanden sein kann, sowie, dass sie von Ort zu Ort wandern kann. Um die Gesetze dieser Wanderung zu beschreiben, führen wir die Begriffe der Temperatur, Wärmecapacität etc. ein und nehmen als erfahrungsmässig gegeben an, dass die Wärmecapacität selbst wieder an einer bestimmten Stelle des Raumes nicht zu allen Zeiten dieselbe bleibt, sondern unabhängig von der Wärme selbst, aber ebenfalls nach festen Gesetzen sich verändern oder von einem Ort zum andern wandern kann. Wir haben dann eine ebenso klare Beschreibung der reinen Wärmephänomene, als wenn wir sagen, die Materie sei das Existirende und die Wärme eine Eigenschaft derselben.

Nun wollen wir aber in gleicher Weise die Gesetze der kinetischen Energie zu beschreiben suchen. Diese sei das ursprünglich Gegebene, also nicht weiter Definirbare. Sie sei an verschiedenen Stellen des Raumes in verschiedenem Grade vorhanden. Die Massen seien blosse Zahlenfactoren, welche wir verschiedenen Stellen des Raumes zuschreiben um die Gesetze der Wanderung der kinetischen Energie beschreiben zu können. Nichts hindert uns nun anzunehmen, dass die Werthe dieser durch den Begriff der kinetischen Energie erst definirten

Zahlenfactoren sich mit der Zeit nach bestimmten Gesetzen ändern oder auch, dass ein bestimmter Werth mit einer gewissen Geschwindigkeit von Punkt zu Punkt im Raume fortwandert; allein völlig unstatthaft ist es, jetzt das ursprünglich Existirende, die kinetische Energie, wieder als das Product des halben Werthes dieses Zahlenfactors (der halben Masse) in das Quadrat der Geschwindigkeit zu definiren, mit welcher dieser Werth im Raume von Punkt zu Punkt fortschreitet, während vordem der Begriff der Masse aus dem der kinetischen Energie abgeleitet wurde. Dies ist ein logischer Widerspruch, eine Contradictio in adiecto, oder, wenn man lieber will, eine die Erscheinungen unzweckmässig beschreibende Ausdrucksweise. Wenn ich zuerst sage: die kinetische Energie ist das einfache, ursprünglich Seiende, nicht weiter Beschreibbare und dieselbe, als das Product des Capacitätsfactors desjenigen Raumes, in welchem sie existirt, in das Quadrat der Geschwindigkeit beschreibe, mit welcher dieser Wert des Capacitätsfactors von Punkt zu Punkt fortwandert, so liegt hier ein unlösbarer Widerspruch vor.

Definire ich die kinetische Energie als das ursprünglich Gegebene, so mache ich offenbar einen grossen Fehler, wenn ich, wie es Hr. Ostwald in seinen soeben citirten Schriften zu thun scheint, blos Gesetze für die Ortsveränderungen der Massen aufstelle und die kinetische Energie als das Product der halben Masse in das Geschwindigkeitsquadrat der betreffenden Ortsveränderungen definire. Ich müsste im Gegentheil Gesetze für die Wanderungen der kinetischen Energie selbst im Raume aufstellen; bei Aufstellung derselben müsste ich dann irgendwo einen durch Zahlen ausdrückbaren Begriff (die Masse m) einführen und es müsste sich dann hinterher als Erfahrungsthatsache (Naturgesetz) ergeben, dass jedesmal, wo kinetische Energie ist, der Werth dieses Zahlenfactors im Raume fortwandert und zwar mit einer Geschwindigkeit, welche gleich der Quadratwurzel aus einem Bruche ist, dessen Nenner jene Zahl m und dessen Zähler der doppelte Werth der Energie ist.

Aus den obigen Ausführungen dürfte klar hervorgehen, wie weit wir noch von einer einwurfsfreien Naturbeschreibung vom energetischen Standpunkte entfernt sind und dass die

Energetiker, während sie die bisher übliche Darstellungsweise der theoretischen Physik wegen einiger (wie ich zeigen werde vielfach eingebildeter) Schwierigkeiten als abgethan erklären, selbst viel grössere Schwierigkeiten einführen.

II. Wärmelehre.

§ 7. War auf dem Gebiete der reinen Mechanik die Energetik fast vollkommen unfruchtbar, so hat sie auf dem der Thermodynamik zahlreiche neue Ausdrucksformen, auch hie und da materiell (oder soll ich sagen energetisch?) Neues hervorgebracht. Wir wollen untersuchen welche Bedeutung diese Resultate haben. Das Differential der zugeführten Energie irgend einer Art wurde seit jeher in der Form $J\,dM$ dargestellt, ja es muss schon aus mathematischen Gründen diese Form haben. Die physikalischen Eigenschaften der Grössen J und M wurden auch bereits seit langem besonders von Gibbs erkannt, den ich nicht zu den Energetikern zähle, da er nirgends eine wesentliche Abweichung von den bisherigen Anschauungen und Darstellungsformen der theoretischen Physik empfiehlt.

Von der Energetik neu eingeführt ist vor allem die Zerlegung des Gesammtbesitzes eines Körpers an irgend einer Energieart, z. B. an Wärme in zwei Factoren. Dieselbe findet sich an vielen Orten (siehe viele Abhandlungen in der sächsichen Gesellschaft der Wissenschaften) doch am ausführlichsten dargestellt in Hrn. Ostwald's Lehrbuch der allgemeinen Chemie, II, p. 490. Gerade die Unbestimmtheit der Grundlage der betreffenden Untersuchungen und die damit verbundene Unklarheit der sich daran anschliessenden Betrachtungen erschwert in hohem Grade deren Widerlegung. Ich muss mich darauf beschränken an einzelnen Beispielen Unrichtigkeiten nachzuweisen, ohne damit etwa den Resultaten von Hrn. Ostwald an anderen Orten zuzustimmen.

Hr. Ostwald setzt p. 492 die Wärmeenergie eines vollkommenen Gases

$$E = U_1 + R(t + 273)\,ln\frac{v}{v_0},$$

wobei R und v_0 Constanten, v und t das Volumen und die

Celsiustemperatur, U_1 eine Function der Temperatur und ln den natürlichen Logarithmus bedeutet. Hieraus findet er

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU_1}{dt} + R\,ln\frac{v}{v_0}.$$

Er sagt, dass er bei constanter Entropie s differentiiren wollte, während er factisch bei constantem v differentirt hat. Es müsste also s nur Function von v sein, worauf auch p. 491, Z. 11 v. o. und p 493, Z. 11 v. u. hinzudeuten scheint. Dem widerspricht aber direct der Wert

$$s = s_0 + c_v\,ln\frac{T}{T_0} + R\,ln\frac{v}{v_0},$$

den Hr. Ostwald selbst auf p. 497 findet. Eins von beiden, die Differentiation oder dieser Werth von s muss nothwendig falsch sein.

§ 8. Ferner zerlegt Hr. Ostwald die gesammte Energie eines Gases, welche erfahrungsmässig der absoluten Temperatur T proportional ist, also den einfachen Werth γT hat, in zwei Theile, die Volumenenergie $\Phi = C - RT\,ln(v/v_0)$ und die Wärmeenergie, für welche der complicirte Werth $E = \gamma T - C + RT\,ln(v/v_0)$ übrig bleibt. Von dieser nicht in der Natur der Vorgänge gelegenen Zerlegung, weicht er selbst wieder ab, indem er p. 494 und 495

$$c = \frac{dQ}{dT}, \quad ds = \frac{dQ}{T}$$

und sogar $Q = sT$ setzt, statt wie anfangs

$$c = \frac{dE}{dT}, \quad ds = \frac{dE}{T}, \quad E = sT$$

zu schreiben. Aus seinen Angaben ist nicht zu erkennen, ob s die in dem bekannten gewöhnlichen Sinne verstandene Entropie oder eine ganz neue von Hrn. Oswald eingeführte Function ist.

Selbstverständlich, weil durch Erfahrung begründet, ist die Zerlegung der gesammten zugeführten Wärme in die auf äussere Arbeitsleistung und die auf Vermehrung der inneren Energie verwendete. Diejenigen Theile der alten Wärmetheorie, welche an das mechanische Bild anknüpfen, müssen die letztere Wärme in die auf Erhöhung der kinetischen Energie der Molecüle und die auf innere Arbeitsleistung ver-

wendete zerlegen. Clausius z. B. that dies, indem er zwischen der wirklichen und wahren Wärmecapacität unterschied. Wenn nun die Energetiker diese Zerlegung als nicht in der Erfahrung begründet verwerfen, so sollten sie nicht wieder eine durch Erfahrung ebenso unbegründete Zerlegung der gesammten in einem Körper enthaltenen Wärmeenergie vornehmen, deren Schwierigkeit sie selbst zugeben (Hrn. Ostwald's jetzt immer citirtes Lehrbuch p. 495, Z. 5 v. o) und welche schon in dem einfachen Falle der vollkommenen Gase so unnatürlich ausfällt.

§ 9. Gehen wir mehr in's Specielle ein, so kommen wir auf noch grössere Schwierigkeiten.

Auf p. 494 heisst es: Ist in einem Gebilde Energie mit einer anderen Energie im Gleichgewichte, so herrscht die Beziehung $s\,dT = c\,di$. Da müssten doch c und i Capacität und Intensität einer anderen Energie sein. Es wird aber $c\,di = dQ$ gesetzt; und unter $s\,dT$ wird auch nichts anderes als dQ verstanden. Wie kann aus dieser Identität, das neue Resultat folgen, dass $dQ/Q = dT/T$ ist? Entsprechend wird nun $Q = c\,T$ gesetzt, während früher $E = c\,T$ war. In der Formel

$$dE = c\,di = s\,dT$$

stellte dE die bei constantem s zugeführte Wärme, dT den dadurch erzeugten Temperaturzuwachs dar (p. 490, Z. 14 v. o.), während jetzt p. 494, Z. 5 v. o. dQ gleich der Differenz der beiden adiabatisch bei einem zwischen den Temperaturen T und $T + dT$ vorgenommenen Kreisprocesse entzogenen bez. zugeführten Wärmen ist. Die beiden Gleichungen $dQ/Q = dT/T$, welche Ostwald p. 494, einerseits Z. 5, andererseits Z. 17 v. o. aufstellt, sind zwar der Form nach identisch, aber die Buchstaben haben in beiden eine ganz andere Bedeutung. Ueberdies gilt für den Kreisprocess die Gleichung nur dann, wenn dabei das Maximum von Arbeit gewonnen wird, d. h. wenn er umkehrbar vorgenommen wird. Wenn nicht, so kann auch $dQ/Q = dT/2\,T$ ja sogar $dQ = 0$ sein. Wie verhält es sich mit dem Ungleichheitszeichen in diesen Fällen, wo nicht die Summe, sondern die Differenz der Energiedifferentiale gleich Null ist? Ich kann, wie schon bemerkt, die betreffenden Ausführungen Hrn. Ostwald's nicht genauer discutiren, weil ich seinen Gedankengang nicht verfolgen kann.

§ 10. Aehnlich geht es mit der Anwendung derselben Gleichung auf p. 499. Hier kommen in der That zwei Energiearten in's Spiel und Hr. Ostwald sieht einen besonderen Fortschritt darin, die bekannte Gleichung

$$\frac{l}{T(v_1 - v_2)} = \frac{dp}{dT}$$

aus seinen Formeln gewissermaassen hervorzaubern zu können. Es kann sich doch wohl nicht darum handeln, ob sich aus Hrn. Ostwald's Prämissen irgendwie etwas ableiten lässt, was beiläufig die Form dieser Gleichung hat. Eine solche Verwendung des Analogieprincipes würde jedem präcisen Denken ein Ende machen. Wir können nur fragen, ob er klare Regeln angegeben hat, aus denen die fragliche Gleichung mit Nothwendigkeit folgt.

Er beruft sich auf p. 25 und 35. Allein weder dort noch in der sächsischen Gesellschaft vom 8. Juni 1891 p. 276 ist die Fassung klar, doch scheint sich das an allen diesen Stellen formulirte Princip auf den Fall zu beziehen, dass eine kleine Energiemenge in einem Gebilde eine andere Form annimmt. Solche Fälle sind z. B. folgende:

An der gleicharmigen oder ungleicharmigen (römischen) Waage sinke ein Gewicht P_1 und dh_1, ein anderes P_2 erhebe sich um dh_2, d. h. es sinkt um $-dh_2$. Dann wächst die Energie des ersten Gewichts (des Systems Erde, Gewicht) um $dE_1 = -P_1 dh_1$, die des anderen um $dE_2 = +P_2 dh_2$ und es ist für den Fall des Gleichgewichts $dE_1 + dE_2 = 0$.

Ein sich ausdehnendes Gas hebe ein Gewicht P um dh. Die Energie des Gases wächst um $dE_1 = -p\,dv$, die des Gewichts um $dE_2 = +Pdh$. Es ist wieder $dE_1 + dE_2 = 0$.[1])

In dem Beispiele, dass uns jetzt beschäftigt, handelt es sich im einfachsten Falle um ein Gefäss, welches die Masse m_1 flüssigen Wassers und die Masse m_2 gesättigten Wasserdampfes enthält. Irgend eine virtuelle Veränderung der Energievertheilung wird im allgemeinen die Temperatur um dT erhöhen. Wir nehmen erstens an, dies geschehe durch Zufuhr der

1) Dass Hr. Ostwald bei Ableitung der Formel für der Centrifugalkraft gerade so wie jetzt wiederum bei Betrachtung der Coexistenz zweier Phasen $dE_1 - dE_2 = 0$ schreibt, wurde schon bemerkt.

Wärmenge dQ bei constantem Volumen. Dann würde ein dreifacher Energieumsatz stattfinden. Die Wärmemenge dQ würde einem äusseren Reservoir entzogen. Davon würde der Wassermenge m_1 die Wärmemenge $m_1 \gamma_1 dT$, der Dampfmenge m_2 die Wärmemenge $m_2 \gamma_2 dT$ zugeführt; eine dritte Wärmemenge würde zur Verwandlung einer kleinen Wassermenge in Dampf verwendet. Die beiden specifischen Wärmen γ_1 und γ_2 von Wasser und Dampf beziehen sich bekanntlich weder auf constantes Volumen, noch auf constanten Druck, sondern auf eine Erwärmung, wobei zwischen Druck und Temperatur die für den gesättigten Dampf geltende Beziehung besteht. Welche sind nun die Energien, deren Zuwächse Hr. Ostwald auf p. 499 gleich $v_1 dp$, $v_2 dp$, $s_1 dT$ und $s_2 dT$ setzt?

Ein anderer Energieumsatz würde darin bestehen, dass das Volumen unseres Gefässes adiabatisch um dv verkleinert würde. Dann würde die äussere Arbeit $p dv$ (natürlich nicht $v dp$) dem Gemische zugeführt. Von derselben würde wieder der Betrag $m_1 \gamma_1 dT$ auf Erwärmung des Wassers, der Betrag $m_2 \gamma_2 dT$ auf Erwärmung des Dampfes und ein dritter Theil auf Verdampfung einer kleinen Wassermenge verbraucht.

Die Aufgabe durch exacte Analyse dieser Vorgänge seine Gleichung abzuleiten, hat Hr. Ostwald offenbar nicht gelöst.

Genügt Hrn. Ostwald's Motivirung, um die in Rede stehende Gleichung zu beweisen, so kann ich mit ebensoviel Recht folgendermaassen schliessen: ich erwärme ein Gas bei constantem Volumen um dT. Dabei steigt der Druck um dp. Nach Hrn. Ostwald muss $s dT = v dp$ sein, also $s = dp / dT$, wobei der Differentialquotient bei constantem Volumen zu verstehen ist. Nun ist aber bei constantem Volumen $dp/dT = R/v$. Es ist also für ein ideales Glas $s = R/v$. Dieses Resultat ist aber offenbar falsch.

§ 11. Ich glaube überdies noch den Beweis liefern zu können, dass Hrn. Ostwald's Gleichung auf p. 499 nicht einmal richtig ist. Herr Ostwald schreibt nur die Differenz der für Wasser und Dampf geltenden Gleichungen

$$(s_1 - s_2) dT = (v_1 - v_2) dp.$$

Es ist traurig genug, dass ich nicht einmal völlig klar ge-

rorden bin, ob aus Hrn. Ostwald's Principien auch die Richtigeit jeder für Wasser, bez. Dampf allein geltenden Gleichung

2) $$s_1\,dT = v_1\,dp, \qquad s_2\,dT = v_2\,dp.$$

olgt oder nicht; doch scheint Hr. Ostwald das erstere zu lauben, da er die Bildung der Differenz bloss damit motivirt, ass man den Gesammtwerth der Entropie nicht angeben kann. rotzdem kann man, wenn die Gleichungen (2) gelten, daraus ine Reihe von Consequenzen ziehen. Es müsste dann

$$s_1 / v_1 = s_2 / v_2 = dp / dT$$

ein. Da nun v_1, v_2 und dp/dT experimentell bestimmbar ind, so müssten die zu s_1 und s_2 hinzutretenden Constanten estimmbar sein. Diese von vorneherein widersinnige Conseuenz würde einen Mathematiker zur Annahme eines princiiellen Fehlers veranlassen. Da es aber den Physiker vielicht wenig berührt, wenn uns hier plötzlich eine Bestimmung er Entropieconstante gegeben wird, so wollen wir die Conseuenzen der Gleichungen (2) weiter verfolgen. Es müsste die roportion bestehen:

$$s_1 : s_2 = v_1 : v_2.$$

ie Unstatthaftigkeit dieser Proportion liesse sich leicht erweisen. ch ziehe es jedoch, um jeden Zweifel über die Unrichtigkeit ler Gleichungen (2) zu heben, vor, in der nun folgenden Tabelle ür Wasser und Wasserdampf die 4 Grössen s_1, s_2, $v_1\,dp/dT$ nd $v_2\,dp/dT$ zusammenzustellen, deren Berechnung ich der Gefälligkeit meines Assistenten Hrn Dr. Jäger verdanke. Dabei wurde v_2 aus dem Boyle-Charles'schen Gesetz gefunden, v_1 und dp/dT den Regnault'schen Tabellen entnommen, s_2 nach der Formel in Ostwald's Lehrbuch der allgemeinen Chemie II p. 498 berechnet, deren Richtigkeit ebenfalls von der Giltigkeit des Boyle-Charles'schen Gesetzes abhängt. Für das flüssige Wasser kann in der Gleichung

$$dQ = \gamma_v dT + p\,dv$$

das zweite Glied wegfallen (die genauere Rechnung zeigt, dass $p\,dv$ etwa 10^6mal kleiner, als $\gamma_v dT$ ist) und $\gamma_v = \gamma_p$ gesetzt werden. Somit wird

$$s_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int \gamma_p \frac{dT}{T} = \gamma_p \log \text{nat}\, T + C,$$

5	− 12000	0,45	78100
10	− 11800	0,61	78100
15	− 11000	0,81	76000
20	− 10200	1,07	75800
25	− 9600	1,40	74700
30	− 8900	1,82	73600
35	− 8200	2,33	72700
40	− 7500	2,96	71700
45	− 6800	3,72	71000
50	− 6100	4,64	70100
55	− 5500	5,7	69100
60	− 4900	7.0	68300
65	− 4300	8,6	67500
70	− 3600	10,3	66800
75	− 3000	12,4	66100
80	− 2400	14,8	65400
85	− 1800	17,5	64800
90	− 1200	20,8	64100
95	− 600	24,3	63500
100	+ 28.4	28,4	62900
110	+ 1200	38,4	61900
120	+ 2200	50	60800
130	+ 3300	65	59900
140	+ 4300	83	59000
150	+ 5300	105	58200
160	+ 6300	131	57500
170	+ 7300	161	56800
180	+ 8200	196	56100

Wie man sieht, stimmen die Werthe
Columnen genügend überein. Da sich hi
Consequenz der mechanischen Wärmetheo

Eine genauere Formel für die Entropie des flüssigen Wassers kann folgendermaassen gefunden werden. Wir gehen von einer beliebigen Temperatur T und einem beliebigen Drucke p aus. Die Wärme, welche der Masseneinheit flüssigen Wassers zugeführt werden muss, um die Temperatur um dT, den Druck um dp zu steigern, wobei deren ursprüngliches Volumen v und dv wachsen soll, schreiben wir in der Form $dQ = \gamma_v dT + p\,dv$. Beim Atmosphärendruck p_0 sei $v = f$, wobei f eine Func tion von T ist. Bei der Temperatur T und einem anderen Drucke sei $v = f - \omega(p - p_0)$, wobei der Compressionscoefficient ω ebenfalls eine Function der Temperatur ist. Suchen wir hieraus p und substituiren es in dem Ausdrucke für dQ, so folgt:

$$dQ = \gamma_v dT + \left(p_0 + \frac{f - v}{\omega}\right) dv. \tag{3}$$

Wir betrachten hier T und v als die independenten Variabeln. Da dQ/T ein vollständiges Differential sein muss, so hat man

$$\frac{1}{T}\frac{\partial \gamma_v}{\partial v} = \frac{d\left(\frac{f + \omega p_0}{\omega T}\right)}{dT} - v\frac{d\left(\frac{1}{\omega T}\right)}{dT}.$$

Daraus folgt durch Integration:

$$\gamma_v = -\frac{v^2}{2} T\frac{d\left(\frac{1}{\omega T}\right)}{dT} + v T \frac{d\left(\frac{f + \omega p_0}{\omega T}\right)}{dT} + \varphi,$$

wobei φ wieder eine Function von T allein ist, welche sich aus der specifischen Wärme γ_p^0 beim constanten Atmosphärendruck p_0 bestimmt. Bei constantem Atmosphärendruck ist $v = f$, $dv = f' . dT$, wenn f' die Ableitung der Function f ist. Daraus folgt

$$dQ = \gamma_v dT + p_0 f' dT, \qquad \gamma_p^0 = \frac{dQ}{dT} = \gamma_v + p_0 f'.$$

Substituirt man für γ_v obigen Werth und für v den Werth f, so folgt

$$\varphi = \gamma_p^0 - p_0 f' + \frac{f^2}{2} T\frac{d\left(\frac{1}{\omega T}\right)}{dT} - f . T\frac{d\left(\frac{f + \omega p_0}{\omega T}\right)}{dT}.$$

Hiermit ist φ als Function von T bestimmt. Substituirt man diesen Werth wieder in die allgemeine Gleichung (3), und den betreffenden Werth in die Gleichung

— genügender Annäherung $s_1 = \gamma_p^{\nu} \log \text{nat}$:
den kann.

§. 12. Auf Grund der beiden Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie, wie sie von Clausius präcisirt wurden, bewies Hr. Gibbs, dass, wenn dE der Energie eines Körpers beim Uebergang aus einem stationären in einen unendlich nahen Zustand $TdS + \Sigma J dM$ gebracht wird, die Grössen T und J eine Bedeutung haben, sobald für Systeme von n unabhängigen Gleichungen zwischen dem M bestehen. T ist die absolute Temperatur, S die Entropie, M sind gewisse Parameter. Die Entropie zusammen den stationären Zustand. Die meisterhafte Fassung und Begründung dieses Theorems durch Gibbs schien offenbar den Physikern einfach genug. Daher haben sie dasselbe vielfach und in verschiedener Weise variirt, etwa nach Belieben. Man braucht nur überhaupt das Energiedifferential in die Form $\Sigma J dM$ zu bringen, so müssen schon gewisse Eigenschaften haben, oder gar: Es ist ein allgemeines Gesetz, dass sich der jeder Energieart entsprechende Ausdruck in die Form $J dM$ bringen lässt, wo J und M gewissen würdige Eigenschaften haben. Alles das sind Sätze, die nicht vorkommen falsch oder vielmehr den präcisen Lehrsätzen gegenüber unbestimmt und unklar

oluten Temperatur T selbst) als independente Variabeln einühren. Dann wird:

$$dE = T\frac{\partial S}{\partial \Theta}d\Theta + \Sigma\left(J + T\frac{\partial S}{\partial M}\right)dM.$$

)ieser Ausdruck hat auch wieder die Form $\Sigma J\,dM$ und doch berzeugt man sich leicht, dass nun die Coefficienten der dM eineswegs die sonst den Intensitäten zukommenden Eigenchaften haben.[1]) Wenn man daher dE beliebig in diese 'orm bringt, so wird man im allgemeinen seinen Zweck gar icht erreichen. Weiss man nicht schon von anderwärts, wie man u verfahren hat, so braucht man eine bestimmte Regel, und da elang es den Energetikern nicht, an Stelle der Gibbs'schen ine einfachere, ebenfalls richtige zu setzen. Nur bei solchen Energien, die zur Entropie nichts beitragen, wie die rein echanische oder die einer electrostatischen Ladung (nicht nit dem allgemeinen Begriffe electrischer Energie zu verechseln) entfällt das Glied $\partial S/\partial M$ und es bleiben bei Einührung beliebiger Variabeln, so lange man dieselbe M beiehält, auch die Factoren J ihrer Differentiale dieselben.

§ 12. Ferner hat Gibbs nur die Regeln aufgestellt, wann ein System von Körpern im Gleichgewicht ist und in welchem Sinne eine Zustandsänderung möglich ist. Er variirt da den Zustand des Systems, indem er jeden einzelnen Körper desselben in einen anderen unendlich wenig verschiedenen Gleichgewichtszustand übergehen lässt, sodass also dS, dT etc. für jeden Körper bestimmt definirte Grössen sind. Von allen möglichen Variationen betrachtet er jene, für welche $d\Sigma S = 0$ ist. Wenn für alle diese Veränderungen $d\Sigma E \geqq 0$ ist, so sind im ursprünglichen Zustande die Körper untereinander

1) So ist für ein vollkommenes Gas $dE = T\,dS - p\,dv$. Die beiden Factoren T und p bestimmen das Wärme- und Druckgleichgewicht. Führe ich aber statt S und v die independenten Variabeln T und v ein, so ist: $dE = c_v\,dT$, wobei c_v die Wärmecapacität bei constantem Volumen ist. Die Gleichheit dieser Wärmecapacität für zwei Gase, ist keineswegs die Bedingung des Wärmegleichgewichts zwischen denselben. Das Differential dv aber hat jetzt in dem Ausdruck für dE den Factor Null, welcher für alle Körper gleich ist. Es müssten also alle Körper im Druckgleichgewichte stehen. Complicirtere Beispiele liessen sich, soweit über die betreffenden Körper die Daten überhaupt bekannt sind, leicht geben.

zustand maassgebend, von der Art und Weis
ist nirgends die Rede.

Hr. Helm setzt an Stelle dieses Satze
deren, der nur äussere Aehnlichkeit damit ha
schreibt er

$$dQ \text{ für } TdS,$$

setzt also

(5) $$dE = dQ + \Sigma J dM.$$

was im Sinne der Gibbs'schen Methode n
wenn $dQ = TdS$ ist. Beim Uebergange v
gewichtszustande zu einem anderen ist für
kehrbaren Vorgang

(6) $$\int \frac{dQ}{T} < S_2 - S_1.$$

Daraus schliesst nun Hr. Helm, dass auch fi
kleine nicht umkehrbare Veränderung

$$dQ < TdS$$

und daher nach (5)

(7) $$dE < TdS + \Sigma J dM$$

sein müsste. Die Differenz $S_2 - S_1$ der Ungl
nach der gewöhnlichen Auffassung den Zuwa
beim Uebergange von einem Gleichgewichtszu

bestimmt, E ist eine gegebene Function dieser Parameter, deren Differentiation mit Nothwendigkeit die Gleichung

$$dE = TdS + \Sigma J dM$$

liefert. Dann ist also das Ungleichheitszeichen in (7) ausgeschlossen, es mag der Uebergang vom Zustande 1 in den Zustand 2 umkehrbar oder nicht geschehen.

Ist aber der Zustand 1 oder 2 oder beide kein Gleichgewichtszustand, dann gilt schon die zum Beweise benutzte Ungleichung (6) nicht mehr. Ueberhaupt lässt sich dann für den betreffenden Zustand der Werth von S (oft auch von J und M) nicht mehr angeben und die Ungleichung (7) verliert daher ihre Bedeutung.

Dies dürfte am besten an einem Beispiele klar werden. Ein Gas vergrössere in umkehrbarer Weise sein Volum um dv; dann ist

$$dQ = TdS = c_v dT + p dv,$$
$$dE = c_v dT = TdS - p dv.$$

Ein anderes mal werde das Gas, das sich ursprünglich in demselben Anfangszustande (dem Zustande 1) befand, plötzlich mit einem Vacuum dv in Verbindung gesetzt und ströme ohne Widerstand in dasselbe ein, endlich komme es ins Gleichgewicht (Zustand 2). Alle Vorgänge sollen adiabatisch stattfinden. Dann ist

$$dQ = dT = dE = 0$$

aber

$$dS = dl(T^{c_v} v^R) = \frac{R\,dv}{v},$$

daher wieder

$$dE = TdS - p dv.$$

R ist die Gasconstante, c_v die specifische Wärme bei constantem Volumen. Ist daher der Zustand 2 der stationäre Endzustand, so gilt das Gleichheitszeichen, ob der Uebergang umkehrbar oder nicht stattfindet.

Versteht man aber unter dem Zustande 2 einen Zustand fehlenden Gleichgewichtes, der zwischen dem Anfangs- und Endzustande in der Mitte liegt, was ist dann unter den Buchstaben S und p der Umgleichung (7) zu verstehen? Ist unter TdS und pdv die Summe aller für jedes Volumenelement

gebildeten Producte, ist unter dE der gesammte Energiezuwachs aller Volumenelemente mit Ein- oder Ausschluss der kinetischen Energie zu verstehen? Soll die Ungleichung (7) bloss beim Uebergange von einem Gleichgewichtszustande zu einem Zustande fehlenden Gleichgewichtes gelten? Eine Angabe hierüber findet sich bei Hrn. Helm nicht. Soviel ist sicher, dass die Ungleichung (7) nicht beim Uebergange von einem beliebigen Zwischenzustande (3) zu einem beliebigen andern (4) gelten kann; denn da für den Uebergang von dem Anfangsgleichgewichtszustande zu dem Endzustande, der wieder Gleichgewichtszustand ist, die Gleichung

$$dE - TdS + p\,dv = 0 \tag{8}$$

besteht, so kann die in dieser Gleichung linker Hand stehende Grösse beim Uebergang von einem beliebigen Zwischenzustand (3) zu einem beliebigen späteren (4) unmöglich immer negativ sein. Es müsste sonst auch die Summe aller dieser Grössen, also der Werth, der sich für den Ausdruck (8) beim Uebergang vom stationären Anfangszustande zum stationären Endzustande ergiebt, negativ sein.

Es ist wieder die Gibbs'sche Ausdrucksweise vollkommen klar, die neuere aber nur eine Verschlechterung, die schon zu zahlreichen Missverständnissen geführt hat, wie die Behauptung des Hrn. Helm[1]), dass für einen Kreisprocess die Entropie eines Körpers zugenommen haben könne. Diese Behauptung zog er, wie ich glaube, selbst in seinem Vortrage in Lübeck zurück, auf dessen Einzelheiten ich hier nicht eingehen kann, da ich dieselben beim mündlichen Vortrage nicht verstand und dieser noch nicht gedruckt vorliegt.

§ 15. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, dass es eine grosse Täuschung wäre zu glauben, das, was Hr. Helm[2]) in seiner mathematischen Chemie S. 43 ausführt, sei das bekannte Gibbssche Theorem, dass bei constanter Energie und bei constantem Volumen die Summe der Entropien aller ein System bildender Körper stets zunehmen, bei constantem Volumen und constanter Entropie daher die Energie abnehmen muss; denn Gibbs wendet dieses Theorem an auf den Uebergang von

1) Helm, Wied. Ann. Beilage zu Heft 6. p. IX. 1895.

2) Helm, Mathemat. Chem. p. 43. Leipzig, W. Engelmann, 1894.

einem Zustande, in dem sich jeder Körper des Systems für sich in einem Gleichgewichtszustande befindet, in einen unendlich nahen anderen derartigen Zustand. Es ist also für jeden Körper E eine gegebene Function von S, v und den anderen Parametern M. Ebenso ist dE eine gegebene Function dieser Variabeln und deren Differenziale. Aus dem obigen Satze wird dann geschlossen, dass

$$\sum\sum \frac{\partial E}{\partial M} dM \geqq 0$$

sein muss bei constantem S und v.

In dem Falle, den Hr. Helm betrachtet, existiren aber ausser S und v gar keine Parameter. Wendet man hierauf den Gibbs'chen Satz an, so muss E, da es eine Function von S und v ist, sobald S und v constant sind, ebenfalls constant sein. Dass dann $dE < 0$ wäre, hätte nach Gibbs keinen Sinn. Der Satz, den Hr. Helm ausspricht, bezieht sich daher auf ganz etwas anderes. Er setzt nicht bloss voraus, dass der Uebergang auf nicht umkehrbarem Wege geschieht; denn wenn Anfangszustand und Endzustand Gleichgewichtszustände wären, so müsste noch immer E eine gegebene Function von S und v sein und daher bei gleichem Werthe der letzteren Variabeln auch E denselben Werth haben; sondern Hrn. Helm's Satz fordert, dass entweder der Anfangszustand oder der Endzustand oder beide selbst nicht Gleichgewichtszustände sind. Da ich aber für diesen Fall den Werth von S nicht kenne, so wäre eine nähere Erläuterung Hrn. Helm's, in welchem Sinn sein Satz gemeint ist, sehr wünschenswerth, ob er beim Uebergang von einem Gleichgewichtszustande zum einem Zustande fehlenden Gleichgewichts oder für einen umgekehrten Uebergang gelte (denn für beide Arten von Uebergängen kann er unmöglich gelten), endlich, ob sich daraus ähnliche Consequenzen wie aus dem Gibbs'schen Satze ziehen lassen.

Es ist eine Thatsache, dass bei Veränderungen, die von der Umkehrbarkeit nicht sehr bedeutend abweichen, noch jedem Volumenelemente nahezu eine angebbare Temperatur, ein angebbarer Druck[1]) etc. zugeschrieben werden kann, dass man

1) Freilich nicht mehr eine bestimmte Volumenergie, da der Druck nicht mehr genau senkrecht auf der gedrückten Fläche steht. Noch

daher an eine Anwendung der Sätze der Energetik auf die einzelnen Volumenelemente statt auf die Körper als Ganzes in diesem Falle denken kann. Dass dies aber bei sehr turbulenten Vorgängen auch noch möglich sei, ist eine vorläufig völlig unbewiesene Hypothese. Viele Umstände weisen sogar darauf hin, dass die Unterscheidung zwischen qualitativ verschiedenen Energiearten ein nur für nahe stationäre Zustände empfehlenswerthes Eintheilungsprincip ist, das bei sehr turbulenter Bewegung versagt, da dann bei gewissen Energiebeträgen nicht mehr unterschieden werden kann, ob sie als kinetische oder Wärmeenergie etc. aufzufassen sind. Dann wäre die Beschreibung der bei turbulenter Bewegung stattfindenden Wärmeleitung, Diffusion, Wärmeerzeugung durch innere Reibung, der Vorgänge der Explosion etc. durch die Formeln der heutigen Energetik von vorn herein ausgeschlossen. Diese wären nur Grenzfälle, denen sich die Gesetze für nahe stationäre Bewegung assymptotisch nähern.

§ 16. Es scheint mir auch nicht zutreffend, wenn Hr. Ostwald (Lehrbuch p. 472) den zweiten Hauptsatz mit dem Satze identificirt, dass, wenn zwei Intensitäten einer dritten gleich sind, sie untereinander gleich sein müssen (Satz α). Aus dem zweiten Hauptsatze folgt zwar dieser Satz α für die Temperatur dreier direct miteinander in Verbindung stehender Körper. Aber letzterer Satz ist viel specieller als der zweite Hauptsatz, welcher zudem besagt, dass auch durch beliebige Kreisprocesse mit neuen Körpern, wobei vorübergehend andere Energien entstehen, durch Concentration der Wärmestrahlung durch Linsen etc. nicht Wärme von dem einen zum andern Körper ohne irgend eine Compensation übergeführt werden kann. Ja in seiner allgemeinsten Fassung sagt der zweite Hauptsatz sogar aus. dass beliebige auch turbulente Vorgänge sich nur immer in einem bestimmten Sinne abspielen.

Umgekehrt folgt wieder aus dem Satze α keineswegs allgemein, dass eine fortwährend abwechselnde Umwandlung einer Energieform in eine andere und hernach wieder umgekehrt unmöglich sei. Eine solche kommt ja schon beim schwingenden

---

weniger können die elastischen Kräfte in einem festen Körper durch Volumenergie allein charakterisirt werden. Da musste an Stelle derselben eine Deformationsenergie treten.

Pendel vor, und dass dieses immer Bewegungshindernisse findet, folgt offenbar keineswegs aus dem Satze α.

Einen anderen verdächtigen Umstand will ich an einem Beispiele erörtern. Es seien in einer in sich zurücklaufenden Röhre von überall gleichem Querschnitte drei Gase A, B, C vorhanden, welche voneinander durch drei bewegliche Stempel getrennt sind. Nehmen wir an, dass das Gas A denselben Druck wie das Gas B und auch wie das Gas C hätte, aber dass daraus nicht folgen würde, dass auch B und C denselben Druck haben. Es wäre z. B. der Druck von B grösser als der von C. Alle Drucke zusammen würden dann eine resultirende Kraft liefern, welche das System aller drei Gase mit allen drei Stempeln in der Röhre im Kreise herumtreiben würde, was offenbar ein perpetuum mobile erster Art wäre, also dem ersten, nicht dem zweiten Hauptsatze widerspräche. Es kann daher nicht richtig sein, wenn Hr. Ostwald p. 474 behauptet, der Druck spiele bei der Volumenenergie die gleiche Rolle, wie die Temperatur bei der Wärmemenge.

Durchaus nicht einverstanden bin ich auch damit, wenn Hr. Ostwald die Dissipation der Energie ganz auf Rechnung der strahlenden Energie setzt. Der Kürze halber will ich hierauf, sowie auf das Verhältniss der Energetik zur Electricitätslehre und verschiedene andere Punkte nicht weiter eingehen, gewiss nicht deshalb, weil ich dagegen weniger zu sagen hätte.

III. Ueber Hrn. Ostwald's Vortrag über den wissenschaftlichen Materialismus.

§ 17. Nur noch einige Worte über den Vortrag, den Hr. Ostwald in der letzten allgemeinen Sitzung zu Lübeck gegen den wissenschaftlichen Materialismus hielt, mögen mir gestattet sein. Derselbe ist freilich der Hauptsache nach an ein grösseres Publikum gerichtet; er arbeitet mehr mit Gleichnissen und allgemeinen Betrachtungen, auf welche hier einzugehen sich von selbst verbietet, da sie, wenn auch noch so glänzend dargestellt, weder beweisen noch widerlegen. Allein manchem ist doch mit so hervorragender Beredtsamkeit der Schein strenger Logik verliehen, dass ich ein näheres Ein-

gehen wenigstens auf einzelne Punkte dieses Vortrages hier für gerechtfertigt halte.

Ich glaube dies um so mehr thun zu sollen, als bereits mehrfach junge Leute sich dem mühelosere Ernte versprechenden Gebiete der Energetik zuwenden, welche die zu einer erfolgreichen Thätigkeit auf dem Gebiete der theoretischen Physik nöthige mathematische Kritik nicht besitzen.

§ 18. Wenn Hr. Ostwald dagegen ankämpft, dass heute jedermann die Atome und Kräfte sich als die letzten Realitäten denke, dass man die Erreichbarkeit des Ideals der Laplace'schen Weltformel für gewiss, den Beweis dafür für erbracht halte, kämpft er gegen eine durchaus nicht mehr vorhandene Anschauung an. Die Kraft hält wohl kaum irgend jemand mehr für eine Realität; niemand behauptet, dass der Beweis erbracht worden sei, dass sich die Gesammtheit der Naturerscheinungen unzweifelhaft mechanisch erklären lasse. Lässt sich aber die Gesammtheit nicht erklären, so gilt dies auch von keinem einzelnen Erscheinungsgebiete in allen damit zusammenhängenden Gebieten und Beziehungen, da jedes mit allen anderen zusammenhängt. Ich selbst habe einmal eine Lanze für die mechanische Naturanschauung gebrochen, aber nur in dem Sinne, dass sie ein kolossaler Fortschritt gegenüber der früheren rein mystischen ist. Dagegen war die Ansicht, dass es keine andere Naturerklärung geben könne, als die aus der Bewegung materieller Punkte, deren Gesetze durch Centralkräfte bestimmt sind, schon vor Hrn. Ostwald's Ausführungen längst fast allgemein verlassen.

Wir sind heute viel vorsichtiger; diese Vorstellung ist uns nur ein Bild, das wir nicht anbeten, das möglicherweise der Vollendung fähig ist, möglicherweise aber auch einst ganz zu verlassen sein wird. Heute aber ist es uns jedenfalls noch von dem grössten Werthe, als das einzig consequent durchgeführte in vielen wichtigen Zügen mit der Erfahrung übereinstimmende Bild, das wir besitzen.

Die präcise Beschreibung der Naturerscheinungen möglichst unabhängig von allen Hypothesen, hält man heute allgemein für das allerwichtigste. Ich citire da nur Maxwell's Abhandlung[1]) über Faraday's Kraftlinien aus dem Jahre 1856,

1) Maxwell, Ostwald's Classiker Nr. 69.

wo auch schon die verschiedenen optischen Hypothesen ganz im Ostwald'schen Sinne gewürdigt werden, ferner die Einleitung zu Hertz' Buch „über die Ausbreitung der electrischen Kraft" aus dem Jahre 1892, endlich die Rede, mit welcher der englische Premierminister Lord Salisbury die Oxforder Versammlung der British Association 1894 eröffnete. Auch die Gastheorie betrachtet schon lange nicht mehr die Molecüle ausschliesslich als Aggregate materieller Punkte, sondern als unbekannte, durch generalisirte Coordinaten bestimmte Systeme.

Darin also, dass der Weiterbildung jeder Ansicht freier Spielraum zu gewähren sei, sind wir einig. Dagegen scheint mir alles, womit Hr. Ostwald zu beweisen sucht, dass die Anschauungen der alten theoretischen Physik unhaltbar seien oder gar, dass ihnen die der Energetik schon heute vorzuziehen seien, unbegründet.

Er sagt im allgemeinen, dass die heute üblichen Methoden der theoretischen Physik viele Lücken aufweisen und noch weit davon entfernt sind, eine consequente, vollkommen klare Beschreibung aller Naturerscheinungen zu liefern. Nun weist aber die Energetik noch viel grössere Lücken auf, ihre Beschreibung der Naturerscheinungen ist noch viel unklarer. Daraus schliesst er nicht etwa, man solle die Energetik vorläufig weiter gewähren lassen, sondern die gegenwärtigen Anschauungen der theoretischen Physik seien vollständig zu verlassen und durch die der Energetik zu ersetzen. Man solle sich überhaupt kein Bild der Wirklichkeit machen. Aber sind denn alle menschlichen Gedanken etwas anderes als Bilder der Wirklichkeit? Nur von der Gottheit soll und kann man sich kein Bild machen; diese bleibt aber deshalb auch ewig gleich unbegreiflich. Man solle auf jede Anschauung verzichten; die Gefahr, die darin liegt, haben aber eben alle im Vorhergehenden gerügten Fehlschlüsse bewiesen.

§ 19. Ich will mich nun nicht mehr mit philosophischen Allgemeinheiten beschäftigen, wie mit der Frage, ob wir den Stock fühlen oder dessen Energie oder Schwingungen unserer Nerven oder des Centralorgans oder etwas, was hinter all dem liegt, oder ob ein Gläubiger zufrieden sein wird, wenn wir ihn statt mit materiellem Gelde mit gesprochener oder thätlicher Energie

bezahlen. Ebensowenig frage ich, ob, wie Hr. Ostwald meint, die wirkliche Welt ein Specialfall aller möglichen, oder ob letztere nur phantastische Combinationen des Wirklichen in etwas veränderter Anordnung sind. Auch der Schwierigkeiten, welche sich bei Annahme einer kinetischen Energie ohne allen Träger derselben factisch ergeben, habe ich schon in § 6 gedacht. Ich will daher jetzt nur noch suchen, wo sich unter den Argumenten, womit Hr. Ostwald zu beweisen sucht, dass die mechanische Weltanschauung mit unzweifelhaften und allgemein erkannten Wahrheiten in Widerspruch steht, etwas sachlich greifbares findet, und dies dann bruchstückweise, wie ich es gerade finde, auf seine Richtigkeit prüfen.

§ 20. Dass sowohl Eisen als auch Sauerstoff aus winzig kleinen Theilchen von gänzlich unbekannter Natur bestehen, durch deren innige Mischung (Paarung) das Eisenoxydul entsteht, wurde seit jeher als eine Hypothese bezeichnet. Ihre Annahme ist im Stande, uns vollständig begreiflich zu machen, dass das Gemisch eine so bedeutend andere Wirkung auf unsere Sinne ausübt und wiederum in seine Bestandtheile zerlegt werden kann. Durch das Wort Hypothese ist aber schon ausgedrückt, dass diese Annahme über die beobachtete Thatsache des fast sprungweisen Wechsels der Eigenschaften hinausgeht und dass die Möglichkeit einer ganz anderen Erklärung oder, wenn man will, einer noch einfacheren und übersichtlicheren Beschreibung dieses Wechsels nicht ausgeschlossen ist. Dabei bleibt aber umgekehrt die Möglichkeit bestehen, dass sich noch zahlreiche Consequenzen der alten Hypothese bestätigen, dass wir dadurch eine etwas klarere Vorstellung erhalten, wie wir uns die Atome zu denken haben und daher noch lange (ob für immer, bleibt eben unentschieden) die Beibehaltung dieser Hypothese mindestens neben der blossen Beschreibung der Gesetze der Vorgänge höchst nützlich ist.

Man muss durch die neuen erkenntnisstheoretischen Dogmen ganz befangen sein, um zu behaupten, obige Hypothese zur Erklärung der chemischen Verbindungen sei von einem reinen Nonsens nicht weit entfernt. Weil die sinnfälligen Eigenschaften das einzige uns direct Zugängliche seien, sei es absurd, zu behaupten, dass eine innige Mischung nicht auch andere sinnfällige Eigenschaften haben könne, als die Be-

standtheile. Hat doch schon in einem Brei das Wasser und das verwendete Pulver vieles von den sinnfälligen Eigenschaften verloren und doch sind die Theilchen des letzteren mit dem Mikroskop noch sichtbar. Beim Eisenoxydul ist die Hypothese, dass eine Mischung vorliege, natürlich viel weniger sicher, als beim Brei; die Möglichkeit, dass erstere Hypothese einmal durch eine andere verdrängt werden wird, soll zugegeben werden; aber dass sie, wenn richtig verstanden, ein Unsinn sei, das zu behaupten — ist ein Unding.

Ueberhaupt hat das Misstrauen zu den aus den directen Sinneswahrnehmungen erst abgeleiteten Vorstellungen zu dem dem früheren naiven Glauben entgegengesetzten Extreme geführt. Nur die Sinneswahrnehmungen sind uns gegeben, daher — heisst es — darf man keinen Schritt darüber hinausgehen. Aber wäre man consequent, so müsste man weiter fragen: Sind uns auch unsere gestrigen Sinneswahrnehmungen gegeben? Unmittelbar gegeben ist uns doch nur die eine Sinneswahrnehmung oder der eine Gedanke, den wir jetzt im Moment denken. Wäre man consequent, so müsste man nicht nur alle anderen Wesen ausser dem eigenen Ich, sondern sogar alle Vorstellungen, die man zu allen früheren Zeiten hatte, leugnen. Woher weiss ich denn davon? Durch Erinnerung; aber woher weiss ich, dass nicht bloss die Erinnerung vorhanden ist, die Wahrnehmung aber, auf die ich mich erinnere, niemals vorhanden war, wie das bei Irren fortwährend und hie und da auch bei Nichtirren vorkommt. Will man also nicht zum Schlusse kommen, dass überhaupt nur die Vorstellung, die ich momentan habe und sonst gar nichts existirt, was schon durch den Nutzen des Wissens für die Handlungsweise widerlegt wird, so muss man schliesslich bei aller dabei nöthigen Vorsicht doch unsere Fähigkeit aus den Wahrnehmungen auf etwas, das wir nicht wahrnehmen, Schlüsse zu ziehen, zugeben, die wir freilich immer zu corrigiren haben, sobald sie mit Wahrnehmungen in Widerspruch kommen. So schliesst jeder auf das Vorhandensein anderer Personen ausser ihm. Betrachten wir ein anderes Beispiel. Ich halte für wahrscheinlich, dass auf dem Mars Meere, Festlande, Schnee existiren, sogar, dass um andere Fixsterne sich Planeten ähnlich der Erde drehen, dass unter denselben wohl noch der eine oder

andere mit Lebewesen, die uns ähnlich, aber auch in manchem von uns verschieden sind, bevölkert ist. Wollte man mit Hrn. Ostwald schliessen, so müsste man sagen: Ich habe keine Aussicht, je davon etwas wahrzunehmen, ja die ganze Menschheit hat keine Aussicht, von Lebewesen, die die Planeten eines anderen Fixsterns bevölkern, etwas wahrzunehmen. Nun existiren aber bloss unsere Wahrnehmungen, daher können auf den Planeten eines anderen Fixsterns keine Lebewesen existiren.

§ 21. Hr. Ostwald schliesst aus dem Umstande, dass man in den mechanischen Differentialgleichungen, ohne sie sonst zu ändern, das Vorzeichen der Zeit umkehren kann, dass die mechanische Weltauffassung nicht erklären könne, warum in der Natur die Vorgänge sich immer mit Vorliebe in einem bestimmten Sinne abspielen. Dabei scheint mir übersehen zu sein, dass die mechanischen Vorgänge nicht bloss durch die Differentialgleichungen, sondern auch durch die Anfangsbedingungen bestimmt sind. Im directen Gegensatz zu Hrn. Ostwald habe ich es als eine der glänzendsten Bestätigungen der mechanischen Naturanschauung bezeichnet, dass dieselbe ein ausserordentlich gutes Bild von der Dissipation der Energie liefert, sobald man annimmt, dass die Welt von einem Anfangszustande ausging, der bestimmte Bedingungen erfüllt und den ich dort als einen unwahrscheinlichen Zustand bezeichnete.[1]) Hier kann ich nur von der dabei zu Grunde liegenden Idee durch ein ganz einfaches Beispiel einen Begriff zu geben suchen. In der Trommel, aus welcher beim Lottospiel die Nummern gezogen und in welcher dieselben gemischt werden, sollen zweierlei Kugeln (weisse und schwarze) ursprünglich geordnet liegen, z. B. oben die weissen, unten die schwarzen. Nun soll durch irgend eine Maschine die Trommel beliebig lange gedreht werden. Niemand wird zweifeln, dass wir es im Verlaufe dieser Drehung mit einem lediglich mechanischen Vorgange zu thun haben und doch werden dabei die Kugeln immer mehr gemischt werden, d. h. es wird immer die Tendenz bestehen, dass ihre Vertheilung sich in einem bestimmten

1) Vgl. mein Buch „Ueber Gastheorie" §§ 8 und 19 (J. A. Barth, Leipzig, 1896).

Sinne (der vollständigen Mischung zueilend) ändert. Gerade so wird die Welt, wenn sie von einem Zustande ausging, in welchem die Anordnung der Atome und ihrer Geschwindigkeiten gewisse Regelmässigkeiten zeigte, durch die mechanischen Kräfte mit Vorliebe solche Veränderungen erfahren, wobei diese Regelmässigkeiten zerstört werden. Wie diese Regelmässigkeiten entstanden sind, kommt hierbei natürlich ebensowenig in Frage, als wie die Atome und die Bewegungsgesetze derselben entstanden sind.

§ 22. Hr. Ostwald würde gewiss nicht behaupten, dass der Druck keine gerichtete Grösse sei, wenn er berücksichtigte, dass bei jeder Bewegung eines Gases im allgemeinen Gasreibung auftritt. Bei derselben ist aber der Druck nicht mehr nach allen Richtungen gleich und nicht mehr senkrecht auf der gedrückten Fläche; er ist ein mit der Richtung der Normalen zu dieser Fläche nicht zusammenfallender Vector, dessen Lage durch besondere Richtungscosinus bestimmt werden muss. Gerade diese Verhältnisse werden durch die Gastheorie sehr gut erklärt.

§ 23. Auch wer die Möglichkeit einer mechanischen Naturerklärung nicht leugnet, wird diese doch für ein äusserst schwieriges Problem halten, ja für eines der schwierigsten, welche es für den menschlichen Geist überhaupt gibt. Dass daher viele Versuche, dieses Problem zu lösen, missglückt sind, wird niemanden wundern. So sind die Emanationstheorie des Lichtes, die Theorie des Wärmestoffes und der electrischen und magnetischen Fluida, von denen die letztere im Weber'schen Gesetze gipfelte, zwar zur Versinnlichung gewisser Gesetze noch immer nützlich, doch sind sie als Hypothesen ein überwundener Standpunkt. Aber man kann doch keineswegs sagen, dass jede mechanische Hypothese abgewirthschaftet hat. Zu den uralten mechanischen Theorien sind auch die mechanische Theorie des Schalles, die Hypothese, dass die Sterne riesige, Millionen von Meilen weit entfernte Körper, viel grösser als die Erde sind und viele ähnliche Anschauungen zu zählen, welche ja auch ursprünglich Hypothesen waren und erst mit der Zeit allmählich fast bis zur Gewissheit sich bestätigten. Wenn wir alle Hypothesen, die zur Gewissheit wurden, nicht mitzählen und an alle zweifelhaften nicht glauben, so dürfen wir

uns freilich nicht wundern, wenn nichts mehr übrig bleibt. Aber auch abgesehen hiervon sind die gewissermaassen von Demokrit datirende Atomtheorie, die von Bernoulli und Rumford stammende specielle mechanische Wärmetheorie, die mechanischen Bilder der Chemie, Krystallographie, Electrolyse etc. noch heute in Ansehen und in steter Entwickelung begriffen, ja selbst die Undulationstheorie des Lichtes ist durch die electromagnetische Lichttheorie keineswegs einfach beseitigt, wenn sie auch sicher bedeutender Veränderungen bedarf. Denn wenn die Erklärung der Electricität vom Standpunkte der heutigen oder wohl auch einer weiter entwickelten Mechanik gelingen sollte, wovon die Möglichkeit nicht erwiesen, aber auch nicht widerlegt ist, so können ganz gut die rasch wechselnden dielectrischen Polarisationen, welche nach der electromagnetischen Lichttheorie das Wesen des Lichtes bilden, wieder mit einem Hin- und Herschwingen von Theilchen identisch werden. Wir haben also hier Erfolge, denen alle philosophischen Naturanschaungen von Hegel bis Ostwald einfach nichts entgegenzusetzen haben.

§ 24. Ich komme zum Schlusse. Es ist in erster Linie eine möglichst hypothesenfreie Naturbeschreibung anzustreben; dies geschieht am klarsten in der von Kirchhoff, Clausius (in seiner allgemeinen Wärmetheorie), v. Helmholtz, Gibbs, Hertz etc. ausgebildeten Form. Die Ausdrucksweise der Energetik hat sich hierzu bisher wenig geeignet erwiesen. Ebenso muss der pädagogische Werth der Energetik wenigstens in ihrer heutigen Form bestritten werden, ja ihre Weiterentwickelung in dieser Form wäre geradezu für die präcise Naturauffassung verhängnissvoll. So enthält z. B. der allgemeine Theil eines grossen Lehrbuchs der Chemie infolge des Vorherrschens der energetischen Ausdrucksweise zahlreiche Stellen, welche auf den Studirenden verwirrend wirken müssen.

Neben dieser allgemeinen theoretischen Physik sind die Bilder der mechanischen Physik sowohl um neues zu finden, als auch um die Ideen zu ordnen, übersichtlich darzustellen und im Gedächtniss zu behalten, äusserst nützlich und noch heute fortzupflegen. Die Möglichkeit einer mechanischen Erklärung der ganzen Natur ist nicht bewiesen, ja, dass wir dieses Ziel vollkommen erreichen werden, kaum denkbar.

Doch ist ebensowenig bewiesen, dass wir darin nicht noch vielleicht grosse Fortschritte machen werden und daraus noch vielfachen neuen Nutzen ziehen können. Niemand kann weiter davon entfernt sein, als die Vertreter der heutigen theoretischen Physik, zu behaupten, dass man sicher wisse, dass die in derselben herausgebildeten Denkformen sich ewig als die passendsten erweisen werden. Niemand kann weiter davon entfernt sein, Versuchen andere Denkformen auszubilden, etwas in den Weg stellen oder sie von vorn herein als verfehlt erklären zu wollen. Doch dürfen dieselben auch nicht, bevor sie wirkliche Erfolge erreicht haben, polemisch gegen die altbewährten Denkformen auftreten oder diese gar als nur wenig verschieden vom völligen Unsinn bezeichnen. Die Ausdrucksweise der allgemeinen theoretischen Physik ist vielmehr heute noch die zweckmässigste und praktischste, die uralten Bilder der mechanischen Physik sind noch keineswegs überflüssig. Niemand weiss, ob dies immer der Fall sein wird, doch wäre es völlig müssig, sich über die Frage, welche Denkformen nach Jahrhunderten die zweckmässigsten sein werden, schon heute den Kopf zu zerbrechen. In diesem Sinne bin ich auch weit entfernt, die Möglichkeit zu leugnen, dass die Weiterentwickelung der Energetik für die Wissenschaft noch von grösstem Nutzen sein wird. Nur darf dieselbe nicht so geschehen, wie es in neuester Zeit von einigen Forschern versucht wurde, die sich (nach meiner Meinung nicht mit Recht) für Nachfolger Gibbs' halten.

Wien, den 2. November 1895.

6. *Gegen die neuere Energetik; von Max Planck.*

Bald nach der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents durch R. Mayer und J. G. Joule, im Jahre 1853, veröffentlichte der englische Physiker W. J. M. Rankine[1]) einen Aufsatz „On the general law of the transformation of energy", in welchem er den Versuch machte, durch Eintheilung der Energie in verschiedene Formen und Zerlegung einzelner derselben in zwei Factoren das Carnot'sche Princip zu einem allgemeinen Gesetz zu erweitern, welches sämmtliche Naturvorgänge umfassen sollte. Er liess später seiner Arbeit noch mehrere andere über dasselbe Thema folgen, doch weder ihm noch einem anderen Physiker gelang es, mit dieser Methode nennenswerthe Resultate zu erzielen, sodass sie keine allgemeinere Beachtung fand und schliesslich ziemlich in Vergessenheit gerieth. Auf geraume Zeit blieb es dann mit dieser von Rankine als Energetik bezeichneten Richtung ganz stille. Inzwischen formulirte Clausius seinen „zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie", entdeckte im weiteren Verfolg seiner Untersuchungen den Begriff der Entropie, und nun begann eine lange Reihe fruchtbarer Anwendungen dieses Satzes, durch Clausius selber, Lord Kelvin, Gibbs, v. Helmholtz u. A., — Anwendungen, die auf den verschiedensten Gebieten der Physik und Chemie neues Licht über die wechselseitige Abhängigkeit der Erscheinungen verbreitet haben und durch die Erfahrung ausnahmslos bestätigt worden sind.

Nachdem nun so durch eine Anzahl ausgezeichneter Arbeiten die denkbar festeste Grundlage für eine solide Weiterbildung der thermodynamischen Principien geschaffen worden war, ist in neuerer Zeit die Energetik, unabhängig von Rankine, aber im wesentlichen von denselben Ideen ausgehend, wiederum auf den Plan getreten, indem sie die in der Thermodynamik gefundenen Sätze von einem veränderten, scheinbar universelleren, Standpunkt aus betrachtet und sie dann mit so

1) Rankine, Phil. Mag. (4) 5. p. 106. 1853.

einfachen Mitteln ableitet, dass man ihren Inhalt ohne erhebliche Mühe sozusagen direct hinschreiben kann. Weiter aber erhebt sie sich vermöge ihrer allgemeineren Methodik hoch über die bisher auf den einzelnen Gebieten der Physik ausgebildeten Theorien, sie verspricht noch ganz andere Probleme lösen zu wollen, als diese es je vermocht haben, und nimmt neuerdings sogar den Kampf mit der mechanischen Naturanschauung auf, welcher die Naturwissenschaft doch schon so grosse Erfolge verdankt.

Ich beabsichtige an dieser Stelle nicht, für die mechanische Naturanschauung in die Schranken zu treten; dazu würden tiefgehende und zum Theil sehr schwierige Untersuchungen gehören. Hier handelt es sich um viel elementarere Dinge, nämlich um die Frage nach der mathematischen Berechtigung der neueren Energetik überhaupt. Denn schon die Untersuchung dieser Vorfrage führt jeden Fachkundigen zu dem unvermeidlichen Schluss, dass der neueren Energetik jede feste Grundlage mangelt, dass ihre einfachen Beweise gerade da, wo sie am wichtigsten wären, Scheinbeweise sind, und dass sie daher an die wirklichen Probleme gar nicht einmal hinanreicht, geschweige denn irgend etwas zu ihrer Lösung beizutragen vermag.

Zum Belege dieser Behauptung diene die Kritik eines der charakteristischen Begriffe der Energetik: der *Volumenenergie*. Von der Volumenenergie ist in den Schriften der Energetiker gegenwärtig so häufig die Rede, dass manche Physiker und Chemiker, die der Energetik an und für sich noch ferner stehen, sich an diesen Namen gewissermaassen schon gewöhnt haben, und den Ursprung des entsprechenden Begriffes keiner besonderen Prüfung mehr unterziehen. Und doch lehrt eine solche Prüfung sehr bald, dass die Volumenenergie, kurz und bündig gesprochen, ein mathematisches Unding vorstellt, nämlich eine Grösse, die in Wirklichkeit gar keine ist. Denn von einer physikalischen Grösse, und zumal von einer Energiegrösse die doch in der Energetik die Substanz κατ' ἐξοχήν repräsentirt, muss man vor allen Dingen verlangen, dass sie durch den chemischen und physikalischen Zustand des betreffenden Systems auch wirklich bestimmt ist, in der Weise, dass, wenn das System nach beliebigen Veränderungen wieder in einen früheren

Zustandsänderung erleidet, und sein W
Zustandsänderung bestimmt. Führt man
eine fortlaufende Reihe von Zustandsände
einen Carnot'schen Kreisprocess, in sein
stand zurück, so müsste nach dem obenge
seinen alten Zustand wieder einnimmt, a
energie wieder die alte, mithin ihre Gesa
Null sein. Es ist aber wohl bekannt, dass
mit jenem Integral durchaus nicht der Fa
das Gas bei einem solchen Kreisprocess
den Umständen positive oder negative Arl
hat es überhaupt gar keinen Sinn, von ei
des Gases zu reden, als von einer physika
der gerechnet werden kann.

Man wende hier nicht ein, dass es n
soluten Werth der Volumenenergie, sonde
eine Differenz ankomme. Allerdings komn
Differenz an, aber die Differenz der Volum
bestimmten Zuständen muss eben eine ga
und darf nicht, wie das obige Integral, da
welchem Wege man das Gas aus dem ein
anderen bringt.

Clausius hielt diesen Umstand für

fernerer Uebelstand, welcher bisher, wie ich mehrfach vernommen habe, die Benutzung meiner Abhandlungen beeinträchtigte, bestand in der Schwierigkeit, welche sie an manchen Stellen dem Verständniss darboten. Die mechanische Wärmetheorie hat neue Ideen in die Wissenschaft eingeführt, welche von den früher verbreiteten Ansichten abweichen, und sie erforderte daher auch eigenthümliche mathematische Betrachtungen. Besonders ist eine gewisse Art von Differentialgleichungen zu erwähnen, welche ich in meinen Untersuchungen angewendet habe, und welche von den sonst gewöhnlich vorkommenden in einem wesentlichen Punkte verschieden sind, wodurch, wenn man den Unterschied nicht genau beachtet, Missverständnisse entstehen können. Die Bedeutung und die Behandlungsart dieser Differentialgleichungen sind zwar schon längst durch Monge festgestellt, scheinen aber nicht allgemein genug bekannt zu sein, denn in der That hat eine unrichtige Auffassung dieser Gleichungen einen heftigen Angriff gegen meine Theorie veranlasst."

Der Inhalt jener Einleitung betrifft gerade die Behandlung derartiger Differentialausdrücke, die, wie pdv, sich nicht allgemein integriren lassen und daher auch nicht als vollständiges Differential einer Grösse, welche vom physikalischen Zustand abhängt, angesehen werden können.

Auch in der zweiten Auflage seines Buches (1876) hat Clausius mit derselben Entschiedenheit auf diesen Punkt hingewiesen (§ 3 der mathematischen Einleitung), ohne leider, wie man sieht, allenthalben die nöthige Beachtung gefunden zu haben.

Der vorliegenden Stichprobe, welche zur principiellen Unhaltbarkeit eines der Hauptbegriffe der Energetik geführt hat, lässt sich noch eine Reihe anderer hinzufügen, mit dem nämlichen Ergebniss; doch kann ich hier auf die Besprechung weiterer Punkte verzichten, zumal ich im nächsten Jahre Gelegenheit haben werde, die Begriffe und Resultate der Thermodynamik in einer besonderen ausführlichen Darstellung zusammenzufassen.

Auf der anderen Seite ist nun nicht zu leugnen, dass der Energetik, vermöge ihrer Beziehungen zum Princip der Erhaltung der Energie, ein gewisser gesunder Kern innewohnt,

der zugleich die besondere Anziehungskraft zu erklären geeignet ist, welche die energetische Richtung auf manche Naturforscher ausübt. Aber es fällt einem in derartigen Untersuchungen Geübten nicht schwer, schon jetzt zu übersehen, dass eine nach Gebühr von ihren augenblicklichen Auswüchsen befreite Energetik ihre Anwendbarkeit auf ein Gebiet beschränkt sehen wird, dessen Umfang sich ungemein bescheiden ausnimmt gegenüber den hohen Ansprüchen, mit denen sie gegenwärtig auftritt; und zwar will es eine grausame Fügung des Schicksals, dass dieses Gebiet gerade dasjenige ist, auf welches sie, als auf einen engen Specialfall, gerne mit einer gewissen Geringschätzung herabblickt, nämlich die Mechanik, sofern man von der Reibung, der Diffusion, der unvollkommenen Elasticität und verwandten Vorgängen absieht, ferner die Electrodynamik, einschliesslich des Magnetismus, sofern man von der Joule'schen Wärme, der magnetischen Hysteresis etc. absieht, weiter die Optik, sofern man von der Absorption, Dispersion etc. absieht, kurz: alle diejenigen in endlichen Zeiten sich abspielenden Vorgänge, welche die Eigenschaft besitzen, dass sie auch in gerade umgekehrter Richtung genau ebenso verlaufen können, und die daher nur ideale Abstractionen von den in Wirklichkeit stattfindenden Processen vorstellen. Hier wird eine correcte Energetik immerhin manches zur Veranschaulichung der Vorgänge in der Natur beitragen können, hier besitzt der Satz von der Zerlegbarkeit der Energieformen in den Capacitäts- und den Intensitätsfactor, und was damit zusammenhängt, Gültigkeit, und auf diesem Boden finden sich denn auch alle Beispiele vereinigt, durch welche die Energetik dem Verständniss näher gebracht wird. Thatsächlich Neues wird sie freilich auch auf diesem Gebiete kaum bieten können, denn gerade hierfür besitzt die Wissenschaft längst eine Methode, die schon jetzt alle Fragen, welche man hinsichtlich des messbaren Verlaufs der Erscheinungen stellen kann, viel eindeutiger und viel vollständiger beantwortet, als es die Energetik vermuthlich je zu thun im Stande sein wird: Das Hamilton'sche Princip der kleinsten Wirkung.

Jedoch für die Thermodynamik, die chemische Verwandtschaftslehre, die Electrochemie, sowie für alle oben ausgeschlossenen Erscheinungen, verlieren die einschlägigen Begriffe

und Sätze der Energetik Sinn und Bedeutung. Hier erzielt sie die überraschende Leichtigkeit ihrer Beweise einfach dadurch, dass sie den Inhalt der zu beweisenden Sätze, der allerdings jedesmal vorher bekannt sein muss, rückwärts in ihre Definitionen verlegt; wie aber dann diese Definitionen ausfallen, haben wir oben an dem Beispiel der Volumenenergie gesehen. Durch solche kurzsichtigen Operationen wird der Zusammenhang der Dinge nicht aufgehellt, sondern verdunkelt. Vor Allem hat die Energetik die Verschleierung des principiellen Gegensatzes zwischen reversibeln und irreversibeln Processen verschuldet, an dessen Herausarbeitung und weiterer Vertiefung nach meiner Ueberzeugung jeder Fortschritt der Thermodynamik und der Verwandtschaftslehre geknüpft ist. Denn dass die Ausgleichung der Niveauhöhen einer schweren Flüssigkeit in zwei communicirenden Röhren etwas Grundverschiedenes ist von dem Ausgleich der Temperaturen zweier in directem Wärmeaustausch stehender Körper, kommt in der Energetik gar nicht, oder erst nebensächlich, zum Ausdruck. Deshalb wird sie auch niemals im Stande sein, aus diesem Unterschiede neue charakteristische Folgerungen abzuleiten.

Und in der That: Nichts, schlechterdings gar nichts hat die Energetik bis zum heutigen Tage an positiven Leistungen aufzuweisen, obwohl ihr seit Rankine dazu Zeit und Gelegenheit in Fülle geboten war. „Aber sie hat auch," könnte man entgegnen, „noch in keinem einzigen Falle zu einem Widerspruch mit der Erfahrung geführt." Ganz richtig — aus dem einfachen Grunde, weil die Energetik vermöge der Unsicherheit ihrer Begriffe überhaupt nicht fähig ist, ein neues Resultat hervorzubringen, welches an der Erfahrung geprüft werden kann. Und hiermit ist derjenige Vorwurf ausgesprochen, der unter allen als der schwerwiegendste angesehen werden muss. Denn eine Theorie, welche, um ihre Existenz zu wahren, darauf angewiesen ist, den wirklichen Problemen auszuweichen, wurzelt nicht mehr in dem Reich der Naturwissenschaft, sondern auf metaphysischem Boden, wo ihr die Waffen der Empirie allerdings nichts mehr anhaben können. Darum halte ich es für meine Pflicht, mit allem Nachdruck Verwahrung einzulegen gegen den weiteren Aus-

Berlin, December 1895.

7. *Ueber die Absorption von Säure und Alkali aus Lösungen durch Platinmohr;* *von Carl Kellner.*

(Aus der Strassburger Dissertation.)

(Hierzu Taf. I Fig. 1—3.)

Bei Gelegenheit seiner Untersuchungen über die electrische Leitfähigkeit wässriger Lösungen beobachtete F. Kohlrausch in kleinen Widerstandsgefässen mit platinirten Electroden eine Abnahme des Leitvermögens bei wässrigen Lösungen verschiedener Säuren und Basen.[1]) Wurde andererseits die Flüssigkeit ausgegossen und nach raschem, aber gründlichem, zweimaligem Spülen Wasser eingefüllt, so nahm dessen Leitvermögen zu. Dieses Verhalten liess also auf eine Absorption durch die Umgebung schliessen. Neutrale Salzlösungen zeigten die Concentrationsänderung nicht.

Von Hrn. F. Kohlrausch dazu angeregt, machte ich es mir zur Aufgabe, diese Erscheinung etwas eingehender zu untersuchen, insbesondere die Bedingungen und die ungefähre Grösse der zeitlichen Veränderungen der Leitfähigkeit für einige Säure- und Alkalilösungen festzustellen.

Apparate. Um die Erscheinung deutlich hervortreten zu lassen, mussten kleine Flüssigkeitsmengen bei grosser Electrodenfläche verwandt werden. Ich benutzte in der Hauptsache zwei kleine Gefässe von der schon früher von F. Kohlrausch für Flüssigkeiten mit grossem Widerstand angewandten Form.[2]) An Stelle der Stopfen konnten eingeschliffene Thermometer eingeführt werden. Die Fläschchen fassten bis zu bestimmten Marken 17 bez. 21 ccm Flüssigkeit. Die einseitigen Flächen der einzelnen Electroden betrugen in Gefäss I ca. 7,5 cm^2, in II ca. 10 cm^2. Die Capacitäten wurden mit Hülfe

1) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. p. 79. 1885; Wied. Ann. **26.** p. 171 u. 220. 1885.

2) Vgl. F. Kohlrausch, Wied. Ann. **6.** Taf. I. Fig. 3. 1879.

einer Kaliumchloridlösung ($m = 0{,}01$) bestimmt und betrugen in Quecksilbereinheiten:

für Gefäss I: $1518 . 10^{-8}$

„ „ II: $1194 . 10^{-8}$

Die beiden Gefässe waren durch ca. zehnjährigen Gebrauch ausgewässert, sodass die Glasauflösung verschwindend klein war.

Die Vergleichung der an den verschiedenen Electrodenpaaren erhaltenen Resultate suchte man dadurch zu ermöglichen, dass man dieselbe Lösung unter sonst möglichst gleichen Umständen in beiden Gefässen nach einander beobachtete und daraus den Reductionsfactor für Gefäss II bestimmte. Da jedoch nie mit Sicherheit gesagt werden kann, ob die Absorption wirklich völlig beendet ist, wurden bei diesem Verfahren für Lösungen verschiedener Substanzen sehr verschiedene Werthe dieses Reductionsfactors gefunden: für HNO_3: 2,21, für H_2SO_4: 2,67, für KOH: 1,10; bei letzterer Bestimmung waren die Versuche sicher noch nicht beendigt. Ich lege daher auf diese Zahlen keinen Werth und werde die Beziehung der Resultate auf ein Gefäss nicht durchführen, sondern angeben, in welchem Gefäss der Versuch gemacht wurde.

Zu den Versuchen mit blanken Platinelectroden, sowie zu den ersten Vorversuchen mit Salzsäure und einem Versuch mit Schwefelsäure dienten andere Gefässe.

Der Draht der Walzenbrücke wurde mit Hülfe eines Siemens-Rheostaten geaicht. Als Stromquelle diente ein kleiner Inductionsapparat Kohlrausch'scher Form, der durch einen Accumulator gespeist wurde.

Lösungen und Wasser. Untersucht wurden Lösungen von HCl, H_2SO_4, HNO_3, H_3PO_4, $C_4H_6O_6$, KOH, NaOH, $Ba(OH)_2$, NH_3, K_2CO_3, Na_2CO_3.

Die Gehalte lagen zwischen $m = 0{,}005$ und 0,00002 g-Aeq./l. Bei grösseren Gehalten als 0,005 war die Einwirkung gering.

Die Bariumhydroxydlösung wurde aus dem reinen Präparat hergestellt. Nach dem Aufkochen liess man die Lösung in einer Spritzflasche erkalten, und das durch die Kohlensäure der Luft entstandene Bariumcarbonat sich absetzen.

Durch die vorgelegte Röhre mit Kaliumhydroxyd, sowie durch den Verschluss der Ausflussröhre wurde eine Berührung mit der äusseren Luft verhindert. Zu einem Versuch liess man einige Tropfen der Lösung in das mit Wasser fast vollkommen angefüllte Widerstandsgefäss fallen und mischte nach schnellem Verschluss durch Schütteln.

Beobachtung. Die Versuche wurden folgendermaassen angestellt: In das gut ausgewässerte Gefäss wurde zu beobachteter Zeit die verdünnte Lösung bis zu festen Marken eingefüllt, zweimal geschüttelt und der Widerstand gemessen. Die Zahl der Beobachtungen richtete sich nach der Schnelligkeit des Verlaufes. Bei den meisten Vereuchen war nach etwa drei Stunden die Erscheinung in der Hauptsache abgelaufen; liess man dann über Nacht stehen, so zeigte sich am folgenden Morgen noch eine Aenderung in dem ursprünglichen Sinn. Die völlige Beendigung der Absorption konnte bei vielen Versuchen nicht abgewartet werden; besonders die alkalischen Lösungen zeigten eine sehr lange Einwirkungsdauer, oft von vier und mehr Tagen.

An diese Versuche schlossen sich meist Ausspülversuche an. Nach dem Vorgang von F. Kohlrausch bei seinen oben (vgl. p. 79) citirten Versuchen wurde nach zweimaligem, raschen Ausspülen des Gefässes Wasser eingefüllt und die zuerst rasche, später langsame Steigerung des Leitvermögens dieses Wassers gemessen. Die völlige Auswässerung war oft langwierig, indem die absorbirten Theilchen mit grosser Zähigkeit durch das Platinmohr festgehalten zu werden scheinen; sie wurde erleichtert durch Erwärmen im Wasserbad auf ca. 40° während 2—3 Stunden.

Die Schwankungen der Temperatur der Lösungen betrugen während eines einzelnen Versuches nie mehr als 3—4°. Die Anwendung von Bädern war wegen des vor jeder Ablesung nöthigen, starken Schüttelns, und da zu Anfang des Versuches eine möglichst rasche Aufeinanderfolge der einzelnen Beobachtungen durchaus wünschenswerth war, bedenklich. Die mittleren Temperaturen, bei denen die Versuche stattfanden, können wegen der Temperaturerniedrigung in der Nacht nur schätzungsweise gegeben werden.

Berechnung. Sämmtliche Beobachtungen jedes einzelnen

Versuches wurden auf eine gleiche Temperatur, meist 18° bezogen. Die Temperaturcoefficienten stellte mir für weitaus die meisten Lösungen Hr. Déguisne freundlichst zur Verfügung. Für Weinsäure und Kaliumcarbonat ermittelte ich sie selbst. Es wurden bei je vier Temperaturen die Leitvermögen beobachtet und daraus die Temperaturcoefficienten berechnet; es ergab sich $1/\lambda . d\lambda/dt$

für $\frac{1}{2}C_4H_6O_6$, $m = 0{,}00135$ g-Aeq/l

$= 0{,}0204$ bei 11,5° 0,0184 bei 16,7° 0,0176 bei 21,6°

für $\frac{1}{2}K_2CO_3$, $m = 0{,}000392$:

$= 0{,}0267$ bei 12,0° 0,0249 bei 18,0°.

Die Moleculargehalte wurden aus den beobachteten Leitvermögen nach den Tabellen von F. Kohlrausch, für Weinsäure und Bariumhydroxyd von Ostwald[1]) abgeleitet.

Die zur Zeit des Eingiessens herrschende Leitfähigkeit wurde durch graphische Extrapolation gefunden und daraus der zu dieser Zeit gehörige Gehalt an g-Aequivalenten berechnet. Die Curven sind zum Theil in Taf. I Fig. 1 und 2 gegeben.

Bei Lösungen, deren Moleculargehalt nicht grösser als 0,0001 war, wurden die Leitvermögen des benutzten Lösungswassers abgezogen, bei den andern nicht.

Einfluss blanker Platinelectroden bez. des Glases. Blanke Platinelectroden rufen in den genannten verdünnten Lösungen nur sehr geringe Absorptionserscheinungen hervor, wie aus folgenden Versuchen erhellt: Man benutzte ein kleines Glasgefäss mit blanken Platinelectroden von der Oberfläche 30×36 mm² und 29 mm Abstand. Die Capacität betrug auf Quecksilber bezogen: $1686 . 10^{-8}$. Füllung: 49 ccm.

Wurde eine 3 proc. Salzsäurelösung eingegossen und nach $^1/_4$stündigem Stehen und zweimaligem Ausspülen durch Wasser ersetzt, so stieg das Leitvermögen anfangs schnell, erlangte aber schon nach ca. 10 Min. einen constanten Werth; der Verlauf war folgender:

---

1) W. Ostwald, Journ. pr. Chem. N. F. **32.** p. 340. 1885 und **33.** p. 357. 1886.

Seit der Füllung	1	2	3	5	9	12 min
war $\lambda_{15,5} \cdot 10^{10} =$	16,80	21,12	25,63	26,00	26,43	26,50

Bei Eingiessen einer Salzsäure von 1,15 Proc. und Ausspülen wurde noch früher ein stabiler Zustand erreicht:

Nach	0,6	1,8	2,7	3,3 min
war $\lambda_{18} \cdot 10^{10} =$	19,58	25,36	25,64	25,79

Analoge Versuche mit HNO_3- und $\frac{1}{2} H_2SO_4$-Lösungen (beide ca. 1 proc.) hatten durchaus negative Ergebnisse; die kleinen Aenderungen hatten verschiedenen Sinn und überstiegen nicht die Versuchsfehler.

Eine NH_3-Lösung ($m = 0{,}00634$), die bei Gegenwart platinirter Electroden starke Abnahme von λ zeigte (vgl. unten p. 88 und 89), hatte nach fast viertägigem Stehen noch merklich denselben Widerstand.

Bei verdünnten Lösungen von HCl und H_3PO_4 (in einem ähnlichen Gefäss mit blanken Electroden von je ca. 2×3 cm² einseitiger Oberfläche und bei einer Flüssigkeitsmenge von 45 ccm) hat Hr. Déguisne auch einen geringen Einfluss des blanken Platins beobachtet. Die Leitvermögen sind auf eine willkürliche Einheit bezogen:

HCl-Lösung. $m = 0{,}0001$ bei 23°:

Zeit n. d. Füllung	2	6	26 m	1 h 31	2 h 26 min
$\lambda =$	25,325	25,338	25,297	25,277	25,262

H_3PO_4-Lösung, $m = 0{,}001$ bei 20°

Zur Zeit:	0	1 h 43	11 h 50	12 h 12 min
$=$	70,44	70,02	69,54	69,49

H_3PO_4-Lösung, $m = 0{,}0005$ bei 23°

Zur Zeit:	0	9 h 51 min
$=$	48,001	41,975.

Dass die Absorption von den Electroden und nicht etwa vom Glas herrührt, erhellt aus folgendem Versuch mit kleinen Electroden. In ein cylindrisches Glasfläschchen von 2,4 cm Durchmesser war ein Glasstopfen eingeschliffen, durch den ein mit Quecksilber gefülltes Doppelcapillarrohr geführt war; in dieses waren, wie bei den Tauchelectroden von Kohlrausch, unten zwei kleine blanke 1 cm² grosse Platinelectroden von 1 cm

durch Mischen mit Wasser (1.4 bis 1,6) eingegossen. Man erhielt die allmählich vermögen λ (Hg immer $= 10^{10}$ gesetzt) vor gegebenen Beobachtungstemperatur je au mit dem überschriebenen Coefficienten $\Delta\lambda$ Leitvermögen Λ zur Zeit 0 sind graphisch ihnen ist der Gehalt der eingefüllten Lösu

Tabelle I.

HCl 0,00093 $10^{10} \cdot \Lambda = 322{,}1$ $\Delta\lambda = 0{,}0164$			KOH 0,00034 $10^{10} \cdot \Lambda = 68{,}10$ $\Delta\lambda = 0{,}0211$		
Zeit	Temp.	λ_{18}	Zeit	Temp.	λ_{18}
min			min		
0,75	21,6°	320,5	0,83	18,2°	65,74
2,08	21,6	319,0	2,25	18,1	63,17
3,25	21,6	318,6	3,67	18,0	61,35
4,67	21,6	318,2	5,17	17,9	60,02
7.4	21,6	317,6	7,0	17,8	58,96
10,5	21,6	317,4	9,2	17,7	58,12
27,7	21,0	316,8	12,5	17,5	57,39
57,5	20,5	316,4	14,4	17,5	56,78
1h 26	20,1	316,1	16,0	17,5	56,35
2 0	20,1	315,2	20,4	17,4	55,96
3 12	20,1	315,2	27,7	17,1	55,27
6 40	20,5	314,6	34	16,9	54,95
7 10	20 5	314,4	59	16,3	54,73
10 20	20,0	313,7	1h 50	15,4	53,65

Die Abnahme des Leitvermögens betrug also

2,6 Proc. 27 Proc. 16 Proc.

Die folgenden Versuche betreffen die allmähliche Vermehrung des Leitvermögens von Wasser, welches nach dem Ausgiessen der Lösung und nach einmaligem, gründlichen Spülen eingefüllt wurde. Die Leitungsvermögen A_w des eingefüllten Wassers sind abgerechnet.

Die Versuche mit KOH und Na_2CO_3 schlossen sich an die vorigen an. Derjenige mit HCl bezieht sich auf eine 3 proc. Lösung, welche vor dem Ausgiessen 12 Min. in dem Gefäss gestanden hatte. Vor dem Einfüllen des Wassers ($= 4{,}0$) wurde zweimal gespült. Das hierzu benutzte Gefäss hatte ähnliche Beschaffenheit wie die vorigen. Es fasste 15 ccm. Da kein Thermometer am Stöpsel war, so wurden die Leitfähigkeiten nach der Zimmertemperatur corrigirt. Die Schwankung betrug höchstens 1°.

Tabelle II.

HCl $10^{10} A_w = 4{,}0$			KOH $10^{10} . A_w = 1{,}3$			Na_2CO_3 $10^{10} . A_w = 1{,}45$		
Zeit	Temp.	λ_{14}	Zeit	Temp.	λ_{∞}	Zeit	Temp.	λ_{13}
min			min			min		
0,25	14°	4,40	0,58	16°	0,83	0,58	13°	0,31
0,50	14	4,83	2,08	16	1,19	2,75	13	0,63
0,83	14	5,43	3,25	16	1,48	4,25	13	0,82
1,25	14	7,89	4,67	16	1,66	5,58	13	0,96
1,92	14	8,55	5,42	16	1,82	6,67	13	1,10
2,83	14	9,51	8,3	16	2,14	7,92	13	1,20
4,00	14	10,76	9,5	16	2,25	12,1	13	1,36
5,50	14	11,41	11,5	16	2,35	15,7	13	1,49
6,45	14	11,89	13,2	16	2,47	20,2	13	1,60
10,2	14	12,71	16,2	16	2,51	23,2	13	1,72
15,0	14	13,73	21,8	16	2,68	28,5	13	1,79
21,2	14	14,42	27,6	16	2,76	30,7	13	1,84
27,5	14	14,55	38,5	16	2,88	32,2	13	1,88
32,0	14	14,77	56	16	3,00	2h 25	13	2,29
3h 31	14	18,76	1h 19	16	3,09	19 55	13	2,52
4 33	14	19,54	2 25	16	3,24	41 52	13	2,64
4	14	24,09	18 40	15	3,55			
3	14	25,16	26 48	15	3,64			
4	14	26,70	42 37	16	3,68			
			43 35	16	3,70			

Entnimmt man zu diesen Werthen von λ für HCl aus den Kohlrausch'schen Tabellen die entsprechenden Aequi-

valentgehalte, so ergibt sich, dass der Gehalt von HCl der Flüssigkeit in 74 Stunden von m = ca. 0,00002 auf m = ca. 0,00009 gestiegen ist; dies würde einer absorbirten Menge von 0,038 mg HCl entsprechen. Diese Schätzung zeigt, dass durch chemische Analyse keinesfalls Aufschluss über das Wesen der Erscheinung zu erhoffen war, wenigstens nicht bei Anwendung so kleiner Mengen Platinmohr, wie sie auf den Electroden niedergeschlagen sind.

Versuch mit HCl, m = 0,0014 und Platinmohr.

In der, allerdings erfolglosen Absicht, bei etwas grösseren Mengen von Platinmohr auf chemischen Wege der Erscheinung auf den Grund zu gehen, stellte man den nachfolgenden Versuch an: Das Präparat, 1 g chemisch reinen Platinmohrs von E. Merck in Darmstadt, wurde wiederholt und während längerer Zeit in einem Jenaer Becherglas ausgekocht, und erst als das electrische Leitvermögen des Spülwassers durch diese Behandlung nur noch eine geringe Erhöhung erlitt, brachte man das schwarze Pulver in das oben beschriebene (vgl. p. 82) Gefäss mit blanken Electroden. Durch einen Vorversuch wurde festgestellt, dass die Kapacität durch das Schütteln mit dieser, von fein vertheiltem Platinmohr geschwärzten Flüssigkeit nicht geändert wurde und genügend constant blieb. Nach längerem Stehenlassen in der Kälte goss man dann das überstehende Wasser ab und eine verdünnte HCl-Lösung, m = 0,001 ein. Man beobachtete dann folgende Abnahme des Leitvermögens, wobei vor jeder Beobachtung geschüttelt wurde:

Tabelle III.

Zeit	Temp.	λ_{15}	Zeit	Temp.	λ_{15}
1,0 min	14°	458,3	52 min	16°	420,7
2,8	14	456,5	1 h 5	16	418,8
3,9	14	451,5	1 50	16	418,9
5,5	14	447,8	17	15	381,0
8,9	14,5	443,2	20	16	381,8
13,5	15	441,3	ohne Schütteln	14,5	376,6
20,5	15	435,3	24 17		
29,3	15,5	428,4	mit Schütteln	14,5	375,2
43	16	425,1	24 19		

Auf der zugehörigen Curve wird für den Zeitpunkt der beendigten Füllung extrapolirt: $\lambda_{15} = 469 \cdot 10^{-10}$, also der Gehalt an g = Aequivalenten

$$m = 0{,}00143.$$

Die Abnahme des Leitvermögens beträgt in 24 Stunden 20,0 Proc.

Die absorbirte Menge HCl berechnet sich aus dem Anfangsgehalt und dem Gehalt nach 24 Stunden $m = 0{,}00109$, zu 0,6 mg, da die Füllung 49 ccm betrug.

Fernere Versuche.

Absorption. Die weiteren Versuche sollen nur mit den Schlussresultaten (Tab. IV) und graphisch (Taf. I) mitgetheilt werden, wobei auch die vorigen Versuche angeschlossen werden. m bedeutet den Anfangsgehalt der Lösung, λ_0 das ursprüngliche Leitvermögen der in das Gefäss G (vgl. p. 84) zur Zeit Null eingegossener Flüssigkeit, λ_z das Leitvermögen derselben zur Zeit z, nach welcher der Versuch abgebrochen wurde, beide giltig für die Temperatur t; immer Hg = 10^{10} gesetzt. A ist die Abnahme des Leitvermögens in Procenten des Anfangswerthes.

Das Wasser, mit welchem die Lösung hergestellt worden war hatte $\lambda = 1{,}1$ bis 1,6.

Unter C ist die Curve des Verlaufs (Taf. I) verzeichnet.

Tabelle IV.

	m	t	Z	λ_0	λ_z	A	C	G
HCl	0,000929	18,0	$10^1/_4{}^h$	322,1	313,7	2,61	1	I.
	0,000587	18,0	<17	199,8	188,9	5,45	2	I.
	0,000065	18,0	$8^1/_2$	19,37	16,87	12,9	3	I.
	0,000025	18,0	$6^1/_2$	5,66	4,05	28,5	—	I.
HNO_3	0,001188	13,0	$41^1/_2$	375,5	354,7	5,5	5	I.
	0,000606	12,0	$17^1/_2$	202,5	190,6	4,92	6	I.
	0,001291	10 0	$23^1/_3$	382,1	373,0	2,38	—	II.
$\frac{1}{2}H_2SO_4$	0,001378	13,0	$22^2/_3$	411,9	358,5	12,9	8	I.
	0,001373	13,0	$<18^1/_4$	411,9	393,0	4,58	—	II.
	0,000151	13,0	$41^1/_2$	44,57	39,81	10,68	—	[1]
$\frac{1}{3}C_6H_6O_6$	0,00137	11,5	24	108,8	101,5	6,71	—	I.
	0,000079	11,5	1 9′	18,60	13,21	30,0	11	II.

1) Becherglas mit 83 ccm Flüssigkeit mit platinirten Electroden von je 4 cm² einseitiger Fläche und 0,8 cm Abstand.

	m	t	Z	λ_0	λ_v	A
	0,00148	12,0	$17^1/_2{}^h$	126,5	114,25	9,6
	0,00365	14,0	$42^2/_3$	718,2	690,1	3,9
	0,000340	18,0	47	68,1	50,02	26,6
	0,00308	18,0	$17^1/_4$	659,6	646,4	2,0
	0,000401	18,0	47	81,2	61,51	24,2
	0,000081	18,0	<21	14,5	7,28	49,7
	0,001095	13,0	$21^1/_2$	177,3	165,6	6,6
	0,000567	18,0	$17^3/_4$	99,2	86,95	11,3
	0,000125	18,0	6	14,90	9,40	36,9
	0,00634	18,0	$>18^1/_3$	71,5	60,4	15,3
	0,002025	18,0	$23^1/_2$	40,0	9,42	76,4
	0,00120	18,0	77	28,38	13,28	53,2
$)_2$	0,00547	18,0	$21^1/_2$	1026,5	964,8	5,0
	0,00184	12,0	17	289,2	264,6	8,5
	0,00114	12,0	$7^1/_2$	117,2	106,9	87,9
	0,000114	18,0	$21^1/_3$	11,65	10,26	11,0
$_3$	0,000918	13,0	$22^3/_4$	82,15	68,75	16,3
	0,000089	13,0	$22^1/_3$	6,67	5,73	14,9

Ordinaten sind für HCl, $m = 0{,}000065$ ve
nsäure verfünffacht worden.
untersuchten zweibasischen Säuren und Ba(

In den Curven IIa und IIIa sind die Ordinaten in $^1/_3$ der wirklichen Grösse aufgetragen. Dieselben bedeuten die Nachwirkung einer 1,8 proc. HCl nach einer Einwirkung von etwa 10 Min. und nach zweimaligem Ausspülen; IIa bei 20°, IIIa bei 13°. Die Leitfähigkeiten sind auf bez. 18° und 13,5° bezogen.

Curve Ia zeigt den Verlauf des (p. 85) mitgetheilten Versuchs mit HCl.

Die anderen Curven gehören zu Versuchen, welche sich an in der Tabelle mitgetheilte anschlossen, und sind mit denselben Zahlen unter Hinzufügung des Index *a* bezeichnet, wie die zu diesen letzteren gehörigen Curven.

Die Abgabe ist bei verschiedenen Lösungen verschieden stark beschleunigt und in der Hauptsache von dem Gehalt der ursprünglichen Lösung, deren Ausspülung vorgenommen wird, abhängig. Bei HNO_3, NH_3, $C_4H_6O_6$, H_2SO_4 scheinen die absorbirten Mengen schon bei dem zweimaligen Vorspülen fast ganz in Lösung gegangen zu sein; wenigstens zeigen sich bei HNO_3 und $C_4H_6O_6$ so gut wie keine Zunahmen der Leitfähigkeiten des Spülwassers und bei NH_3 und H_2SO_4 nur sehr geringe (vgl. Curven 24a und 8a Fig. 3).

Dauernde Aenderungen. Bei einer sehr verdünnten Weinsäurelösung $m = 0{,}000079$, zeigte sich eine sehr starke Abnahme des Leitvermögens innerhalb ca. 24 Stunden. Man fand bei 11°,5 anfangs $\lambda \cdot 10^{10} = 14{,}4$, dann nach 39 Stunden 3,54, nach 44 Stunden 3,13.

Ausgegossen, zweimal mit Wasser gespült und gefüllt, ergab sich keine Aenderung der Füllung mehr. Bei einer weniger verdünnten Weinsäurelösung ($m = 0{,}00137$) erreichte der Werth des Leitvermögens schon nach 24 Stunden einen constanten Werth.

Etwas ähnliches zeigte sich bei einer Ammoniaklösung $m = 0{,}00634$, die während 14 Tagen unberührt und mit dem Glasstopfen fest verschlossen stehen blieb.

Man beobachtete für 18° Anfangs $\lambda \cdot 10^{10} = 60{,}43$, nach 14 Tagen 3,00, nach 16 Tagen 3,33, also ein Zurückgehen des Werthes fast bis auf Wasser. Mit dem Nessler'schen Reagens konnte in der Lösung vom Leitvermögen $3{,}33 \cdot 10^{10}$ NH_3 nicht mehr nachgewiesen werden. Das Leitvermögen neu ein-

gebrachten Wassers stieg bei längerem Stehen nur sehr allmählich an, in den ersten 6 Stunden von 1,18 auf 1,58. Auch Erwärmen im Bad auf 40° während $1^1/_2$ Stunden bewirkte keine wesentlich grössere Zunahme von λ. Man liess mit demselben Wasser noch mehrere Tage stehen und beobachtete täglich das Leitvermögen, doch waren die Aenderungen bald so klein, dass man nicht mit Sicherheit sagen konnte, ob sie von dem wieder in Lösung tretenden Ammoniakgase oder von der Glasauflösung herrührten.

In diesen Fällen scheint mit der Anwesenheit des Platinmohrs ein zerstörender chemischer Process zusammenzuhängen.

8. *Die Siedepunktserhöhung von einigen aethyl- und methylalkoholischen Salzlösungen*[1]*; von J. Woelfer.*

(Hierzu Taf. II Fig. 4—7.)

Bekanntlich zeigen die wässerigen Lösungen von Electrolyten Abweichungen von den durch Raoult[2]) und van't Hoff[3]) gefundenen Gesetzen für osmotischen Druck, Gefrierpunktserniedrigung, Dampfdruckverminderung und Siedepunktserhöhung. Für dieses Verhalten sucht Arrhenius[4]) den Grund in einer Dissociation der gelösten Substanzen, welche zugleich die Vorbedingung für die electrolytische Leitung ist. Raoult[5]) hat nun die Dampfdruckverminderung von Salzen in *Alkohol* „normal" gefunden, sodass bei diesem Lösungsmittel eine Dissociation nicht einzutreten schien.

Im Gegensatz dazu hat Völlmer[6]) eine electrische Leitfähigkeit bei Salzen in alkoholischer Lösung nachgewiesen und sogar den für vollständige Dissociation geltenden Grenzwerth des moleculären Leitungsvermögens in den meisten Fällen zu bestimmen vermocht. Um diesen Widerspruch aufzuklären, habe ich unter Benutzung des Beckmann'schen Apparates die Siedepunktserhöhung alkoholischer Lösungen zu bestimmen versucht.

Bei der Untersuchung, welche im hiesigen physikalischen Laboratorium ausgeführt wurde, ist mir durch Hrn. Prof. Dr. Dorn in freundlichster Weise Rath und Unterstützung zu Theil geworden, wofür ich nicht unterlassen kann, an dieser Stelle meinen ergebensten Dank auszusprechen.

1) Die Ergebnisse für die aethylalkoholischen Lösungen sind zum grossen Theil der Inaug. Diss. des Verfassers (Halle 1894) entnommen.

2) Raoult, Compt. rend. **107.** p. 442. 1888.

3) Van't Hoff, Zeitschr. für physik. Chemie **I.** p. 481. 1887.

4) Arrhenius, Zeitschr. für physik. Chemie **I.** p. 631. 1887.

5) Raoult, Ann. de chim. et phys. **6.** p. 346. 1885.

6) B. Völlmer, Inaug. Diss. Halle 1892. Wied. Ann. **52.** p. 339. 1894.

Der Alkohol und die Salze.

Untersucht wurden die von Völlmer verwendeten Salze zuerst in Aethyl-, dann in Methylalkohol. Um möglichst zuverlässige Resultate zu erhalten, musste auf die Beseitigung von Unreinigkeiten, insbesondere auf die Entfernung des Wassers, die grösste Sorgfalt verwendet werden.

Für die Entwässerung des Aethylalkohols wurde die auch von Völlmer[1]) benutzte Methode von Mendelejeff angewendet. Der Alkohol blieb längere Zeit in einer Flasche mit frisch gebranntem Kalk stehen und wurde davon in die Aufbewahrungsflasche destillirt. Die letztere war nach dem Muster der von Völlmer[2]) beschriebenen eingerichtet.

Der Methylalkohol wurde zunächst ebenso behandelt; da jedoch ein Theil desselben vom Kalk aufgenommen und festgehalten, auch mehrmals die Flasche durch den aufquellenden Kalk zersprengt wurde, so benutzte ich später nach dem Vorgange von J. Holland[3]) gebranntes Kupfersulfat, von welchem nach mehrtägigem Stehen und häufigem Umschütteln der Methylalkohol abdestillirt wurde.

Dass man auf die letztere Art bessere Erfolge erzielt, zeigte sich in doppelter Weise. Bei Vergleichung der auf denselben Barometerstand reducirten Siedepunkte fand sich, dass der mit Kalk behandelte Alkohol einen um 0,32° höher gelegenen Siedepunkt besass, als der andere, was auf das Vorhandensein von Wasser hindeutet. Dasselbe ergab sich bei Bestimmung der electrischen Leitfähigkeit. Dieselbe betrug bei dem ersteren $2{,}3 \cdot 10^{-10}$, bezogen auf Quecksilber, bei dem letzteren jedoch nur $1{,}5 \cdot 10^{-10}$.

Die zu den Versuchen verwendeten Salze waren theils von Schering, theils von Kahlbaum in Berlin bezogen. Da die meisten von ihnen Krystallwasser enthalten oder stark hygroskopisch sind, musste ihnen vor dem Gebrauch das Wasser entzogen werden. Es geschah dies in einem kupfernen Trockenofen mit doppelter Wandung und Anilinfüllung, in

1) B. Völlmer, Inaug. Diss. p. 7 u. f.
2) B. Völlmer, Wied. Ann. **52.** p. 330. 1894.
3) J. Holland, Wied. Ann. **50.** p. 263. 1893.

dessen Innerem eine Temperatur bis gegen 180° erzeugt werden konnte. Hierin wurden sie solange dem erforderlichen Temperaturgrad ausgesetzt, bis wiederholte Wägungen eine Gewichtsabnahme nicht mehr erkennen liessen. Nachdem die Substanz in eine feste Form gepresst und in kleine Wägeflaschen gebracht war, wurde sie zur Beseitigung etwaiger Luftfeuchtigkeit nochmals einem Trockenprocess unterworfen. Das Chlorcalcium, welches erst bei sehr hoher Temperatur sein Wasser abgiebt, wurde über der Bunsenflamme im Porzellantiegel geglüht.

Der Siedeapparat und die Versuchsanordnung.

Zur Benutzung kam der zweite von Beckmann beschriebene Siedeapparat.[1]) Das eigentliche Siedegefäss befand sich in einem Glascylinder mit doppelter Wandung, welcher im Innern gleichfalls Alkohol enthielt und das Siedegefäss mantelartig umgab, um die Wärmeausstrahlung möglichst zu verhindern. Dieser Glasmantel stand auf einem Kasten von Asbestpappe, der zwei Abzüge für die erwärmte Luft trug. Das Siedegefäss selbst war aus ziemlich dünnwandigem Glas hergestellt und besass im Boden einen eingeschmolzenen Platinstift behufs besserer Wärmezuführung. Als Siedeerleichterung dienten ausserdem gewöhnliche Granaten, die vorher in Salpetersäure ausgekocht waren. Das Thermometer, nach Beckmann's Angaben verfertigt, besass einen Umfang von fünf Grad und war in Centigrade eingetheilt.

Als Wärmequelle diente die nichtleuchtende Flamme zweier Bunsenbrenner, bei denen der Gaszufluss durch einen Hahn regulirt werden konnte. Um eine Ueberhitzung zu vermeiden, darf man, besonders bei schwerer löslichen Substanzen, die Flamme nicht zu gross wählen. Für den Aethylalkohol zeigte es sich ausreichend, die Flamme etwa am unteren Rande des Asbestkastens endigen zu lassen. Es vergeht freilich bis zum Eintritt des Siedens eine Zeit von 1—$1^1/_2$ Stunden, dafür aber gewinnt der ganze Versuch an Sicherheit. Beim Methylalkohol bin ich, um diese Zeit abzukürzen, etwas anders verfahren.

1) Zeitschr. für physik. Chemie 8. p. 223. 1891.

Es wurde zunächst die gewöhnliche Bunsenflamme benutzt, bis die Bildung von Dampfblasen den Beginn des Siedens ankündigte. Dies geschah in der Regel nach 20—25 Minuten. Dann drehte ich den Hahn zu und erhitzte weiter mit der Sparflamme, die sich völlig ausreichend erwies, das Lösungsmittel im Sieden zu erhalten.

Bei den späteren Versuchen wurde auch ein Gasdruckregulator angewendet und der Druck selbst an einem seitlich angebrachten Manometer beobachtet. Gegen starke Druckänderungen, wie sie gewöhnlich am späten Nachmittag eintreten, zeigte sich jedoch derselbe ziemlich wirkungslos.

Nothwendige Correctionen.

Die Sicherheit der Beobachtungsresultate wird noch besonders durch zwei Umstände beeinträchtigt. Es ist dies erstens die Veränderlichkeit des Barometerstandes, welche eine Aenderung des Siedepunktes mit sich führt. Es ist daher nothwendig, bei jeder Ablesung des Siedepunktes auch den Barometerstand genau zu notiren. Hat man eine Reihe von sicheren Beobachtungen für verschiedene Barometerstände, so lässt sich daraus die Aenderung des Siedepunktes für 1 mm Druckunterschied leicht berechnen. Beim Aethylalkohol fand sich hierfür 0,032°, beim Methylalkohol der wenig davon verschiedene Werth 0,033°. Die hierher rührenden Correctionen erreichen also schon für 0,1 mm Barometerunterschied den Betrag von 0,003°.

Eine zweite Fehlerquelle entsteht dadurch, dass trotz des angebrachten Kühlers ein Verlust von Alkohol stattfindet. Um diese Grösse zu ermitteln, wurde der Apparat nach beendetem Versuche nochmals gewogen. Bei kürzeren Versuchen ergab sich dafür etwa 0.5 Proc., ein Werth, der ohne merklichen Einfluss auf das Resultat ist. Bei den schwerer löslichen Salzen, welche eine Versuchdauer von mehreren Stunden bedingten, stieg die Verdunstung bis über 1 Proc. Dieser Verlust an Lösungsmittel ist bei der Berechnung auf die einzelnen Concentrationen vertheilt worden.

Berechnung aus den Versuchen.

Der Berechnung zu Grunde gelegt wurde die von Arrhenius[1]) abgeleitete Formel für die Erhöhung des Siedepunktes

$$dT = \frac{0{,}02\,T^2}{r} \cdot n$$

Darin bedeutet T die absolute Siedetemperatur, r die Verdampfungswärme des Lösungsmittels und n die Anzahl der Grammmolecüle Substanz in 100 g des Lösungsmittels. Wenn die Siedepunktserhöhung dT bekannt ist, so lässt sich daraus das Moleculargewicht M des gelösten Stoffes berechnen. Es ist nämlich $n.M = g$, wenn g den Procentgehalt der Lösung bedeutet, und infolge dessen

$$M = \frac{0{,}02\,T^2}{r} \cdot \frac{g}{dT}.$$

Diese Formel gilt jedoch nur für normale Lösungen, d. h. solche, deren Molecüle nicht in Ionen zerfallen. Sind jedoch von den vorhandenen n Molecülen x in je k Ionen zerfallen oder dissocirt, so wird der osmotische Druck das i-fache des normalen, wenn

$$i = \frac{n - x + kx}{n} = 1 + (k - 1)\alpha$$

gesetzt wird. Im Falle der Dissociation wird daher die Siedepunktserhöhung i-mal grösser, und M nur gleich dem i-ten Theile des wirklichen Moleculargewichts werden. Sei dieser Werth M_1, so besteht die Gleichung $iM_1 = M$. Ist nun für irgend eine Concentration M_1 aus der Formel berechnet, so ergibt sich aus $iM_1 = M$ der Werth für i. Aus $i = 1 + (k - 1)\alpha$ ist dann der Dissociationsgrad α der betreffenden Lösung zu bestimmen.

In den folgenden Tabellen steht in der ersten Verticalreihe die verwendete Menge des Lösungsmittels in Gramm, und zwar gilt jedesmal die erste Zahl für den Anfang, die zweite für den Schluss des Versuches. Die zweite Reihe enthält in jeder Zeile die Gesammtmenge der bis dahin eingeworfenen Substanz in Gramm, die dritte die entsprechende

1) Zeitschr. für phys. Chemie 4. p. 550. 1889.

Gesammterhöhung in Graden Celsius. In der vierten findet sich der Procentgehalt bezogen auf 100 g des Lösungsmittels, und in der fünften das dazu gehörige berechnete Moleculargewicht. Die untersuchten Salze sind dieselben wie bei Völlmer mit Ausschluss des Chlornatriums, das wegen zu geringer Löslichkeit wegfallen musste.

Die Zahlen für Jodkalium in Aethylalkohol gebe ich nur mit einiger Zurückhaltung, da diese Substanz sich für die Untersuchung etwas unbequem erwies. Das Thermometer zeigte nämlich, vermuthlich infolge eines starken Verbrauches von Lösungswärme, während der Auflösung beträchtliche Schwankungen, welche die Beobachtung erschwerten. Dazu kommt noch die geringe Löslichkeit und das hohe Moleculargewicht, beides ungünstige Momente für die Untersuchung.

Aethylalkohol als Lösungsmittel.

Chlorlithium (LiCl). $M = 42{,}4$.

Lösungsmittel	Substanz	Erhöhungen	Procentgehalt	Berechnete M
		I.		
12,39	0,0446	0,162	0,35	26,3
	0,0957	0,292	0,76	31,2
	0,1877	0,534	1,52	33,6
12,35	0,2735	0,732	2,21	35,7
		II.		
13,23	0,0261	0,090	0,20	25,9
	0,0531	0,168	0,40	28,2
	0,1656	0,440	1,25	33,7
13,18	0,2824	0,693	2,14	36,5
		III.		
13,54	0,0181	0,066	0,18	23,9
	0,0587	0,188	0,43	27,4
	0,1033	0,308	0,76	29,3
	0,1664	0,455	1,23	33,0
13,50	0,3184	0,751	2,36	37,1
		IV.		
13,10	0,0114	0,042	0,09	24,5
	0,0477	0,163	0,36	26,4
	0,0923	0,281	0,70	29,7
	0,1795	0,495	1,38	33,0
13,03	0,2552	0,663	1,96	35,0

Jodkalium (KJ). $M = 165{,}5$.

		I.		
13,63	0,0352	0,030	0,26	101,7
	0,0718	0,056	0,53	111,4
	0,1256	0,083	0,93	131,7
13,53	0,1802	0,107	1,33	147,1

Lösungsmittel	Substanz	Erhöhungen	Procentgehalt	Berechnete M
		II.		
13,41	0,0328	0,027	0,24	107,1
	0,1220	0,080	0,91	134,9
13,28	0,1914	0,116	1,44	146,6
		III.		
13,90	0,0290	0,026	0,21	94,8
	0,1194	0,078	0,86	130,1
	0,1558	0,095	1,12	139,4
13,84	0,2303	0,131	1,66	149,7
	Jodnatrium (NaJ). $M = 149{,}5$			
		I.		
18,54	0,0667	0,046	0,36	92,5
	0,1321	0,084	0,71	99,8
	0,1696	0,105	0,91	102,9
	0,2506	0,149	1,35	107,1
18,51	0,3354	0,193	1,81	110,8
		II.		
13,34	0,0373	0,038	0,28	86,9
	0,0863	0,078	0,65	98,1
	0,2242	0,173	1,69	114,8
13,30	0,3244	0,236	2,44	122,1
		III.		
17,74	0,1475	0,095	0,83	104,6
	0,2328	0,142	1,31	109,9
	0,3231	0,190	1,82	113,4
	0,4223	0,242	2,38	117,0
17,68	0,5284	0,285	2,99	123,7
	Kaliumacetat ($KC_2H_3O_2$). $M = 98$.			
		I.		
18,00	0,0337	0,034	0,19	65,1
	0,0695	0,066	0,38	69,2
	0,1016	0,092	0,56	73,6
	0,1741	0,138	0,97	82,8
17,96	0,3029	0,224	1,68	89,7
		II.		
16,48	0,0761	0,072	0,46	75,6
	0,1551	0,136	0,94	81,5
	0,2342	0,195	1,42	85,9
	0,3120	0,248	1,89	90,2
16,44	0,3815	0,297	2,31	92,1
		III.		
13,77	0,1848	0,186	1,34	85,3
	0,3184	0,300	2,31	91,1
	0,4250	0,382	3,10	95,5
13,73	0,5365	0,462	3,90	99,8

Natriumacetat ($NaC_2H_3O_2$). $M = 81{,}9$.

Lösungsmittel	Substanz	Erhöhungen	Procentgehalt	Ber
		I.		
13,4	0,0174	0,027	0,13	
	0,0415	0,061	0,30	
	0,0736	0,092	0,55	
	0,1000	0,118	0,75	
13,35	0,1257	0,140	0,94	
		II.		
14,75	0,0294	0,041	0,20	
	0,0740	0,087	0,50	
	0,1106	0,118	0,76	
14,60	0,1492	0,148	1,02	
		III.		
13,57	0,0159	0,025	0,12	
	0,0443	0,061	0,33	
	0,0786	0,098	0,58	
	0,1046	0,117	0,77	
13,50	0,1410	0,150	1,04	

Silbernitrat ($AgNO_3$). $M = 169{,}7$.

		I.		
13,52	0,0768	0,067	0,57	
	0,1679	0,125	1,25	
	0,2818	0,194	2,09	
13,42	0,3327	0,216	2,49	

Lösungsmittel	Substanz	III. Erhöhungen	Procentgehalt	Berechnete *M*
13,37	0,0461	0,050	0,84	80,8
	0,1828	0,156	1,37	103,5
13,31	0,2891	0,233	2,16	109,3

Calciumnitrat (CaN_2O_6). $M = 163,8$.

		I.		
13,40	0,0309	0,024	0,23	113,5
	0,0715	0,051	0,53	128,6
	0,1345	0,087	0,99	135,4
	0,2054	0,121	1,53	149,5
	0,2718	0,154	2,03	155,6
13,34	0,3235	0,178	2,41	160,2
		II.		
12,85	0,0308	0,025	0,24	113,3
	0,0916	0,063	0,71	133,7
	0,1500	0,096	1,25	143,6
	0,2321	0,138	1,81	154,7
	0,3085	0,178	2,40	159,4
12,80	0,3816	0,211	2,97	165,4

Methylalkohol als Lösungsmittel.

Chlorlithium (LiCl). $M = 42,4$.

		I.		
11,60	0,0448	0,123	0,39	26,2
	0,0988	0,263	0,85	28,3
	0,1742	0,464	1,50	28,2
	0,2532	0,687	2,19	27,7
	0,3325	0,919	2,88	27,4
	0,4172	1,199	3,61	26,3
11,54	0,5278	1,576	4,57	25,8
		II.		
11,70	0,0434	0,119	0,37	27,1
	0,0969	0,256	0,83	28,2
	0,1733	0,456	1,48	28,3
	0,2590	0,693	2,22	27,8
	0,3618	1,012	3,10	26,7
	0,4721	1,389	4,06	25,4
	0,5851	1,804	5,04	24,3
11,60	0,7192	1,329	6,20	23,2
		III.		
11,37	0,0673	0,194	0,59	26,6
	0,1743	0,486	1,54	27,5
	0,2937	0,855	2,59	26,4
	0,4335	1,313	3,82	25,3
	0,5843	1,874	5,15	24,0
	0,7363	2,525	6,50	22,4
11,30	0,8904	3,265	7,88	21,0

Jodkalium (KJ). $M = 165{,}5$.

Lösungsmittel	Substanz	Erhöhungen	Procentgehalt	Ber
		I.		
11,83	0,0448	0,032	0,38	
	0,0962	0,065	0,81	
	0,1509	0,103	1,28	
	0,2676	0,184	2,17	
11,77	0,4249	0,285	3,69	
		II.		
12,22	0,1551	0,102	1,27	
	0,3434	0,220	2,82	
	0,5388	0,335	4,42	
	0,7395	0,457	6,07	
	0,9635	0,605	7,92	
	1,2081	0,766	9,93	
12,16	1,4994	0,963	12,34	
		III.		
11,66	0,1421	0,100	1,22	
	0,3172	0,210	2,72	
	0,6324	0,413	5,44	
	0,8899	0,579	7,66	
	1,1616	0,768	10,01	
11,61	1,4837	0,991	12,78	

Jodnatrium (NJ). $M = 149{,}5$.

IV.

Lösungsmittel	Substanz	Erhöhungen	Procentgehalt	Berechnete *M*
11,60	0,2602	0,219	2,22	88,4
	0,5680	0,450	4,85	94,0
	0,7881	0,628	6,73	93,4
	1,1074	0,910	9,47	90,6
	1,3874	1,160	11,88	89,1
	1,7003	1,481	14,56	85,5
	2,0162	1,828	17,28	82,3
	2,3051	2,163	19,75	79,5
	2,7091	2,660	23,23	76,0
11,54	3,1225	3,261	26,78	71,5

Kaliumacetat ($KC_2H_3O_2$). *M* = 98.

I.

13,06	0,0236	0,025	0,18	62,9
	0,0574	0,059	0,44	64,8
	0,1220	0,112	0,93	72,7
	0,1811	0,160	1,37	75,4
	0,2460	0,214	1,88	76,7
	0,2912	0,252	2,23	77,2
13,02	0,3846	0,330	2,95	77,9

II.

13,50	0,0367	0,036	0,26	65,7
	0,0769	0,073	0,57	67,9
	0,1223	0,112	0,91	70,5
	0,1828	0,162	1,35	72,9
	0,2420	0,211	1,80	74,2
	0,3077	0,262	2,29	76,2
13,43	0,4258	0,358	3,18	77,1

III.

11,82	0,2663	0,254	2,30	77,2
	0,4382	0,420	3,71	77,0
	0,6146	0,598	5,21	75,9
	0,8454	0,838	7,18	74,5
	1,1296	1,141	9,60	73,2
11,76	1,4810	1,521	12,58	72,1

IV.

12,12	0,2293	0,219	1,89	75,3
	0,4728	0,440	3,98	77,3
	0,7418	0,717	6,13	74,6
	1,0853	1,063	9,00	73,7
	1,4757	1,474	12,24	72,3
12,02	2,1327	2,150	17,71	71,8

Natriumacetat ($NaC_2H_3O_2$). *M* = 81,9.

I.

12,94	0,0458	0,058	0,35	53,1
	0,0918	0,111	0,77	55,7
	0,1554	0,167	1,20	62,8
	0,2257	0,238	1,75	63,9
	0,2951	0,298	2,28	66,8
12,88	0,3850	0,390	2,99	66,8

Lösungsmittel	Substanz	Erhöhungen	Procentgehalt	Ber
		II.		
13,07	0,0423	0,053	0,32	
	0,0935	0,104	0,72	
	0,1477	0,157	1,13	
	0,2153	0,226	1,65	
	0,3041	0,310	2,33	
13,00	0,4000	0,404	3,08	
		III.		
11,95	0,2040	0,227	1,71	
	0,4250	0,467	3,56	
	0,6469	0,728	5,43	
	0,9573	1,09[illegible]	8,05	
	1,2875	1,440	10,84	
11,85	1,5420	1,709	13,02	
	Calciumnitrat (CaN_2O_6).		$M = 163{,}8$.	
		I.		
11,66	0,1061	0,071	0,91	
	0,2712	0,165	2,22	
	0,3605	0,212	3,08	
	0,4639	0,272	3,97	
	0,6303	0,352	5,40	
	0,9166	0,492	7,86	
	1,1121	0,592	9,54	
	1,1873	0,631	10,20	
	1,3431	0,711	11,54	

Beobachtungen Völlmer's über die electrische Leitfähigkeit abgeleitet.

Für die Betrachtung der Curven erinnern wir uns an die Beziehungen $M = i M_1$ und $i = 1 + (k-1)\alpha$. Für $\alpha = 0$ muss demnach $i = 1$ und $M_1 = M$ werden. Dies ist der Fall bei normalen Lösungen. Für $\alpha = 1$, also vollständige Dissociation, muss bei binären Electrolyten $i = 2$, bei ternären $i = 3$ sein. Dem entsprechen die zu beobachtenden Werthe $M_1 = M/2$ und $M_1 = M/3$. Der grössten Dissociation entsprechen also die kleinsten Werthe von M_1 und umgekehrt.

Der Verlauf der Curven für die äthylalkoholischen Lösungen (Taf. I) lehrt hiernach, dass für zunehmende Verdünnungen die Dissociation wächst, während sie für zunehmende Concentration abnimmt. Bei einigen Electrolyten wird schon innerhalb der untersuchten Procentgehalte das normale Moleculargewicht, d. h. die Dissociation Null erreicht, und zwar geschieht dies bei

	$NaC_2H_3O_2$	$CaCl_2$	CaN_2O_6
für	1,0 Proc.	2,4 Proc.	2,8 Proc.

Von besonderem Interesse ist es, den Grenzwerth der Dissociation für unendliche Verdünnung kennen zu lernen. Raoult hat nämlich gleichfalls aus seinen Untersuchungen über die moleculare Dampfdruckverminderung alkoholischer Lösungen[1]) diesen Werth durch Extrapoliren abgeleitet. Er findet für

	$KC_2H_3O_2$	LiCl	CaN_2O_6	$CaCl_2$
i	1,03	1,03	0,97	1,04

Vergleichen wir damit die aus der Siedepunktserhöhung gefundenen Werthe, so erhalten wir für die geringste untersuchte Concentration von 0,25 Proc. bei

	LiCl	KJ	NaJ	$KC_2H_3O_2$	$NaC_2H_3O_2$	$AgNO_3$	$CaCl_2$	CaN_2O_6
i	1,60	1,63	1,72	1,44	1,36	1,80	1,48	1,48

Diese Zahlen sind sämmtlich erheblich grösser als die von Raoult gefundenen; ferner aber zeigt die Gestalt der Curven deutlich, dass mit zunehmender Verdünnung eine weitere und zwar ziemlich schnelle Zunahme der Dissociation stattfinden wird. Eine Fortsetzung der Curve führt bei den relativ am stärksten dissociirten Salzen $AgNO_3$, KJ, NaJ,

1) Raoult, Ann. de chim. et de phys. **20**, p. 346. 1890.

LiCl für $g = 0$ zu der Ordinate $M/2$, was nach dem Früheren einem Werthe $\alpha = 1$ entspricht. Es kann daher im Gegensatz zu Raoult's Ergebnissen ein vollständiger Zerfall der Molecüle bei unendlicher Verdünnung als durchaus wahrscheinlich angenommen werden.

Einen hiervon etwas abweichenden Verlauf zeigen nun die methylalkoholischen Lösungen (Taf. II). Auch hier findet zwar mit wachsender Verdünnung eine sehr schnelle Abnahme des berechneten Moleculargewichtes statt, sodass man auch hier für unendliche Verdünnung eine vollständige Dissociation als sicher betrachten kann. Bei keinem der untersuchten Salze aber wächst das Moleculargewicht bis zu seinem wirklichen Werthe M, sondern nach Erreichung eines Maximums beginnt der Werth von M_1 wieder abzunehmen. Bei $NaC_2H_3O_2$ (und anscheinend auch $KC_2H_3O_2$) folgt auf diese Abnahme ein abermaliges Wachsen, während bei einem Theile der übrigen (NaJ und LiCl) die Werthe von M bis unter den theoretisch noch zulässigen Werth $M/2$ herabsinken.

Stellen wir die Werthe für das Maximum von M auf, das wir mit M' bezeichnen wollen, und bilden den Quotienten $M : M' = i$, so finden wir bei

	LiCl	KJ	NaJ	$KC_2H_3O_2$	$NaC_2H_3O_2$	CaN_2O_6
M'	28,2	115	95	77,5	66,5	142,2
i	1,50	1.44	1,57	1,23	1,23	1,15
α	0,50	0.44	0,57	0,23	0,23	0,076

Eine gesetzmässige Beziehung ist hieraus nicht zu erkennen, nur dass ähnlich zusammengesetzte Salze auch naheliegende Werthe von α zeigen, während der Werth für CaN_2O_6 auffallend niedrig ist.

Fasst man den Procentgehalt g, bei welchem das Maximum eintritt, näher ins Auge, so zeigt sich, dass dieser um so grösser ist, je grösser das Moleculargewicht der betreffenden Substanz. Bezeichnet man den Procentgehalt für das Maximum mit g_m und bildet das Verhältniss $g_m : M$, so ergiebt sich folgende Tabelle:

	LiCl	KJ	NaJ	$KC_2H_3O_2$	$NaC_2H_3O_2$	CaN_2O_6
g_m	1,5	6,5	5,5	3,5	3,0	12,0
$g_m : M$	0,035	0,039	0,037	0,036	0,037	0,073

Nun war aber $g : M = n$, d. h. gleich der Anzahl der Grammmolecüle in 100 g des Lösungsmittels. Wir erkennen also

dass die Molecülzahl der Concentration, bei welcher das Maximum eintritt, für alle Salze annähernd constant, bei Calciumnitrat etwa doppelt so gross ist. Um die Molecülzahl, wie üblich, für 1 l Lösung berechnen zu können, habe ich für eine Anzahl Lösungen das specifische Gewicht bei 18° bestimmt, durch Interpolation dasselbe für g_m gefunden[1]) und daraus die Molecülzahl nach der Formel

$$n = \frac{10\,g\,s}{M}$$

berechnet. Es ergab sich so für die einzelnen Salze

	LiCl	KJ	NaJ	$KC_2H_3O_2$	$NaC_2H_3O_2$	CaN_2O_6
s	0,807	0,840	0,833	0,814	0,812	0,872
n	0,286	0,330	0,306	0,291	0,297	0,638

Als mittleren Werth für die Molecülzahl des Maximums, berechnet für 1 l Lösung von 18°, erhält man demnach

$$n = 0{,}302,$$

während diese Zahl für das Salz des zweiwerthigen Calciums annähernd das Doppelte beträgt.

Vergleichung mit der electrischen Leitfähigkeit.

Nach der Theorie von Arrhenius ist die moleculare electrische Leitfähigkeit einer Lösung proportional der Anzahl der in ihre Ionen zerfallenen oder dissociirten Molecüle. Wenn nun für unendlich grosse Verdünnung alle vorhandenen n Molecüle zerfallen sind, bei einer gewissen Concentration m aber nur x von ihnen, so ist, wenn μ_∞ und μ_m die Leitfähigkeit der betreffenden Lösungen bezeichnen, das Maass der Dissociation

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_x} = \frac{x}{n} = \alpha.$$

Aus den Zahlen Völlmer's[2]) für die Leitfähigkeit in Aethylalkohol habe ich hiernach α berechnet, in $i = 1 + (k-1)\alpha$ eingesetzt und aus $M = i\,M_1$ dann M_1 gefunden. Diese Werthe sind dann ebenfalls in Taf. I aufgetragen worden und ergaben die punktirten Curven, welche eine unmittelbare Vergleichung mit den Werthen aus der Siedepunktserhöhung erlauben.

1) Es genügen dazu zwei Bestimmungen von s, da die Abhängigkeit zwischen s und g fast genau durch eine Gerade dargestellt wird.

2) Völlmer, Inaug.-Diss. p. 22 u. f. Halle 1892.

sich hierbei, dass die Uebereinstimmung beider
ollkommene ist. In den meisten Fällen gibt die
iepunktserhöhung erhaltene Curve grössere Werthe
so kleinere Dissociation an als die Leitfähigkeit.
gNO_3 ist das Verhältniss umgekehrt. Am geringsten
Abweichungen beider Curvenreihen für die star
n Lösungen; hier findet ein Zusammenfallen od
is eine Annäherung statt. Mit steigender Concentrat
nimmt der Unterschied zu, und bei einigen Substan
e Siedepunktserhöhung bereits ein Verschwinden
ation an, wo die Leitfähigkeit noch einen beträchtl
besitzt.

tellt man die nach Völlmer's Beobachtungen b
Werthe i_λ mit den aus der Siedepunktserhöhung fol
sammen, so entsteht folgende Tabelle:

	LiCl	KJ	NaJ	NaJ	$AgNO_3$	$KC_2H_3O_2$	NaC_2
%	0,90	0,78	0,68	2,14	0,53	1,07	0,9
i_s	1,35	1,29	1,51	1,27	1,65	1,18	1,(
i_λ	1,32	1,49	1,56	1,45	1,38	1,27	1,

Bei der Vergleichung ist allerdings zu beachten
eobachtungen Völlmer's bei einer Temperatur vor
anden, während die meinigen für ca. 78° gelten.
Umstand eine grössere Uebereinstimmung der bei
en i herbeiführen würde, lässt sich so lange nicht
bachtungen über Leitfähigkeit bei h

bol hat Vö

möglich sein, wenn eine grössere Anzahl von Electrolyten, zumal bei stärkeren Procentgehalten, untersucht worden ist.

Ich möchte an dieser Stelle darauf hinweisen, dass auch die Uebereinstimmung für die wässerigen Lösungen, welche Arrhenius im 1. Bande der Zeitschr. für phys. Chemie festgestellt hat, noch einiges zu wünschen übrig lässt. Die dort gegebenen Werthe von i sind berechnet aus der Gefrierpunktserniedrigung einerseits und gelten für Lösungen von 1 g Substanz in 1 l Lösungsmittel. Andererseits sind für die electrische Leitfähigkeit die Beobachtungen von F. Kohlrausch und Ostwald benutzt. Aehnlich wie bei den Lösungen in Aethylalkohol ist die Uebereinstimmung eine befriedigende auch nur bei den stark dissociirten Lösungen. Betrachtet man dagegen die zehn letzten der angeführten Salze, wo der Dissociationsfactor α unter 0,4 bleibt, so zeigt sich, dass die aus der Leitfähigkeit berechneten i zum Theil bis über 50 Proc. grösser sind als die anderen.

Dasselbe Resultat findet für wässerige Lösungen auch Arthur A. Noyes[1]) auf einem anderen Wege. Er bestimmt die Dissociation von Salzen durch Löslichkeitsversuche und findet bei Vergleich mit der electrischen Leitfähigkeit, dass beide Methoden bloss bei der grössten Verdünnung zu demselben Resultat führen. Mit zunehmender Concentration vergrössern sich die Unterschiede zwischen beiden Werthen für α, und zwar sind die grösseren die aus der Leitfähigkeit berechneten.

Als Erklärung für diese Abweichungen könnte man nach dem Vorgange von Hittorf und Arrhenius die Bildung von mehrfachen Molecülen annehmen. Für die electrolytische Leitung sind nur die dissociirten (activen) Molecüle maassgebend, während für den osmotischen Druck, Siedepunktserhöhung etc., alle vorhandenen in Betracht kommen. Eine Verminderung dieses Druckes kann also, ohne dass die Dissociation abnimmt, dadurch entstehen, dass die Zahl der inactiven Molecüle sich verringert, d. h. dass zwei oder mehrere zu Molecularcomplexen sich vereinigen.

---

1) A. Noyes, Ueber die Bestimmung der Dissociation von Salzen mittels Löslichkeitsversuchen (Zeitschr. f. phys. Chem. **9.** 1892).

Für wahrscheinlicher noch halte ich die Erklärung von Noyes. Nach ihm soll z. B. Wasser in reinem Zustande nur eine ganz geringe Zahl von Ionen enthalten, während es bedeutend dissociirt wird, sobald andere Körper, besonders Electrolyte, darin aufgelöst sind. Eine solche Annahme würde auch das eigenthümliche Verhalten der methylalkoholischen Lösungen erklären, bei denen i zunächst abnimmt, um dann wieder beständig zu wachsen und sogar theilweise (bei NaJ und LiCl) einen nach der bisherigen Theorie undenkbaren Werth anzunehmen. Wenn nämlich von einer gewissen Molecülzahl an eine Einwirkung des gelösten Salzes auf das Lösungsmittel stattfindet und dieses gleichfalls zum Theil in seine Ionen zerlegt wird, so ist klar, dass infolge der wachsenden Zahl von Ionen auch eine Zunahme des osmotischen Druckes eintreten muss. Eine Dissociation aber für Flüssigkeiten anzunehmen, ist man, nachdem dieselbe Annahme für Gase und feste Körper gemacht ist, vollkommen berechtigt.

Verdünnungsgesetz.

Nach vant'Hoff sind alle für Gase aufgestellten Gesetze auch für Lösungen gültig, wenn man bei diesen für den Gasdruck den osmotischen Druck sich eingesetzt denkt. Ostwald hat aus dieser Analogie ein Verdünnungsgesetz abgeleitet, welches für binäre Electrolyte die Form annimmt:

$$\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)v} = K.$$

Darin bedeutet K eine Constante, α den Dissociationsfactor und v das Volumen, worin ein Grammmolecül Substanz enthalten ist. Während Ostwald dieses Gesetz für die molecularen Leitfähigkeiten der Electrolyte in Wasser bestätigt fand, zeigte sich bei Benutzung der Völlmer'schen Zahlen für die Leitfähigkeit in Alkohol, dass obiges Gesetz hier nicht mehr gültig ist.[3])

Es sollen daher die aus der Siedepunktserhöhung folgenden Werthe für die Dissociation gleichfalls zur Prüfung herangezogen werden. Zur Umrechnung auf Volumenprocente sind

---

1) Ostwald, Lehrb. der allg. Chem. 2. p. 707. Vgl. auch Völlmer l. c. p. 350.

theilweise die specifischen Gewichte von Völlmer's Anfangslösungen benutzt worden. Es ergab sich für Aethylalkohol als Lösungsmittel bei

Jodnatrium.

v	α	100 K
9,1	0,289	1,3
12,2	0,353	1,6
18,4	0,438	1,8
37,0	0,574	2,1

Kaliumacetat.

6,0	0,077	0,1
8,0	0,126	0,2
12,2	0,195	0,4
24,4	0,324	0,6

Für die methylalkoholischen Lösungen braucht man die Probe nur bis zum Procentgehalt des Maximums von M anzustellen. Von dieser Stelle an nimmt α beständig zu, $1-\alpha$ und v aber ab, sodass der Ausdruck für K stark wachsen muss. Es folgen wieder die Werthe für dieselben zwei Salze:

Jodnatrium.

v	α	100 K
4,5	0,590	18,7
6,1	0,625	17,0
9,2	0,689	16,5
18,6	0,780	14,8

Kaliumacetat.

4,0	0,261	2,2
6,1	0,290	2,0
12,2	0,376	1,8
24,5	0,463	1,6

Eigenthümlich ist die Erscheinung, dass mit zunehmender Verdünnung die Werthe von K bei Aethylalkohol wachsen, während sie bei Methylalkohol abnehmen. Jedenfalls aber wird das Verdünnungsgesetz durch die Siedepunktserhöhung in keiner Weise bestätigt.

Schluss.

Im Begriffe, meine Arbeit abzuschliessen, kam mir die Abhandlung von A. Kerler[1]) zu Gesicht, welche sich zum

1) A. Kerler, Molecular gewichtsbestimmungen von Salzen in Methyl- und Aethylalkohol nach der Siedemethode neben Bestimmungen der molecularen electrischen Leitfähigkeit etc. Inaug.-Diss. Erlangen 1894.

Theil mit demselben Gegenstande beschäftigt und auf die ich noch mit einigen Worten eingehen möchte. Untersucht hat derselbe ausser anderen auch die von mir verwendeten Salze Chlorlithium, Jodkalium, Kaliumacetat und Chlorcalcium. Unsere Versuche ergänzen sich, wenigstens für Aethylalkohol, insofern in willkommener Weise, als Kerler's Concentrationen etwa dort beginnen, wo ich mit den meinigen aufgehört habe. Er findet für alle vier Salze in Aethylalkohol mit steigender Concentration *abfallende* Werthe des berechneten Moleculargewichts, wie es mir meine späteren ausgedehnten Versuche mit Methylalkohol schon wahrscheinlich machten. Bei Kaliumacetat tritt, ähnlich wie ich es in Methylalkohol beobachtete, nach der Abnahme wieder ein Wachsen der Moleculargewichtszahlen ein. Soweit sich von einer Uebereinstimmung unserer Versuche reden lässt, ist dieselbe eine befriedigende, da die von Kerler gefundenen Werthe zumeist in der Fortsetzung meiner Curven liegen.

Weniger gut ist die Uebereinstimmung für Methylalkohol als Lösungsmittel, zumal bei Kaliumjodid. Wir finden zwar beide für zunehmende Concentration abnehmende Werthe von M und ziemlich parallel verlaufende Curven. Nach der Seite der Verdünnung hin aber entfernen sich beide Curven voneinander, und zwar findet Kerler hier durchgängig höhere Moleculargewichte als ich. Da seine Concentrationen etwa an der Stelle beginnen, wo das Maximum von M auftritt, so hat er einen mit wachsender Verdünnung abnehmenden Werth des Moleculargewichts überhaupt nicht beobachtet. Auch auf Leitungsfähigkeit hat Kerler hohe Verdünnungen nicht untersucht, sodass der Dissociationsgrad aus seinen Beobachtungen sich nicht berechnen lässt.

Die Hauptergebnisse der voranstehenden Versuche sind, noch einmal kurz zusammengefasst, etwa folgende:

1. Die aus der Formel für die Siedepunktserhöhung berechneten Moleculargewichte liegen bei den untersuchten äthyl- und methylalkoholischen Lösungen fast immer unterhalb der wirklichen Moleculargewichte. Sie setzen bei starker Verdünnung mit ziemlich niedrigen Werthen ein und nehmen mit wachsender Concentration zunächst zu; für weitergehende

Concentrationen findet bei Methylalkohol (nach Kerler auch bei Aethylalkohol) wieder eine Abnahme dieser Werthe statt

2. Bestimmt man für die methylalkoholischen Lösungen die Molecülzahl (für 1 l Lösung und 18°), bei welcher das berechnete Moleculargewicht sein Maximum erreicht, so ergiebt sich als mittlerer Werth dafür $m = 0{,}302$, für Calciumnitrat ungefähr das Doppelte.

3. Die Siedepunktserhöhung und die moleculare electrische Leitfähigkeit äthylalkoholischer Lösungen ergeben nur bei den stärksten Verdünnungen annähernd übereinstimmende Werthe. Bei stärkeren Concentrationen liefert die Siedepunktserhöhung meist geringere Dissociation als die Leitfähigkeit. Für Methylalkohol zeigen die wenigen vergleichbaren Zahlen geringe Unterschiede theils nach der einen, theils nach der anderen Seite hin.

4. Das Verdünnungsgesetz von Ostwald zeigt sich weder für die äthyl-, noch für die methylalkoholischen Lösungen gültig.

Halle, Phys. Institut, October 1895.

9. *Theoretische Untersuchungen über elastische Körper; von Paul Glan.*

VI. Theorie des Lichtes als Wellenbewegung der gewöhnlichen Körper.

Da die hier untersuchte Wellenbewegung in ebenen Wellen senkrecht zum Vector ω_1 die einzige Ursache der Temperaturänderung in dem unendlich ausgedehnten elastischen Körper sein mag, in dem diese Wellen fortschreiten, und mithin die Aenderung der Temperatur durch Gestaltsänderung in diesem Falle an Grösse für alle Punkte einer solchen, zum Vector ω_1 normalen Ebene die gleiche sein muss, da der betrachtete elastische Körper vor Beginn der untersuchten Wellenbewegung gleichmässig warm angenommen ist, so kann die Temperatur während der Wellenbewegung nur von $S(\omega/\omega_1)$ und der Zeit t abhängen und als scalar Function dieser unabhängigen Variabeln durch die Gleichung

$$\mathfrak{t} = fS\left(\frac{\omega}{\omega_1}, t\right)$$

ausgedrückt werden. Dann werden aber $d^2\mathfrak{t}_{\omega_2}$ und $d^2\mathfrak{t}_{\omega_3}$ gleich Null, und da im vorliegenden Falle m_2, m_3, n_1, n_2 gleichfalls Null sind, wird die Gleichung zur *Bestimmung der Temperatur* die folgende:

$$D_t\mathfrak{t} = \frac{\mathfrak{T}}{s\,c_v\,a} D_t S\{\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1} D_t m_1 + \alpha_3 U d\varphi_{\omega_1} D_t n_3\} + \frac{k_1}{s\,c_v} d^2\mathfrak{t}_{\omega_1}.$$

Schreiben wir für den Scalar $S(\omega/\omega_1)$ abkürzend ξ, so wird

$$d\left(S\frac{\omega}{\omega_1}\right)_{\omega_1} = d\xi = 1$$

und deshalb

$$d\mathfrak{t}_{\omega_1} = d_\xi f(\xi, t)_1 = D_\xi \mathfrak{t} = D_\xi \mathfrak{T}$$

und weiter

$$d^2\mathfrak{t}_{\omega_1} = D_\xi^2 \mathfrak{T} \quad \text{und} \quad D_t\mathfrak{t} = D_t\mathfrak{T},$$

und die Gleichung für die Bestimmung der Temperatur nimmt die Form an:

$$D_t\mathfrak{T} = \frac{\mathfrak{T}}{s\,c_v\,a} D_t S\{\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1} D_t m_1 + \alpha_3 U d\varphi_{\omega_1} D_t n_3\} + \frac{k_1}{s\,c_v} D_\xi^2 \mathfrak{T}.$$

Nun ist in diesem Falle:

$$\delta a_1 U d\varphi_{\omega_1} = \sum_0^t \Big[(d m_1 - a_{d\varphi_{\omega_1}} d t) \frac{e}{r} (1 - w^2) + (a_{d\varphi_{\omega_2}} + a_{d\varphi_{\omega_3}}) d t \frac{e}{r} (w - w^2) \Big] - \sum_0^t (d n_3 - d_t n_3) v S U d\varphi_{\omega_2} U d\varphi_{\omega_1} - \sum_0^t (e'_{(2)} D_t^2 m_1 + e'_{(3)} D_t^3 m_1 + \ldots) dt - \sum_0^t (v_{(2)} D_t^2 n_3 + v_{(3)} D_t^3 n_3 + \ldots) dt S U d\varphi_{\omega_2} U d\varphi_{\omega_1} + \sum_0^t \Big[e'_{(2)} D_t \Big(a_{d\varphi_{\omega_1}} \frac{d t}{d t} \Big) + e''_{(2)} D_t \Big(a_{d\varphi_{\omega_2}} \frac{d t}{d t} \Big) + e''_{(2)} D_t \Big(a_{d\varphi_{\omega_3}} \frac{d t}{d t} \Big) \Big] dt + \sum_0^t \Big[e'_{(3)} D_t^2 \Big(a_{d\varphi_{\omega_1}} \frac{d t}{d t} \Big) + e''_{(3)} D_t^2 \Big(a_{d\varphi\omega_2} \frac{d t}{d t} \Big) + e''_{(3)} D_t^2 \Big(a_{d\varphi_{\omega_3}} \frac{d t}{d t} \Big) \Big] dt + \ldots + \sum_0^t \Big[v_{(2)} D_t \Big(\frac{d_t n_3}{d t} \Big) + v_{(3)} D_t^2 \Big(\frac{d_t n_3}{d t} \Big) + \ldots \Big] dt S U d\varphi_{\omega_2} U d\varphi_{\omega_1}$$

und

$$\delta a_2 U d\varphi_{\omega_1} = - \sum_0^t \Big[- (d m_1 - (a_{d\varphi_{\omega_1}} + a_{d\varphi_{\omega_2}}) d t) \frac{e}{r} (w - w^2) - a_{d\varphi_{\omega_2}} d t \frac{e}{r} (1 - w^2) \Big] S U d\varphi_{\omega_2} U d\varphi_{\omega_1} + \sum_0^t (d n_3 - d_t n_3) v + \sum_0^t [e''_{(2)} D_t^2 m_1 + e''_{(3)} D_t^3 m_1 + \ldots] dt S U d\varphi_{\omega_2} U d\varphi_{\omega_1} + \sum_0^t [v_{(2)} D_t^2 n_3 + v_{(3)} D_t^3 n_3 + \ldots] dt - \sum_0^t \Big[e''_{(2)} D_t \Big(a_{d\varphi_{\omega_1}} \frac{d t}{d t} \Big) + e''_{(2)} D_t \Big(a_{d\varphi_{\omega_2}} \frac{d t}{d t} \Big) + e'_{(2)} D_t \Big(a_{d\varphi_{\omega_3}} \frac{d t}{d t} \Big) \Big] dt S U d\varphi_{\omega_2} U d\varphi_{\omega_1}$$

$$- \sum_0^t \left[e''_{(3)} D_t^2 \left(a_{d\varphi_{\omega_1}} \frac{dt}{dt} \right) + e''_{(3)} D^2 \left(a_{d\varphi_{\omega}} \right.\right.$$

$$\left. \left. + e'_{(3)} D_t^2 \left(a_{d\varphi_{\omega_2}} \frac{dt}{dt} \right) \right] dt\, S\, U\, d\varphi_{\omega_3} U\, d\varphi_{\omega_1}$$

$$- \sum_0^t \left[v_{(2)} D_t \left(\frac{d_t n_3}{dt} \right) + v_{(3)} D_t^2 \left(\frac{d_t n_3}{dt} \right) + \right.$$

un ist hier

$$= d\varphi_{\omega_1} : T\, d\varphi_{\omega_1} = [\omega_1 (1-s') + s'' \omega_3] (1 - 2s' -$$

$$= [\omega_1 (1 - s') + s'' \omega_3] \left(1 + s' + s'^2 - \frac{s''^2}{2} \right),$$

$$d\varphi_{\omega_2} = \omega_2 , \qquad U\, d\varphi_{\omega_2} =$$

anach

$$S\, U\, d\varphi_{\omega_3} U\, d\varphi_{\omega_1} = - s'' + 2\, s'\, s'',$$

die Entwickelung bis zu den in Bezug auf
g quadratischen Gliedern geführt wird.
ur die Berechnung von $S\, \alpha_1\, U\, d\varphi_{\omega_1}$ und von
ihrt werden, und es sollen von den in Be
Grösse g quadratischen Gliedern nur diej

fortgelassen werden, weil sie in Bezug auf die kleine Grösse g quadratisch sind und noch eine andere kleine Grösse a, a', a'' als Factor enthalten, und es ergiebt sich demnach dann:

$$Su_1 U dq_{\omega_1} = \sum_0^t \left[dm_1 \frac{e}{r}(1 - w^2) - a\,dt\,\frac{e}{r}(1 - w)^2 \right]$$
$$+ s'' \sum_0^t dn_3\, v - \sum_0^t [e'_{(2)} D_t^2 m_1 + e'_{(3)} D_t^3 m_1 + \ldots]\, dt$$
$$+ s'' \sum_0^t [v_{(2)} D_t^2 n_3 + v_{(3)} D_t^3 n_3 + \ldots]\, dt$$
$$+ \sum_0^t [e'_{(2)} D_t^2 t + 2 e''_{(2)} D_t^2 t]\, a\,dt + \sum_0^t [e'_{(3)} D_t^3 t$$
$$+ 2 e''_{(3)} D_t^3 t]\, a\,dt + \ldots,$$
$$Su_3 U dq_{\omega_1} = -s'' \sum_0^t \left[dm_1 \frac{e}{r}(w - w^2) \right] + \sum_0^t [dn_3\, v]$$
$$- s'' \sum_0^t e''_{(2)} D_t^2 m_1 + e''_{(3)} D_t^3 m_1 + \ldots]\, dt$$
$$+ \sum_0^t [v_{(2)} D_t^2 n_3 + v_{(3)} D_t^3 n_3 + \ldots]\, dt.$$

Für mässige Aenderungen der Temperatur, welche wir hier betrachten wollen, kann man die Aenderungen des Dehnungsindex und des Verdrehungsindex mit der Temperatur der Aenderung der letzteren proportional setzen und demnach die Abhängigkeit dieser Indices von t in der Form darstellen:

$$e = e_0 (1 + b_e t),$$
$$v = v_0 (1 + b_v t);$$

in diesen Gleichungen bedeuten e_0 und v_0 die Werthe von e beziehlich v bei 0^0. Erfahrungsmässig sind die Temperaturcoefficienten b_e und b_v als kleine Grössen zu betrachten. In derselben Form wollen wir zunächst auch die Abhängigkeit der anderen elastischen Constanten von t annehmen und also setzen:

$$e_{(2)} = e'_{0\,(2)} (1 + b_{e'_{(2)}} t),$$
$$v_{(2)} = v_{0(2)} (1 + b_{v_{(2)}} t),$$

entsprechender Weise $e'_{(3)}, \ldots, v_{(3)} \ldots$ ausd
mperaturcoefficienten auch dieser elastischen
ein ansehen.

Venn wir statt w und r die früher für die
nen Ausdrücke nehmen und die Entwickelu
Gliedern erstrecken, welche in Bezug auf
e der Temperaturcoefficienten von der erste
wird

$$-w^2) = \frac{v_0(4v_0 - e_0)}{(3v_0 - e_0)}\left[1 + \left(\frac{4b_v v_0 - b_e e_0}{4v_0 - e_0} + \frac{(b_e -}{3v_0}\right.\right.$$

$$-w)^2 = \frac{e_0}{3 - \frac{e_0}{v_0}}\left[1 + \frac{(3b_e v_0 - b_v e_0}{3v_0 - e_0}\,t\right]$$

$$-w^2) = \frac{v_0(2v_0 - e_0)}{3v_0 - e_0}\left[1 + \frac{(2b_v v_0 - b_e e_0)\,t}{2v_0 - e_0} + \frac{(b}{}\right.$$

h wird

$$S\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1} . D_t m_1 = m_1 D_t m_1 v_0 \frac{(4v_0 - e_0)}{3v_0 - e_0}$$

$$+ b_1 D_t m_1 v_0 \frac{(4v_0 - e_0)}{2v_0 - e_0}\int_0^t t\, D_t m_1\, dt - \frac{a e_0}{}$$

In diesen Gleichungen sind b_1, b_2, b_3 ersichtlich abkürzende Bezeichnungen der kleinen Temperaturcoefficienten der Grössen

$$\frac{e}{r}(1 - w^2), \quad e\frac{c}{r}\cdot(1 - w)^2 \quad \text{und} \quad \frac{e}{r}(w - w^2).$$

Diese letzten beiden Gleichungen können wir dadurch weiter vereinfachen, dass wir, wie vorher, von den in Bezug auf g quadratischen Gliedern nur diejenigen beibehalten, welche nicht ausser g^2 noch eine andere kleine Grösse als Factor enthalten, und wegen der Kleinheit des linearen thermischen Ausdehnungsindex a können wir auch diejenigen Glieder unberücksichtigt lassen, welche ausser dem Producte ag noch eine andere kleine Grösse zum Factor haben. Dann erhalten wir:

$$S\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1} . D_t m_1 = D_t \frac{m_1^2}{2} v_0 \frac{(4v_0 - e_0)}{3v_0 - e_0} - \frac{a e_0 t}{3 - \frac{e_0}{v_0}} D_t m_1$$

$$- (e'_{0(2)} D_t m_1 + e'_{0(3)} D_t^2 m_1 + \ldots) D_t m_1 ,$$

$$S\alpha_3 U d\varphi_{\omega_1} . D_t n_3 = (v_0 n_3 + v_{0(2)} D_t n_3 + v_{0(3)} D_t^2 n_3 + \ldots) D_t n_3 ,$$

und demnach

$$D_t S\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1} . D_t m_1 = - \frac{a e_0}{3 - \frac{e_0}{v_0}} D_t m_1 ,$$

$$D_t S\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1} . D_t n_3 = 0 ,$$

und die Gleichung zur Bestimmung der absoluten Temperatur $\mathfrak{T}$ wird:

$$D_t \mathfrak{T} = - \frac{\mathfrak{T}}{s c_v a} \frac{a e_0}{\left(3 - \frac{e_0}{v_0}\right)} D_t m_1 + \frac{k_1}{s c_v} D_x^2 \mathfrak{T}.$$

Nun ist, nach früherem, in diesem Falle:

$$k_1 = k + k' \left(\frac{c_1^{-1/2}}{x} - 1\right) + k'' \left(\frac{c_3^{-1/2}}{x} - 1\right).$$

Die Factoren k' und k'' lassen sich ihrer Grössenordnung nach aus Versuchen von de Sénarmont bestimmen, der die Veränderung der Wärmeleitungsfähigkeit in homogenen Platten von Porzellan, Tafelglas und Flintglas durch Compression derselben nach einer Richtung maass. Er presste quadratische Platten dadurch stark, dass er sie zwischen die innen durch parallele Ebenen begrenzten Backen eines Schraubstocks klemmte. Sie erleiden hierbei eine Compression in der Richtung senkrecht zu den Rändern, welche den Backen anliegen,

und werden nach der Richtung ihrer Dicke, die im Mittel 7 mm betrug, und parallel den inneren Backenrändern gleichmässig ausgedehnt. Diese drei zu einander senkrechten Richtungen bilden dann ersichtlich diejenigen der Hauptaxen des Ellipsoids der Gestaltsänderung ihrer Theilchen nach der erwähnten Zusammendrückung der Platten und wenn wir $c_3^{-1/2}/z - 1$ auf die Richtung der Compression beziehen, wird dann:

$$\frac{c_1^{-1/2}}{x} - 1 = \frac{c_2^{-1/2}}{y} - 1 = w\, m_3\,, \quad \frac{c_3^{-1/2}}{z} - 1 = m_3\,.$$

Es bedurfte starker Zusammendrückung, um eine sicher messbare Veränderung der Wärmeleitungsfähigkeit hervorzubringen. Aus der Angabe de Sénarmont's, dass er in den Tafelglasplatten im polarisirten Lichte das Blau, das Grün, das Gelb und das Roth dritter Ordnung erzeugen konnte, können wir den mittleren Werth der grössten, von ihm durch Druck bewirkten Dehnungen m_3 bestimmen. Nach den Untersuchungen von F. E. Neumann am Spiegelglas können wir für die Differenz der Brechungsexponenten der beiden polarisirten Wellenebenen, die in der Richtung ihrer Dicke senkrecht zur Druckrichtung durch die quadratischen Platten gingen, setzen $-0{,}103\, m_3\, 1{,}54$. Wenn die Platte im polarisirten Lichte das Roth dritter Ordnung zeigt, können wir nach Brücke

$$-0.103\, m_3\, 1{,}54\,.\,7 = 0{,}000747$$

nehmen und danach ergäbe sich für die in diesem Falle nach der Richtung des Druckes in ihr erzeugte Dehnung m_3 der Werth

$$m_3 = -0{,}0006728.$$

Der kleinste Werth von m_3 bei starker Pressung der Platte, bei der sie das Gelb dritter Ordnung im polarisirten Lichte zeigte, ergiebt sich dann aus der Gleichung

$$-0{,}103\, m_3\, 1{,}54\,.\,7 = 0{,}000589\,,$$

und aus ihr folgt

$$m_3 = -0{,}0005306.$$

Im Mittel war also m_3 bei starker einseitiger Pressung der quadratischen Platten von Tafelglas gleich -0.0006017.

Nun ist für die Versuche von de Sénarmont danach zu schreiben:

$$k_1 = k_2 = k + \frac{k'}{4}\overline{m_3} - \frac{3k''}{4}\overline{m_3},$$

$$k_3 = k + \frac{k''}{2}\overline{m_3} - k'\overline{m_3},$$

wenn wir durch $\overline{m_3}$ den absoluten Werth von m_3 bezeichnen und das Dehnungsverhältniss w annähernd gleich $^1/_4$ setzen, wie es beim Glas geschehen kann. Dann ist beim Tafelglas nach den Messungen von de Sénarmont

$$k_1 : k_3 = 1{,}06^2$$

bei starker einseitiger Pressung der Platten. Setzt man in dieser Gleichung für k_1 und k_3 die soeben für sie hergeleiteten Werthe und statt m_3, nach dem Vorigen, 0,0006017, so ergiebt sich aus ihr:

$$k'' = -0{,}3070 + 1{,}048\,k'.$$

Da nun nach den Versuchen von de Sénarmont eine Zusammendrückung in einer bestimmten Richtung die Wärmeleitungsfähigkeit in dieser Richtung verringert, während sie eine solche Ausdehnung verstärkt, können wir, wenn wir unter Δ und Δ' positive Grössen verstehen, schreiben:

$$k_3 : k_1 = (k - \Delta) : (k + \Delta') = 1 : 1{,}06^2 = 1 - 0{,}1102.$$

Weil es aber starker Pressung bedarf, um eine merkliche Veränderung der Wärmeleitungsfähigkeit durch Gestaltsänderung zu erzeugen, können wir annehmen, dass sich der ursprüngliche Werth der Wärmeleitungsfähigkeit durch Gestaltsänderung nur um einen Bruchtheil ändert, und dürfen also $\Delta : k$ und $\Delta' : k$ als positive echte Brüche ansehen. Annähernd dürfen wir dann, da diese Brüche danach der Eins nicht nahestehend zu betrachten sind, schreiben:

$$(k - \Delta) : (k + \Delta') = 1 - \frac{(\Delta + \Delta')}{k}$$

und mithin

$$\Delta + \Delta' = 0{,}1102\,k.$$

Es muss, da Δ und Δ' beide positiv sind, Δ dem Werthe nach zwischen 0 und $0{,}1102\,k$ liegen. Aus dem zuvor gegebenen Ausdrucke für k_3 und k'' folgt dann

$$-\Delta = -0{,}0_4 9232 + 0{,}0_3 3151\,k'.$$

Schreibt man für Δ Null, so ergiebt sich

(1) $\qquad k' = -0{,}3221 \qquad k'' = -0{,}6445,$

nimmt man jedoch für Δ den Werth $0{,}1102\,k$, so folgt

(2) $\qquad k' = 0{,}4290 \qquad k'' = 0{,}1425.$

Damit sind annähernd die Grenzen bestimmt, zwischen denen k' und k'' liegen müssen und die letzteren Factoren können also als echte Brüche betrachtet werden.

Die Gleichung zur Bestimmung der Temperatur lässt sich ausführlicher schreiben:

$$D_t \mathfrak{T} = -\frac{\mathfrak{T}\, a\, e_0}{s\, c_g\, a\left(3 - \frac{e_0}{v_0}\right)} D_t m_1 + \frac{k}{s\, c_g} D_\xi^2 \mathfrak{T}$$

$$+ \frac{k'}{s\, c_g}\left(\frac{c_1^{-1/2}}{x} - 1\right) D_\xi^2 \mathfrak{T} + \frac{k''}{s\, c_g}\left(\frac{c_3^{-1/2}}{z} - 1\right) \cdot D_\xi^2 \mathfrak{T}.$$

Die frühere Annahme, dass $D_t \mathfrak{T}$ klein erster Ordnung in Bezug auf die kleine Grösse g bleibe, wenn die den Einfluss der Wärmeleitung ausdrückenden Glieder mit dem Factor $D_\xi^2 \mathfrak{T}$ in der letzten Gleichung mit in Betracht gezogen werden, erfordert, dass auch $D_\xi^2 \mathfrak{T}$ jedenfalls klein erster Ordnung in Bezug auf die kleine Grösse g zu betrachten ist. Dann sind die Glieder der letzten Gleichung mit k' und k'' quadratisch in Bezug auf g und enthalten die echten Brüche k' und k'' als Factoren. Wir werden jedoch, da $k'/s\,c_g$ und $k''/s\,c_g$ allgemein nicht als klein angesehen werden können, diese Glieder beibehalten. Da wir $D_\xi^2 \mathfrak{T}$ jedenfalls als klein erster Ordnung in Bezug auf g zu betrachten haben, sind

$$\left(\frac{c_1^{-1/2}}{x} - 1\right) \quad \text{und} \quad \left(\frac{c_3^{-1/2}}{z} - 1\right)$$

nur mit ihren kleinen Gliedern erster Ordnung einzuführen und es ergiebt sich die Gleichung zur Bestimmung der Temperatur in der Form:

$$D_t \mathfrak{T} = -\frac{\mathfrak{T}\, a\, e_0}{s\, c_g\, a\left(3 - \frac{e_0}{v_0}\right)} D_t m_1 + \frac{k}{s\, c_g} D_\xi^2 \mathfrak{T}$$

$$+ \frac{k'\, s''^2}{s\, c_g\, 2(s' + \sqrt{s'^2 + s''^2})} D_\xi^2 \mathfrak{T} + \frac{k''\, s''^2}{s\, c_g\, 2(s' - \sqrt{s'^2 + s''^2})} D_\xi^2 \mathfrak{T}.$$

Es bleibt nun die specifische Wärme bei constanter Gestalt c_g zu bestimmen. Für die Formen der Vectoren der elastischen Kräfte α_1, α_2, α_3, welche hier eingeführt wurden, kann c_g durch eine ähnliche Betrachtung gefunden werden, wie sie früher für hinreichend langsame Zustandsänderungen angestellt ward, bei denen die Theilableitungen der Gestaltsvariabeln und der Temperatur in den Ausdrücken für die Vectoren der elastischen Kräfte α_1, α_2, α_3 nicht berücksichtigt zu werden brauchten. Wir lassen zu dem Zwecke ein Theilchen des betrachteten unendlich ausgedehnten elastischen Körpers in dem gegebenen Zustande desselben, welcher durch die Variabeln t, $m_1, \ldots, n_3, D_t m_1, \ldots$ charakterisirt wird und für den die specifische Wärme bei constanter Gestalt c_g bestimmt werden soll, folgenden Kreisprocess durchmachen.

Zunächst möge sich der Zustand in der Weise ändern, dass t, $m_1, \ldots n_3$ beziehlich um dt, $dm_1, \ldots dn_3$ zunehmen, dann bei der constanten Temperatur $t+dt$ das Theilchen in den Zustand mit den Werthen m_1', m_2', m_3', 0, 0, ... 0 ... übergeführt werden, in dem ein gewählter normaler gleichmässiger Druck auf seine Oberfläche wirken mag, dann soll eine Temperatur bei dem constant erhaltenen letzten Volumen um dt erniedrigt werden und schliesslich das Theilchen bei der constanten Temperatur t in den Anfangszustand zurückgeführt werden. Der ganze Kreisprocess soll in umkehrbarer Weise stattfinden. Bezeichnen wir, wie früher, den Wärmeverbrauch der vier angeführten Zustandsänderungen beziehlich mit w_1, w_2, w_3, w_4, so wird, nach früherem,

$$w_1+w_2+w_3+w_4=s(c_g-c_v)dt-\frac{(\mathfrak{T}+dt)}{\mathfrak{a}}\sum_{m_1,\ldots,D_t m_1,\ldots}^{m_1',\,m_2',\,m_3'} D_t S[\Delta_{dt}\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1}\delta m_1$$

$$+\Delta_{dt}\alpha_2 U d\varphi_{\omega_2}\delta m_2+\Delta_{dt}\alpha_3 U d\varphi_{\omega_3}\delta m_3+\Delta_{dt}\alpha_1 U d\varphi_{\omega_2}\delta n_1$$

$$+\Delta_{dt}\alpha_2 U d\varphi_{\omega_3}\delta n_2+\Delta_{dt}\alpha_3 U d\varphi_{\omega_1}\delta n_3]$$

$$-\frac{dt}{\mathfrak{a}}\sum_{m_1,\ldots,D_t m_1,\ldots}^{m_1',\,m_2',\,m_3'} D_t S[\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1}\delta m_1+\alpha_2 U d\varphi_{\omega_2}\delta m_2+\alpha_3 U d\varphi_{\omega_3}\delta m_3$$

$$+\alpha_1 U d\varphi_{\omega_2}\delta n_1+\alpha_2 U d\varphi_{\omega_3}\delta n_2+\alpha_3 U d\varphi_{\omega_1}\delta n_3]$$

$$+ (\alpha_2 + \Delta_{dt}\alpha_2)\, U d\varphi_{\omega_2} d n_2 + (\alpha_3 + \Delta_{dt}\alpha_3$$

Bezeichnen wir die Arbeit der inneren des Theilchens bei den vier Zustandsänderun process bilden, beziehlich mit l_1, l_2, l_3, l_4, s umkehrbaren Kreisprocesse der Wärmeve gleich der in Wärmemaass gerechneten A Kräfte des denselben ausführenden Körpe seine Oberfläche wirken:

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = (l_1 + l_2 + l_3 +$$

Der Wärmeverbrauch wie diese Arbeit sind die Einheit des Volumens gerechnet. Es früherem:

$$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = -\sum_{m_1 + dm, \ldots, D_t m_1, \ldots}^{m_1', m_2', m_3} S[\Delta_{dt}\alpha_1 U d\varphi$$

$$+ \Delta_{dt}\alpha_2 U d\varphi_{\omega_2} \delta m_2 + \Delta_{dt}\alpha_3 U$$

$$+ \Delta_{dt}\alpha_1 U d\varphi_{\omega_2} \delta n_1 + \Delta_{dt}\alpha_2 U$$

$$+ \Delta_{dt}\alpha_3 U d\varphi_{\omega_1} \delta n_3].$$

auf die kleine Grösse g von der ersten Ordnung sind, oder angenommen sind. Es ergiebt sich dann c_g gleich c_v mit Hinzufügung einer Reihe von Gliedern, welche den gemeinsamen Factor $1/a$ haben. Dieser Factor, der reciproke Werth des Arbeitsäquivalentes der Wärmeeinheit, ist unter Zugrundelegung der Einheiten cm, g, sec, welche im Folgenden als Einheiten gewählt werden sollen, als klein zu betrachten. Die Zunahmen der Vectoren der elastischen Kräfte α_1, α_2, α_3, wenn sich nur die Temperatur t um dt ändert, also beziehlich die Vectoren $\Delta_{dt}\alpha_1$, $\Delta_{dt}\alpha_2$, $\Delta_{dt}\alpha_3$ enthalten hier t nicht mehr und mithin sind $D_t\Delta_{dt}\alpha_1$, $D_t\Delta_{dt}\alpha_2$, $D_t\Delta_{dt}\alpha_3$ Null, dann wird, nach dem Vorigen:

$$
\begin{aligned}
c_g = c_v + \frac{1}{s\,a}\sum_{m_1+dm_1,\ D_t m_1,\ \ldots}^{m_1',\ m_2',\ m_3'} D_t S[&\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1}\delta m_1 + \alpha_2 U d\varphi_{\omega_2}\delta m_2 \\
&+ \alpha_3 U d\varphi_{\omega_3}\delta m_3 + \alpha_1 U d\varphi_{\omega_2}\delta n_1 + \alpha_2 U d\varphi_{\omega_3}\delta n_2 \\
&+ \alpha_3 U d\varphi_{\omega_1}\delta n_3] \\
-\frac{1}{a\,s\,dt}\sum_{m_1+dm_1,\ldots,\ D_t m_1,\ \ldots}^{m_1',\ m_2',\ m_3'} S[&\Delta_{dt}\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1}\delta m_1 + \Delta_{dt}\alpha_2 U d\varphi_{\omega_2}\delta m_2 \\
&+ \Delta_{dt}\alpha_3 U d\varphi_{\omega_3}\delta m_3 + \Delta_{dt}\alpha_1 U d\varphi_{\omega_1}\delta n_1 \\
&+ \Delta_{dt}\alpha_2 U d\varphi_{\omega_3}\delta n_2 + \Delta_{dt}\alpha_3 U d\varphi_{\omega_1}\delta n_3].
\end{aligned}
$$

In der ersten eckigen Klammer bezeichnen α_1, α_2, α_3 die sich in folgender Weise ergebenden Werthe der Vectoren der elastischen Kräfte, wie sie den sich folgenden Zuständen in dem betrachteten Kreisprocesse entsprechen. Für einen solchen ergiebt sich z. B. α_1, indem wir zu dem Anfangswerthe $\alpha_{1,0}$ dieses Vectors, welcher dem Zustande eines Theilchens entspricht, für den seine specifische Wärme bei constanter Gestalt bestimmt werden soll, einmal die Zunahme $\Delta\alpha_1$ hinzufügen, welche durch Veränderung der Gestaltsvariabeln und der Temperatur beziehlich um die unendlich kleinen Grössen $dm_1, \ldots, dn_3, dt$ eintritt und den weiteren Zuwachs $\bar{\alpha}_1$, der durch die

$$- n_3 b_v v_0 U d\varphi_{\omega_3} + [b_{e'(2)} e'_{0(2)} D_t m_1$$
$$+ D_t m_3)] U d\varphi_{\omega_1} - b_{v(2)} v_{0(2)} (D_t n_1 U$$

unberücksichtigt geblieben sind die Gliede zwei kleine Grössen zu Factoren haben. D fortzulassen, und weiter ist

$$D_t \bar{\alpha}_1 = \Big[- m_1 b_1 v_0 \frac{(4 v_0 - e_0)}{(3 v_0 - e_0)} + (m_2 + m_3) b_3$$
$$- n_1 b_v v_0 U d\varphi_{\omega_3} - n_3 b_v v_0 U d\varphi_{\omega_3} + [b$$
$$+ b_{e''2)} e''_{0(2)} (D_t m_2 + D_t m_3)] U d\varphi_{\omega_1} - l$$
$$+ D_t n_3 U d\varphi_{\omega_3}) + \ldots,$$

und

$$\Delta_{dt} \alpha_1 : dt = D_t \alpha_1.$$

Entsprechende Ausdrücke ergeben sich $\Delta_{dt} \alpha_2 : dt$ und $D_t \alpha_{3,0}$, $D_t \bar{\alpha}_3$, $\Delta_{dt} \alpha_3 : dt$. vor allem wegen der letzten Gleichung:

$$c_g = c_v.$$

Bezeichnen wir wie früher den gleich

in welcher Gleichung die Zeichen die früher angegebene Bedeutung haben. Nach dem zuvor gegebenen Ausdrucke für $D_t a_{1,0}$, in welchem für den vorliegenden Fall den Zustandsvariabeln beziehlich die Werthe $t, m'_1, m'_2, m'_3, 0, 0, 0, \ldots$ beizulegen sind, ist jedoch $D_t p$ als eine kleine Grösse zu betrachten, und auch der Factor $D_t v : s v$, welcher den cubischen, thermischen Ausdehnungsindex der Gewichtseinheit des Körpers bei gleichmässigem, normalen Drucke auf seine Oberfläche darstellt, ist bei festen und flüssigen Körpern erfahrungsmässig gleichfalls als klein anzusehen. Mit dem bisherigen Grade der Annäherung kann dann aber in der Gleichung zur Bestimmung der Temperatur c_g durch c_p ersetzt werden und diese lautet dann:

$$D_t \mathfrak{T} = - \frac{\mathfrak{T} a e_0}{s c_p a \left(3 - \frac{e_0}{v_0}\right)} D_t m_1 + \frac{k}{s c_p} D_\xi^2 \mathfrak{T} + \frac{k' s''^2}{s c_p 2(s' + \sqrt{s'^2 + s''^2})} D_\xi^2 \mathfrak{T}$$

$$+ \frac{k'' s''^2}{s c_p 2(s' - \sqrt{s'^2 + s''^2})} D_\xi^2 \mathfrak{T}.$$

Wir wollen nun *in erster Annäherung* im folgenden in der weiteren Entwicklung die Glieder unberücksichtigt lassen, welche in Bezug auf die kleine Grösse g von höherer als der ersten Ordnung sind. Die vorige Gleichung zur Bestimmung der Temperatur erhält in diesem Falle die einfachere Form:

$$D_t \mathfrak{T} = - \frac{\mathfrak{T} a e_0}{s c_p a \left(3 - \frac{e_0}{v_0}\right)} D_t m_1 + \frac{k}{s c_p} D_\xi^2 \mathfrak{T}.$$

Bei diesem Grade der Annäherung ist eine Lösung derselben der in der folgenden Gleichung gegebene Ausdruck für $\mathfrak{T}$:

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_0 \, \varepsilon^{f_1(\xi, t)},$$

in der

$$f_1(\xi, t) = - \frac{a e_0}{s c_p a \left(3 - \frac{e_0}{v_0}\right)} \left\{ m_1 + \int \frac{k}{s c_p} D_\xi^2 m_1 \, dt + \int \frac{k}{s c_p} dt \int \frac{k}{s c_p} \right.$$

$$\left. D_\xi^4 m_1 \, dt + \int \frac{k}{s c_p} dt \int \frac{k}{s c_p} dt \int D_\xi^6 m_1 \, dt + \ldots \right\}$$

e Glieder in der geschweiften Klammer sind um
mehr Integrationen zu ihrer Berechnung auszuf
nn es ist bei dieser annähernden Entwicklung

$$m_1 = -\frac{g g_1}{l}\,\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}}\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)-u\right]$$

$$D_\xi m_1 = \frac{g g_1}{l}\,\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}}\left(\frac{j}{4l}\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)-$$

$$\frac{\pi}{2l}\sin\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)-u\right]\right) = \frac{g g_1^2}{l^2}\,\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}}\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}\right.\right.$$

nn, wie früher,

$$\frac{j}{4} = g_1\cos u \qquad \frac{\pi}{2} = g_1\sin u$$

, ferner

$$D_\xi^2 m_1 = -\frac{g g_1^3}{l^3}\,\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}}\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)-3$$

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_0 \, \varepsilon^{f_1(\xi, t)},$$

$$f_1(\xi, t) = - \frac{a e_0}{s c_p a \left(3 - \frac{e_0}{v_0}\right)} \left\{ - \cos_1 + \frac{k}{s c_p} \frac{g_1^2}{l^2} \frac{2}{\pi h} \sin_3 \right.$$

$$\left. + \left(\frac{k}{s c_p} \frac{2 g_1^2}{\pi h l^2}\right)^3 \sin_5 + \left(\frac{k}{s c_p} \frac{2 g_1^2}{\pi h l^2}\right)^3 \sin_7 + \ldots \right\} \frac{g g_1}{l} \varepsilon^{- \frac{j \xi}{4 l}}$$

darstellen. Die zu Grunde gelegte Voraussetzung der letzten Entwicklung, dass $D_\xi^2 \mathfrak{T}$ wie $D_t \mathfrak{T}$ jedenfalls von der ersten Ordnung in Bezug auf die kleine Grösse g sei, erfüllt diese Lösung. Die Constante $\mathfrak{T}_0$ kann hier aus der für einen bestimmten Zeitpunkt zu gebenden Temperatur in einer besonderen Wellenebene berechnet werden.

Wir können nun die Vectoren der elastischen Kräfte ihrem Werthe nach für den vorliegenden Fall angeben und danach auch die besondere Form der *Gleichung der Bewegung für das Innere der elastischen Körper.* Letzterer wollen wir erst eine neue Form geben. Da die Gleichung in der früheren Form für jeden Zeitpunkt gilt, erhält man, wenn man sie für zwei unendlich nahe Zeitmomente t und $t + dt$ bildet, durch Subtraction der auf diese Weise entstehenden beiden Gleichungen die neue Form derselben:

$$s D_t^2 \varrho \, dt = - d(\Delta \alpha_1)_{\omega_1} - d(\Delta \alpha_2)_{\omega_2} - d(\Delta \alpha_3)_{\omega_3}.$$

Sie soll im folgenden zu Grunde gelegt werden. Es ist aber in diesem Falle:

$$s D_t^2 \varrho \, dt = \frac{s \pi^3 h^3}{8} g \, \varepsilon^{- \frac{j \xi}{4 l}} dt \left\{ - \sin \frac{\pi}{2} \left(\frac{\xi}{l} - h t\right) \omega_1 \right.$$

$$\left. - \cos \frac{\pi}{2} \left(\frac{\xi}{l} - h t\right) \omega_3 \right\} + s D_t^2 f(\xi, t) \, dt \, \omega_3 ,$$

$$- d(\Delta \alpha_1)_{\omega_1} = d \left\{ D_t m_1 v \frac{(4 v - e)}{(3 v - e)} - \frac{a e}{\left(3 - \frac{e}{v}\right)} D_t \mathfrak{T} \right\}_{\omega_1} dt \, \omega_1$$

$$- d \left[e'_{(2)} D_t^2 m_1 + e'_{(3)} D_t^3 m_1 + \ldots \right]_{\omega_1} \omega_1 \, dt + d \left[D_t n_3 v \right.$$

$$+ D_t^2 n_3 v_{(2)} + D_t^3 n_3 v_{(3)} + \ldots \Big]_{\omega_1} dt\,\omega_3 + a\,d\Big[(e'$$

$$+ 2\,e''_{(2)})\,D_t^2 \mathfrak{T} + (e'_{(3)} + 2\,e''_{(3)})\,D_t^3 \mathfrak{T} + \ldots\Big]_{\omega_1} dt\,\omega_1 ,$$

$$- d(\Delta\alpha_2)_{\omega_3} = 0 = - d(\Delta\alpha_3)_{\omega_3} ,$$

er

$$(D_t m_1)_{\omega_1} = D^2_{t,\xi} m_1 = - \frac{g}{l^2} \varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}} \Big[\sin\frac{\pi}{2}\Big(\frac{\xi}{l} - h$$

$$- \frac{j^2}{16}\Big) + \cos\frac{\pi}{2}\Big(\frac{\xi}{l} - ht\Big)$$

$$(D_t n_3)_{\omega_3} = D^2_{t,\xi} n_3 = \frac{\pi h}{2}\frac{g}{l^2}\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}}\Big[\frac{j\pi}{4}\sin\frac{\pi}{2}\Big(\frac{\xi}{l}$$

$$- \Big(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16}\Big)\cos\frac{\pi}{2}\Big(\frac{\xi}{l} - ht\Big)\Big] +$$

$$(D_t \mathfrak{T})_{\omega_1} = D^2_{t,\xi}\mathfrak{T} = - \frac{\mathfrak{T}_0\,a\,e_0}{s\,e_p\,a\left(3 - \frac{e_0}{\quad}\right)}\frac{g\,g_1^2}{l^2}\varepsilon^{-\frac{j}{4}}$$

Die Bewegungsgleichung für das Innere elastischer Körper führt danach auf eine Gleichung von folgender Form:

$$-s\frac{\pi^3 h^3}{8} g\,\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}} dt\left\{\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)\omega_1+\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)\omega_3\right\}$$

$$+s D_t^3 f(\xi,t)\,dt\,\omega_3=\left(C_1\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)\right.$$

$$\left.+C_2\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)\right)\omega_1+C_3\,\omega_3,$$

in der C_1, C_2, C_3 abgekürzte Bezeichnungen der Factoren von

$$\omega_1\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right),\quad \omega_1\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)$$

und ω_3 im Ausdrucke für $-d(\Delta\alpha_1)_{\omega_1}$ sind. Aus dieser Gleichung ergeben sich erstens die beiden Gleichungen:

$$-s\frac{\pi^3 h^3}{8} g\,\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}} dt\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)=\left[C_1\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)\right.$$

$$\left.+C_2\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)\right]$$

und

$$s D_t^3 f(\xi,t)=C_3+s\frac{\pi^3 h^3}{8} g\,\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}}\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right),$$

und dann folgen aus der ersteren, da sie für jeden Werth von t gelten muss, und C_2 und C_3 sich nahezu als Constanten ergeben, welche sich nur insofern allmählich mit der Zeit ändern, als die in ihnen auftretenden physikalischen Constanten von der Temperatur abhängig sind, während sich

$$\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)\quad\text{und}\quad\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l}-ht\right)$$

im allgemeinen rasch mit der Zeit ändern, die weiteren Gleichungen:

$$\frac{\pi h}{2} g \varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}} dt$$

und Multiplication beider Seiten mit l^2 die fol

$$
\text{(I)} \quad \left\{ \begin{array}{l}
-s\frac{\pi^2 h^2 l^2}{4} = -\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16}\right)\left[\frac{v\left(4-\frac{e}{v}\right)}{\left(3-\frac{e}{v}\right)} + \right. \\
\left. -\left(\frac{\pi^2 h^2}{4}\right)^2 e'_{(5)} + \left(\frac{\pi^2 h^2}{4}\right)^3 e'_{(7)} - \ldots\right] - \frac{\mathfrak{T}}{s} \\
\cdot\left[\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16}\right) - \frac{k}{s c_p l^2}\frac{2}{\pi h}\left(\frac{\pi j^3}{32} - \frac{\pi^3 j}{8}\right) - (\right. \\
\left.\cdot\left(\frac{3\pi j^5}{1024} - \frac{5\pi^3 j^3}{128} + \frac{3\pi^5 j}{64}\right)\right]\left[\frac{a e_0}{\left(3-\frac{e_0}{v_0}\right)} + \right. \\
\cdot\frac{\pi^2 h^2}{4} - a\left(e'_{(5)} + 2e''_{(5)}\right)\left(\frac{\pi^2 h^2}{4}\right)^2 + a\left(e'_{(7)} + \right. \\
\left. - \ldots\right] + \frac{\mathfrak{T}_0 a^2 e_0}{s c_p a\left(3-\frac{e_0}{v_0}\right)}\left[\frac{\pi j}{4}\frac{\pi h}{2} - \frac{k}{s c_p l^2}\right. \\
\left. + \frac{j^4}{\ldots}\right) - \left(\frac{k}{\ldots}\right)^2 2\left(\frac{j^6}{\ldots}\right. \quad \mathfrak{T} j^4 \pi^2 \quad .
\end{array} \right.
$$

$$
\text{(II)}\quad
\begin{cases}
-\frac{j\pi}{4}\left[\frac{v\left(4-\frac{e}{v}\right)}{\left(3-\frac{e}{v}\right)}+\frac{\pi^2h^2}{4}e_{(3)}-\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2e_{(5)}+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^3e_{(7)}-\dots\right]\\
-\left(\frac{\pi^2}{4}-\frac{j^2}{16}\right)\frac{\pi h}{2}\left[e'_{(2)}-\frac{\pi^2h^2}{4}e'_{(4)}+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2e'_{(6)}-\dots\right]\\
-\frac{\mathfrak{T}_0\,a\,e_0}{s\,c_p\,a\left(3-\frac{e_0}{v_0}\right)}\left[\frac{\pi j}{4}-\frac{k}{s\,c_p\,l^2}\frac{2}{\pi h}\left(\frac{\pi^4}{16}-\frac{3\pi^2j^2}{32}+\frac{j^4}{16^2}\right)\right.\\
\left.-\left(\frac{k}{s\,c_p\,l^2}\right)^2\frac{4}{\pi^2h^2}\left(\frac{j^5}{4096}-\frac{7j^4\pi^2}{512}-\frac{j^3\pi^4}{256}-\frac{\pi^6}{64}\right)\right]\cdot\left[\frac{a\,e_0}{\left(3-\frac{e_0}{v_0}\right)}\right.\\
+\frac{\pi^2h^2}{4}a\left(e'_{(3)}+2\,e''_{(3)}\right)-\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2a\left(e'_{(5)}+2\,e''_{(5)}\right)\\
\left.+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^3a\left(e'_{(7)}+2\,e''_{(7)}\right)-\dots\right]-\frac{\mathfrak{T}_0\,a^2\,e_0}{s\,c_p\,a\left(3-\frac{e_0}{v_0}\right)}\left[\frac{\pi h}{2}\left(\frac{\pi^2}{4}-\frac{j^2}{16}\right)\right.\\
-\frac{k}{s\,c_p\,l^2}\left(\frac{\pi j^3}{32}-\frac{\pi^3j}{8}\right)-\left(\frac{k}{s\,c_p\,l^2}\right)^2\frac{2}{\pi h}\left(\frac{3\pi j^5}{1024}-\frac{5\pi^2j^3}{128}\right.\\
\left.\left.+\frac{3\pi^5j}{64}\right)\right]\left[\left(e'_{(2)}+2\,e''_{(2)}\right)-\frac{\pi^2h^2}{4}\left(e'_{(4)}+2\,e''_{(4)}\right)\right.\\
\left.+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2\left(e'_{(6)}+2\,e'''_{(6)}\right)-\dots\right]=0\,.
\end{cases}
$$

Endlich ergiebt sich danach aus der die Function $f(\mathfrak{x},t)$ enthaltenden vorigen Gleichung die Gleichung:

$$
\begin{aligned}
&-s\frac{\pi^3h^3}{8}g\,\varepsilon^{-\frac{j\mathfrak{x}}{4l}}\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\mathfrak{x}}{l}-h\,t\right)+s\,D_t^2f(\mathfrak{x},t)\\
&=\left[\pi\,\frac{h}{2}\,\frac{g}{l^2}\cdot\varepsilon^{-\frac{j\mathfrak{x}}{4l}}\left\{\frac{j\pi}{4}\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\mathfrak{x}}{l}-h\,t\right)\right.\right.\\
&\left.\left.-\left(\frac{\pi^2}{4}-\frac{j^2}{16}\right)\cdot\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\mathfrak{x}}{l}-h\,t\right)\right\}\right]\left[v-\frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)}\right.\\
&\left.+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2v_{(5)}-\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^3v_{(7)}+\dots\right]\\
&-\frac{g}{l^2}\,\varepsilon^{-\frac{j\mathfrak{x}}{4l}}\frac{\pi^2h^2}{4}\left[\frac{j\pi}{4}\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\mathfrak{x}}{l}-h\,t\right)\right.\\
&\left.+\left(\frac{\pi^2}{4}-\frac{j^2}{16}\right)\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\mathfrak{x}}{l}-h\,t\right)\right]\left[v_{(2)}-\frac{\pi^2h^2}{4}v_{(4)}\right.
\end{aligned}
$$

... Funktion $f_2(\xi, t)$ eine Lö

$$s D_t^2 f_2(\xi, t) - v D_{\xi^2}^2 f_2(\xi, t) - v_{(2)} D_{\xi^2}^4 f_2(\xi,$$
$$- v_{(4)} D_{\xi^2}^6 f_2(\xi, t) - \ldots = 0$$

ist. Wir können schreiben:

$$f_2(\xi, t) = g' g \varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}} \frac{\pi}{2} \left(\frac{\xi}{l} - h t \right.$$

und erhalten dann aus der vorletzten Glei lassung des den Gliedern der linken Seite ge

$$\frac{\pi h}{2} g \varepsilon^{-\frac{j'\xi}{4l}}$$

und Multiplication mit l^2 die weitere Gleicl

$$s \frac{\pi^2}{4} h^2 l^2 \cos \frac{\pi}{2} \left(\frac{\xi}{l} - ht - u' \right) - \left[\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j'^2}{16} \right) c \right.$$
$$- \frac{\pi j'}{4} \sin \frac{\pi}{2} \left(\frac{\xi}{l} - ht - u' \right) \Big] \Big[v - \frac{\pi^2 h^2}{4} v_{(3)} \cdot$$
$$- \frac{\pi h}{2} \left[\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j'^2}{16} \right) \sin \frac{\pi}{2} \left(\frac{\xi}{l} - ht - u' \right) \right.$$
$$+ \frac{\pi j'}{4} \cos \frac{\pi}{2} \left(\frac{\xi}{l} - ht - u' \right) \Big] \Big[v_{(2)} - \frac{\pi^2 h^2}{4} v_{(4)}$$
$$+ \left(\frac{\pi^2 h^2}{4} \right)^2 v_{(6)} - \ldots \Big] = 0.$$

$$s\frac{\pi^2}{4}h^2l^2\cos u' - \left[\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j''^2}{16}\right)\cos u' + \frac{\pi j''}{4}\sin u'\right]\left[v - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\right] + \frac{\pi h}{2}\left[\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j''^2}{16}\right)\sin u' - \frac{\pi j''}{4}\cos u'\right]\left[v_{(2)} - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(4)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(6)} - \ldots\right] = 0,$$

und

$$s\frac{\pi^2}{4}h^2l^2\sin u' - \left[\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j''^2}{16}\right)\sin u' - \frac{\pi j''}{4}\cos u'\right]\left[v - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\right] - \frac{\pi h}{2}\left[\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j''^2}{16}\right)\cos u' - \frac{\pi j''}{4}\sin u'\right]\left[v_{(2)} - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(4)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(6)} - \ldots\right] = 0.$$

Aus der vorletzten findet man:

$$u' = \operatorname{arc\,tg}\left\{\left[s\frac{\pi^2}{4}h^2l^2 - \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j''^2}{16}\right)\left(v - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\right) - \frac{\pi h}{2}\frac{\pi j''}{4}\left(v_{(2)} - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(4)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(6)} - \ldots\right)\right] : \left[\frac{\pi j''}{4}\left(v - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\right) - \frac{\pi h}{2}\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j''^2}{16}\right)\left(v_{(2)} - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(4)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(6)} - \ldots\right)\right]\right\}$$

und aus der ihr folgenden ergiebt sich eine in $j''/4$ quadratische Gleichung, welche für diesen Scalar zum Werte:

$$\frac{j''}{4} = -\left[\pi\cos u'\left(v - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\right) - \frac{\pi^2h}{2}\sin u'\left(v_{(2)} - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(4)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(6)} - \ldots\right)\right] : 2\left[\sin u'\left(v - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\right) + \frac{\pi h}{2}\cos u'\left(v_{(2)} - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(4)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(6)} - \ldots\right)\right] \pm \left\{\left[\pi\cos u'\left(v - \frac{\pi^2h^2}{4}v_{(3)} + \left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\right)\right.\right.$$

$$+\left(\frac{\pi^2 h^2}{4}\right)^2 v_{(5)} - \ldots\Big) + \frac{\pi h}{2} \cos$$

$$+\left(\frac{\pi^2 h^2}{4}\right)^2 v_{(6)} - \ldots\Big)\Big] + \frac{\pi^2}{4}\Big\}^{\frac{1}{2}}$$

führt, wobei zu beachten ist, dass $j'/4$

Der hier hergeleitete Werth von $f(\xi$ Ausdruck für den die Bewegung der ei elastischen Körpers bei der hier betrach bestimmenden Vector ϱ:

$$\varrho = \omega + g\varepsilon^{-\frac{j\xi}{4l}} \cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l} - h\right.$$

$$+ g' g\,\varepsilon^{-\frac{j'\xi}{4l}} \sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{\xi}{l} -\right.$$

Diese Wellenbewegung stellt also *ebene Längsschwingungen* dar.

Berlin, den 14. October 1895.

10. *Magnetisches Verhalten des Pyrrhotits; von Anton Abt.*

(Vorgetragen in der medicinisch-naturwissenschaftlichen Section des Siebenbürger Museum-Vereins 1895.)

(Hierzu Taf. II Fig. 5.)

I. Vorläufige Untersuchungen.

Der schon im Alterthum bekannte, oft sehr bedeutende natürliche Magnetismus des Magnetits (Fe_3O_4) oder Magneteisensteins, wie man denselben in bergmännischer Sprache nennt, und besonders sein noch bedeutenderer specifischer permanenter Magnetismus, wie dies durch Holz's und durch meine auch mit sehr starken magnetisirenden Kräften ausgeführten Untersuchungen des reinen, sprung- und rissfreien Moraviczaer Magnetits nachgewiesen wurde, veranlassten mich zu einer eingehenden Untersuchung über das magnetische Verhalten der Erze, deren Metalle zu den stärker paramagnetischen gehören, also namentlich der Eisen-, Nickel-, Kobalt- und Manganerze.

Zu diesem Zwecke erhielt ich durch die Güte des Hrn. Prof. Anton Koch aus der mineralogischen Sammlung der hiesigen Universität zwei Stück Nickelerze, mehrere Pyrite (FeS_2), theils Krystalle, theils krystallinische, derbe Stücke, vier Hämatite (FeO_2) und neun Stück derbe Pyrrhotite (nahezu Fe_7S_8) aus der Gegend von Borév. Zur Untersuchung dieser Mineralien auf ihren natürlichen Magnetismus habe ich ein Spiegelmagnetometer mit astasirtem Magnet angewandt, und die Mineralien einzeln in die erste Hauptlage nach Gauss gebracht. Zwei Hämatite und sämmtliche Pyrrhotite hatten magnetische Polarität, während bei den Pyriten und Nickelerzen eine solche nicht nachweisbar war. Der eine Hämatit, dessen Gewicht 376,5 g betrug, gab aus einer Entfernung von

19 cm und einer Scalenentfernung von 210 cm einen Ausschlag von + 6,5 und — 5,5 Scalentheilen. Einige Pyrrhotitexemplare gaben in derselben Lage aus einer Entfernung von 14,6 cm vom Magnetometer und einem Scalenabstand vom Spiegel = 210 cm Ausschläge bis zu 59 Scalentheilen.

Nachdem ich mich von dem schon längst bekannten natürlichen Magnetismus des Pyrrhotits, der deshalb auch Magnetkies genannt wird, auch bei diesen Exemplaren überzeugt hatte, begann ich am 8. Sept. 1894 mit der künstlichen Magnetisirung desselben. Zu diesem Zwecke wählte ich von den oben erwähnten Pyrrhotitexemplaren ein vierseitiges gut ausgebildetes Stück von 9 cm mittlerer Länge, 6,6 mittlerer Breite und 3,5 mittlerer Dicke und einem Gewichte von 675 g, magnetisirte dasselbe in einer, aus einem 2,5 mm dicken Kupferdraht bestehenden Spirale von 125 Windungen, 10,2 cm innerem Durchmesser und 12,7 cm Länge mit einem Strome einer dynamoelectrischen Maschine von 10 Amp., und untersuchte dessen relativen permanenten Magnetismus mit dem obenerwähnten astasirten Magnetometer. Das in Scalentheilen ausgedrückte Resultat war folgendes:

bei einer Entfernung vom Magnetometer von	Ausschlag vor der Magnetisirung	Ausschlag nach der Magnetisirung
20 cm	8,0	die Scala ganz abgelenkt
130 „	—	32,5

Eine neue Messung am 15. September ergab denselben Ausschlag. Es hatte also der Pyrrhotit eine bedeutende Menge permanenten Magnetismus angenommen und auch beibehalten.

II. Vergleichende magnetische Messungen unregelmässig geformter Pyrrhotit- und Magnetitexemplare.

Zur Vergleichung des magnetischen Verhaltens des Pyrrhotits mit dem des Magnetits wählte ich ein viereckiges Exemplar eines Maroviczaer Magnetits von den mittleren Dimensionen (9,6, 6,8, 5,5 cm) und einem Gewichte von 1083 g, welches noch im Jahre 1892 in der oben erwähnten Spirale magnetisirt wurde. Bei diesen, sowie bei allen späteren Messungen wurde der astasirende Magnet vom Magnetometer ent-

fernt. Die vergleichende Messung ergab folgenden in Scalentheilen ausgedrückten relativen permanenten Magnetismus:

	Entfernung vom Magnetometer	Remanenter Magnetismus	Gewicht	Specifischer Magnetismus
Pyrrhotit	104,6 cm	9	675 g	0,0133
Magnetit	104,6 „	14	1083 „	0,0129

In diesem Zustande war also der specifische Magnetismus des Pyrrhotits 1,031 mal grösser als der des Magnetits.

Nachdem am 20. December eine wiederholte Messung dieselben Resultate ergab, wurde die Magnetisirung dieser Mineralien in derselben Spirale fortgesetzt und dabei die mit einem Hartmann'schen Ampèremeter gemessene Stromstärke bis zu 40,5 Amp. gesteigert, und die relativen temporären Momente in der oben erwähnten Weise mit dem Magnetometer gemessen. Die erhaltenen Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt, in welcher J die Stromstärke in Ampèreeinheiten, T die Dauer der Magnetisirung in Secunden, N die Anzahl der Stromunterbrechungen, während dieser Zeit, P das in Scalentheilen ausgedrückte permanente magnetische Moment des Pyrrhotits, M das des Magnetits bedeutet. Die Entfernung der Mittelpunkte der Mineralien vom Magnetomnter betrug wieder 104,6 cm, und die der Scala vom Spiegel 210 cm.

J	T	N	P	M	$\frac{P}{J}$	$\frac{M}{J}$
(10)	—	—	(9,0)	(14,0)	0,900	1,400
21,5	60	12	32,0	40,5	1,488	1,883
24,5	60	12	35,8	42,0	1,461	1,714
27,0	60	12	39,5	44,2	1,462	1,637
30,0	30	6	42,5	46,0	1,400	1,533
37,0	30	6	48,0	48,5	1,300	1,310
(40,5	30	6	52,3	49,8	1,291	1,230

Wegen der starken Erwärmung der Spirale mussten die Magnetisirungsversuche hier unterbrochen werden.

In diesem Zustande, wo der Magnetismus des Magnetits seinem Maximalwerthe schon sehr nahe war, der des Pyrrhotits aber noch nicht, war der specifische permanente Magnetismus des Pyrrhotits 0,07748, der des Magnetits 0,04598, also ersterer 1,685 mal grösser als letzterer.

Unter den bisher untersuchten magnetischen Körpern hatte der Magnetit den grössten specifischen permanenten Magnetis-

mus. Der von mir 1893 untersuchte Magnetit[1]) hatte bei seinem Maximalwerthe einen 2,356 mal grösseren specifischen Magnetismus, als der von mir untersuchte harte Stahl. Aus diesen Untersuchungen über den permanenten Magnetismus dieses Pyrrhotits, dessen Eisengehalt nach der Analyse des Hrn. Géza Nyiredy 57,58 Proc. betrug, folgt, dass sein specifischer permanenter Magnetismus schon in diesem Zustande den des Magnetits übertraf.

Eine neue Messung am 30. December ergab bei dem Pyrrhotit einen Ausschlag von 52,2 Scalentheilen, beim Magnetit 49,5. Es blieb also der permanente Magnetismus seit dem 20. December bei beiden fast ganz unverändert. Nun wurde die Magnetisirung bis zum Sättigungspunkt fortgesetzt. Die erhaltenen Resultate waren folgende:

J	T	N	P	M	$\frac{P}{J}$	$\frac{M}{J}$
45	15	3	57,0	51,0	1,266	0,895
48	15	3	58,2	51,0	1,212	—
48	30	6	59,0	51,0	1,229	—

wo J, P, N, P und M dieselbe Bedeutung haben, wie in der vorhergehenden Tabelle. In diesem Zustande, wo der Magnetit seinen grössten permanenten Magnetismus bereits erreicht hatte, und der Magnetismus des Pyrrhotits seinem Maximum nahe war, betrug

der specifische Magnetismus des Pyrrhotits	0,08741
„ „ „ „ „	0,04709
und das Verhältniss beider	1,8862

Es war also der specifisch permanente Magnetismus dieses bis nahe dem Sättigungspunkte magnetisirten Pyrrhotits nahe zweimal so gross, als der Magnetismus dieses bis zum Maximalwerthe magnetisirten Magnetits. Ferner folgt aus diesen Resultaten: 1. *Dass der Pyrrhotit einen ganz beträchtlichen permanenten Magnetismus annimmt, welcher den des Magnetits übertreffen kann.*

2. *Dass auch bei dem Pyrrhotit*, wie die Zahlen der Rubrik $P:J$ zeigen, *das Ansteigen des Magnetismus bei zunehmenden*

[1]) A b t. Wied. Ann. 52. p. 749. 1894. Siebenbürger Museumverein medicinische und naturwissenschaftliche Berichte XVIII. Jahrg. naturw. Fach. II. Heft. p. 133.

magnetisirenden Kräften, wie bei Eisen, Stahl, Nickel und Magnetit, *anfangs stärker, dann schwächer erfolgt, als das Ansteigen des Stromes.*

3. *Dass das Ansteigen des Magnetismus bei dem Pyrrhotit langsamer erfolgt, als beim Magnetit, und dass letzterer früher sein Maximum des Magnetismus erreicht.*

Nachdem ich mich von dem bedeutenden specifischen permanenten Magnetismus des am Járaflusse zwischen Borév und Unter-Jára vorkommenden Pyrrhotits überzeugt hatte, untersuchte ich noch Pyrrhotite aus anderen Fundorten auf ihr magnetisches Verhalten, namentlich zwei Exemplare von Oravitza und sechs Exemplare von Óradna. In letzteren Pyrrhotit sind Pyritkrystalle mitunter bis zu 1 und 2 mm³ Grösse in grosser Menge eingesprengt. Die vorläufige Untersuchung ergab bei sämmtlichen Exemplaren eine natürliche magnetische Polarität. Der schwächste gab in ostwestlicher Lage aus einer Entfernung von 30 cm vom Magnetometer und bei einer Scalenentfernung von 210 cm einen Ausschlag von +2 und − 2, der stärkste von + 4, − 4 Scalentheilen.

Von diesen acht Stücken habe ich drei ausgewählt, ein unregelmässig gestaltetes etwas rundliches Exemplar von 1079,9 g aus Oravitza, und zwei viereckige Formate von 927,6 bez. 2300 g aus Óradna. Sämmtliche Exemplare wurden in der oben erwähnten Spirale durch Ströme, deren Intensität bis zu 48 Amp. gesteigert wurde, bis nahe zum Sättigungspunkt magnetisirt und der permanente Magnetismus derselben wieder aus der Entfernung von 104,6 cm gemessen. Die beobachteten Maximalausschläge waren folgende:

Pyrrhotit	von	Oravitza	44,0	Scalenth.	bei 15	Amp.
Pyrrhotit (927,6 g)	„	Óradna	29,2	„	„ 48	„
„ (2300 „)	„	„	49,0	„	„ 48	„

Aus diesen Resultaten berechnet sich

der specifische Magnetismus	des	Oravitzaer	Pyrrhotits	zu 0,04074
der	des	leichteren Óradnaer	„	„ 0,03148
„	„	schwereren „	„	„ 0,02130

Es erreichte also weder der specifische Magnetismus, des Oravitzaer, noch der des Óradnaer Pyrrhotits den des Boréver Pyrrhotits, und zwar nahm der von Pyritkrystallen reichlich durchzogene Magnetkies von Óradna verhältnissmässig

den geringsten permanenten specifischen Magnetismus an; auch erreichte der Magnetkies von Oravitza viel früher, schon bei einer Stromstärke von 15 Amp., das Maximum seines permanenten Magnetismus, der aus Óradna hingegen erst bei 48 Amp.

III. Vergleichende magnetische Messungen regelmässig geformter Pyrrhotit- und Magnetitexemplare und Bestimmungen in absoluten Maassen.

Zur Erreichung genauer und absoluter Werthe benöthigte ich regelmässig geformte Exemplare von Magnetkies, die sich nur aus grösseren Stücken herstellen lassen. Zu diesem Zwecke begab ich mich im October 1894 mit Moriz Pálfy, Assistent des minerologisch-geologischen Institutes zu dem Fundorte am Járaflusse, wo Prof. Koch vor einem Jahre die oben erwähnten Exemplare von Magnetkies neben der Grube auf der Landstrasse aus einem Haufen dieses Minerals ausgewählt hatte. Da diese Mineralien seit jener Zeit wegen der bedeutenden Härte derselben bereits als Strassenmaterial verwendet wurden und in der Grube, welcher dieselben entnommen waren, nichts mehr von Pyrrhotit zu finden war, fanden wir nach längerem Suchen etwa 50 m höher, eine zweite ausgeräumte Pyrrhotitstelle und endlich wieder einige Meter höher in einem zweiten Stock trafen wir das Mineral im Muttergestein an, zum Theil frei an der Erdoberfläche. Die von hier genommenen Pyrrhotitstücke waren an der Oberfläche stark oxydirt und dunkel gefärbt, im Innern von Sprungflächen durchzogen.

Von diesen Stücken habe ich einige grössere Exemplare dem Steinschneider geschickt, um daraus vierseitige Prismen zu schneiden, was jedoch wegen der Sprungflächen nicht gelang. Die erhaltenen Prismen waren an ein oder zwei Stellen zusammengekittet. Ebenso geschah es bei dem Magnetkies aus Óradna. Endlich gelang es dem Steinschneider bei der grössten Vorsicht aus einem kleineren sprungfreien Járaer Pyrrhotitexemplar zwei Prismen P_1, P_2 vom quadratischen Querschnitt und ein gleich grosses und gleich geformtes Prisma M, aus einem Maroviczaer Magnetitexemplar herzustellen. Die Dimensionen, Gewichte und der Eisengehalt dieser Prismen waren:

	Länge	Seite	Gewicht	Eisengehalt
P_1	10,03 cm	1,40 cm	77,37 g	57,58 Proc.
P_2	10,31 „	1,40 „	89,37 „	57,58 „
M	10,04 „	1,32 „	81,20 „	67,50 „

Zur Magnetisirung dieser Prismen verwendete ich eine Spirale von 441 Windungen, 20 cm Länge und 3,2 cm innerem Durchmesser. Anfangs wurden schwache, dann allmählich stärkere Ströme durch dieselbe geleitet, bis bei allen drei Prismen das Maximum an permanentem Magnetismus erreicht war. Die schwächeren Ströme wurden von Bunsenelementen, die stärkeren von einer dynamoelectrischen Gleichstrommaschine geliefert; erstere wurden mit einem Siemens'schen Torsionselectrodynamometer, dessen Constante 0,76 Amp. betrug, letztere mit einem Hartmann'schen Ampèremeter gemessen. Die Dauer der Magnetisirung betrug bei jeder Stromintensität 30 Sec. ohne Unterbrechung des Stromes. Zur Messung der relativen magnetischen Momente wurde wieder das oben erwähnte Magnetometer benutzt, die Prismen dabei in ostwestliche Lage gebracht, die Mittelpunkte 105 cm vom Magnetometer entfernt und die Ausschläge bei einem 210 cm grossen Scalenabstand vom Spiegel beobachtet. Die erhaltenen Resultate finden sich in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt, in welcher J die Stromstärke in Ampèreeinheiten, P_1, P_2 die in Scalentheilen ausgedrückten relativen permanenten magnetischen Momente der Pyrrhotitprismen, M die des Magnetitprismas bedeuten und die Zahlen der drei letzten Rubriken das Verhältniss zwischen den magnetischen Momenten und den Stromstärken ausdrücken.

J	P_1	P_2	M	$\frac{P_1}{J}$	$\frac{P_2}{J}$	$\frac{M}{J}$
0	0	0	0,5	—	—	—
1,075	0	0	1,5	—	—	1,397
1,421	0,2	0,2	1,7	0,141	0,141	1,204
2,057	0,4	0,3	2,4	0,195	0,145	1,167
2,569	0,4	0,3	3,3	0,156	0,116	1,285
3,303	0,4	0,4	4,5	0,121	0,121	1,362
4,163	0,5	0,5	5,2	0,120	0,120	1,249
5,320	0,6	0,5	5,8	0,113	0,094	1,090
6,723	0,7	0,6	6,5	0,104	0,088	0,967
8,500	1,3	1,2	7,0	0,153	0,141	0,823
13,750	2,0	2,0	7,3	0,146	0,146	0,531
17,000	2,0	2,2	7,3	0,130	0,135	0,430
30,000	2,0	2,2	7,3			

Aus diesen Resultaten folgt: 1. dass der Magnetismus des Pyrrhotits bei zunehmender Intensität des magnetischen Feldes anfangs viel langsamer ansteigt, als der des Magnetits bis zu 6,723 Amp., wo die relativen magnetischen Momente und specifischen Magnetismen folgende Werthe hatten:

	magn. Moment	spec. Magnetismus
von P_1	0,7	0,00900
„ P_2	0,6	0,00671
„ M	6,5	0,08005

Es war also der specifische Magnetismus des Magnetits hier 8,9 mal grösser, als der von P_1 und 11,9 mal grösser, als der von P_2. Von hier bis 8,9 Amp. zeigt der Magnetismus beider Pyrrhotitsäulen eine sprungweise Zunahme beinahe auf den doppelten Werth, sodass nun der specifische Magnetismus von M nur mehr 5,13 mal grösser war, als der von P_1, und 6,43 mal grösser, als der von P_2. Auch bei 13,75 Amp. war die Zunahme bei dem Pyrrhotit grösser, als bei dem Magnetit. Beide hatten hier ihr Maximum schon erreicht. Zur besseren Veranschaulichung des Ansteigens des remanenten Magnetismus dieser Mineralien habe ich aus den Beobachtungsdaten deren magnetische Curven construirt, welche auf Taf. II rechts ersichtlich sind.

In diesem Zustande war der specifische Magnetismus

von P_1	0,02585	Mittel 0,02524.
„ P_2	0,02463	
„ M	0,08990	

Dieses Resultat ist nicht so günstig für den Pyrrhotit. als das bei den unregelmässig geformten Exemplaren erhaltene; es ist nämlich der specifisch permanente Magnetismus dieses Pyrrhotits wohl auch bedeutend, aber doch 3,56 mal kleiner, als der von diesem Magnetit.

2. Die Zahlen der drei letzten Rubriken der Tabelle geben das Verhältniss an zwischen dem relativen permanenten magnetischen Moment und der Stromstärke. Aus diesen Verhältnisszahlen ist ersichtlich, dass der permanente Magnetismus des Pyrrhotits bei schwachen Strömen stärker ansteigt, als die Intensität des Stromes; dann kehrt sich das Verhältniss um, die Zunahme der Stromintensität wird grösser, als die des Magnetismus bis zu 6,723 Amp. Zwischen 6.723 und 8,5 Amp.

findet wieder eine Umkehrung dieses Verhältnisses statt, um dann bis zum Sättigungspunkt wieder abzunehmen.

Ausser diesen zwei Pyrrhotitprismen von Unter Jára habe ich in ganz gleicher Weise noch ein drittes aus dem von Sprungflächen durchzogenen Járaer Pyrrhotit verfertigtes, an einer Stelle zusammengekittetes Prisma mit quadratischem Querschnitt auf sein magnetisches Verhalten untersucht und mit einem Prisma von gleicher Form und Grösse aus ganz reinem Magnetit (68,2 Proc. Eisen) von Moravitza verglichen. Die Dimensionen, Gewichte und specifischen Gewichte dieser Prismen waren:

	Länge	Seite	Gewicht	Spec. Gew.
Pyrrhotitprisma	9,996 cm	1,432 cm	96,28 g	4,490
Magnetitprisma	9,948 „	1,400 „	78,60 „	4,698

Die auf den permanenten Magnetismus dieser Prismen bezüglichen beobachteten Resultate sind in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt, in welcher J wieder die Stromstärke in Ampère, die Zahlen der Rubriken P und M_1 die in Scalentheilen ausgedrückten relativen permanenten magnetischen Momente des Pyrrhotits und des Magnetits bedeuten. Die Dauer der Magnetisirung betrug stets 30 Sec.

J	P	M_1	J	P	M_1
0,0	0,0	0,0	13,5	2,6	8,2
4,5	1,7	5,5	15,5	2,8	8,9
7,0	1,8	5,7	17,5	3,2	9,7
8,0	1,8	5,9	22,0	3,3	10,3
12,0	2,4	7,3	26,5	3,5	10,9

Pyrrhotit und Magnetit hatten bei 26,5 Amp. die höchsten Werthe an permanentem Magnetismus erreicht, da auch bei Anwendung einer Magnetisirungsspirale aus dickem Kupferdraht von 454 Windungen und einer Stromstärke von 39 Amp. die Ausschläge nicht grösser waren, als bei 26,5 Amp.

Nach diesen ist

der specifische Magnetismus von P 0,04452
„ „ „ „ M_1 0,11321

und

$$\frac{M_1}{P} = 2{,}543.$$

Vergleicht man diese Resultate mit den für die Prismen P_1, P_2 und M erhaltenen, so ergiebt sich, dass

$$\frac{P}{P_1} = \frac{0{,}04452}{0{,}02585} = 1{,}718, \quad \frac{M}{P} = 2{,}019 \text{ und } \frac{M_1}{M} = 1{,}259.$$

Es war also der specifische Magnetismus des zusammengekitteten Magnetkiesprismas (P) 1,7 mal grösser, als der specifische Magnetismus des von demselben Fundort hergestellten Prisma (P_1), und nur zweimal kleiner, als der des reinen Magnetits, dessen freie Oberfläche und Schnittfläche dem Stahl sehr ähnlich ist.

IV. Verhalten des Pyrrhotits beim Entmagnetisiren.

Das abweichende magnetische Verhalten des Pyrrhotits von dem des Magnetits wird noch auffälliger beim Entmagnetisiren desselben. Zu diesen Versuchen und Messungen wurde dieselbe Spirale und dasselbe Magnetometer, wie beim Magnetisiren, verwendet; auch jetzt wurden anfangs schwächere, dann stärkere Ströme von entgegengesetzter Richtung durch die Spirale geleitet und die Intensität der schwächeren mit dem erwähnten Electrodynamometer, die der stärkeren mit dem Ampèremeter gemessen. Auch die Entfernung der Prismen vom Magnetometer war wieder 105 cm, und der Scalenabstand vom Spiegel 210 cm, wie bei den Magnetisirungsversuchen. Die erhaltenen Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, in welcher $-J$ die Stromstärke in Ampère, P_1 das permanente magnetische Moment des einen Pyrrhotitprismas, M das des Magnetits bedeutet.

$-J$	P_1	M	$-J$	P_1	M
1,075	+ 2,0	+ 3,0	3,644	+ 1,2	− 4,0
1,316	+ 1,7	+ 2,1	4,162	+ 1,2	− 5,0
1,520	+ 1,7	+ 1,5	6,127	+ 0,3	− 6,5
1,699	+ 1,5	+ 0,8	6,582	0,0	− 6,7
1,860	+ 1,5	+ 0,1	8,000	0,0	− 6,7
2,215	+ 1,4	− 1,0	9,700	− 0,4	− 6,8
2,403	+ 1,4	− 1,5	13,200	− 0,8	− 6,8
2,740	+ 1,4	− 2,6	17,400	− 1,2	− 7,0
3,040	+ 1,3	− 3,1	19,700	− 2,0	− 7,0
3,398	+ 1,2	− 3,8	24,400	− 2,0	− 7,0

Aus diesen Resultaten ist das abweichende magnetische Verhalten des Pyrrhotits von dem des Magnetits noch mehr ersichtlich.

1. Ebenso langsam, wie das Ansteigen des Magnetismus des Pyrrhotits, erfolgt verhältnissmässig das Verschwinden

desselben bei Anwendung entgegengesetzt wirkender Kräfte. Der Magnetit nimmt den Magnetismus leichter an, verliert denselben aber auch leichter und hatte schon bei — 1,8 Amp. seine magnetische Polarität verloren, während der Magnetismus des Pyrrhotits nur langsam abnahm und letzterer nach seiner Entmagnetisirungscurve (Taf. II links) bei — 7,2 Amp. seine Polarität verlor und erst bei — 19,7 Amp. wieder sein Maximum (— 2,0) erreichte, der Magnetit hingegen schon bei etwas über — 13,2 Amp.

2. Sowie bei Stahl, Nickel und Magnetit ist auch bei dem Pyrrhotit zur Entmagnetisirung eine geringere Kraft nöthig, als zum Magnetisiren.

3. Das magnetische Verhalten des Pyrrhotits ist dem des harten Stahls ähnlich, sowie diesem entspricht auch dem Pyrrhotit eine bedeutende Coercitivkraft.

V. Magnetisches Moment des Pyrrhotits in absoluten Maassen.

Zu diesen Bestimmungen wählte ich das Pyrrhotitprisma P_1 und das Magnetitprisma M, beobachtete deren Schwingungsdauer mit Scala und Fernrohr, brachte dieselben in die erste Hauptlage nach Gauss und beobachtete an einem Spiegelmagnetometer die je vier Ausschläge aus den Entfernungen r und r_1. Die Trägheitsmomente der Prismen wurden aus den Dimensionen und Gewichten berechnet. Die erhaltenen Resultate nach Anbringrng der nöthigen Correctionen waren folgende:

	Pyrrhotit			Magnetit		
Schwingungsdauer	9,76 Sec.			16,41 Sec.		
Ausschlag bei $r = 44{,}95$ cm	30,0	30,0	Mittel	90,0	90,0	Mittel
	30,0	30,0	30,0 Scth.	88,0	90,0	89,5 Scth.
„ „ $r_1 = 65{,}95$ „	10,5	11,0	Mittel	32,5	32,5	Mittel
	11,0	11,5	11,0 Scth.	32,0	32,0	32,25 Scth.
Magnetisches Moment	93,868 $C^{5/2} G^{1/2} S^{-1}$			365,433 $C^{5/2} G^{1/2} S^{-1}$		

Aus diesen Werthen und den Gewichten der Prismen findet man den specifischen Magnetismus dieses Magnetits 4,50, den des Pyrrhotits 1,21 und das Verhältniss beider 3,7, welche Zahl der aus den relativen Werthen enthaltenen (3,66) sehr nahe kommt.

Zum Schlusse führe ich noch den Eisengehalt der von mir untersuchten Pyrrhotite und Magnetite an nach den Analysen des Hrn. Géza Nyiredy:

Unterstützung meinen Dank aus.

11. *Longitudinales Licht; von G. Jaumann.*

(Aus den Sitzungsber. d. kais. Akad. in Wien. Math.-naturw. Klasse Bd. 104. Abth. IIa, Juli 1895; vom Verf. für die Annalen bearbeitet.)

Die folgende theoretische Abhandlung zerfällt in zwei Theile: im I., II. und V. Capitel werden Ergebnisse über die Natur des Lichtes in verdünnter Luft und der Kathodenstrahlen mitgetheilt, welche durch Zusammenstellung von Experimenten von Elster und Geitel, Lenard, dem Verfasser u. A. folgen; im III. und IV. Capitel wird eine *Theorie der electrischen Erscheinungen in verdünnter Luft* begründet, welche die Kathodenstrahlen und verwandte Erscheinungen völlig verständlich macht.

I. Bestimmung der Schwingungsrichtung electrischer Strahlen.

1. *Einleitung.* In einer früheren Arbeit [1]) (1888) wurde folgendes Entladungsgesetz aufgestellt:

Schwingungen der electrischen Kraft, welche unmittelbar an einer Electrode und in der Normalrichtung derselben stattfinden (l. c. p. 793 und p. 802) haben einen specifischen günstigen Einfluss auf die Entladung, doch müssen sie, um merklich zu wirken, desto grössere Amplitude haben, je grösser ihre Schwingungsdauer ist. [2])

Nach dem gegenwärtigen Stand unserer experimentellen

1) Jaumann, Wien. Akad. 97. p. 765.

2) Von dieser specifischen Wirkung electrischer Schwingungen ist die Hertz'sche Wirkung ultravioletten Lichtes (1887) ein specieller Fall. Der Umstand, dass die Schwingungsdauer der Schwingungen, mit welchen ich experimentirte, 10^6 mal grösser war und also auch die *Amplitude* 10^6 mal grösser sein musste als die des ultravioletten Lichtes, machte es ungleich schwerer zu erkennen, dass auch diese langsamen Schwingungen eine *specifische* entladende Wirkung besitzen. Doch konnten entscheidende Experimente angeführt werden (l. c. p. 785, 788 etc.), welche zeigen, dass diese grossen und langsamen Schwingungen nicht etwa nur durch Erhöhung der electrischen Kraft des Feldes wirken. In erster Annäherung ist das *Product aus Amplitude und Schwingungszahl* (oder was dasselbe ist: die maximale Aenderungsgeschwindigkeit der electrischen Kraft während der Schwingung) ein Maass ihrer entladenden Wirkung.

ann man diese entladende Wirkung ausser durch Licht
rch electrische Strahlen, welche auf die Electrode auf-
der durch electrische Drahtwellen, welche der Elec-
geleitet werden, ausüben. [1]) Die Wirkung zeigt in
esen Fällen einen deutlichen *Artunterschied* [2]). (Vgl.
l. c. Cap. 11 p. 785).

Kraftschwankungen haben eine desto stärkere ent-
Wirkung, je grösser die statische electrische Kraft
es in unmittelbarer Nähe der Electrode ist. Ungefähr
uct dieser beiden Entladungsfactoren bestimmt cet. par.
und Stromstärke der Entladung.[3])

Methode. Obiges Entladungsgesetz liefert ein Mittel,
ne Strahlen zu untersuchen. Diese Methode hat sich,
chst gezeigt werden soll, für die von der Maxwell'-
heorie beherrschten Fälle bewährt und soll nun auf
nende Erscheinungen angewendet werden.

hier zu Grunde liegende Entladungsgesetz ist unab-
on dem Erscheinungsgebiet aufgestellt worden, auf
es hier bezogen werden soll. Experimente mit elec-
Strahlen oder photoelectrische Experimente haben
rchaus nichts Neues dazu beigetragen. Auch theo-
Vermuthungen von dieser Richtung haben die Auf-
dieses Gesetzes nicht beeinflusst. Man erkennt aus
en Ausdrucksweise und dem Datum der citirten Ar-
s dieselbe noch in die Vor-Hertz'sche Periode fällt.

in unmittelbarer Nähe der Electrodenfläche stattfindenden electrischen Schwingungen auf die Entladung Einfluss haben, so lässt sich ein *freier* Strahl mit Hülfe von Entladungsexperimenten schwerlich untersuchen, sondern nur ein von einem Leiter, Halbleiter oder Electrolyten reflectirter Strahl, und zwar nur in seinem Reflexionspunkte. Es sind jedoch ausser den Hertz'schen Strahlen auch Lichtstrahlen und Strahlen anderer Natur (Kathodenstrahlen) der Untersuchung zugänglich.

Ferner untersucht man den Strahl nicht unter normalen Umständen, sondern in Gegenwart der Entladung oder doch der grossen statischen Kraft des Entladungsfeldes. Der Strahl superponirt sich nicht einfach über das Entladungsfeld, sondern veranlasst die Entladung, und *kann also ebensogut auch selbst eine Modification erleiden.*

4. *Prüfung der Methode an Hertz'schen Strahlen.* Nach dem Entladungsgesetze hat nur diejenige Componente Einfluss auf die Entladung, welche in die Electrodennormale fällt. *Eine zur Electrodenfläche parallele Schwingung hat durchaus keinen Einfluss.*[1]) Dies gibt ein Mittel, die Richtung der electrischen Schwingungen eines Strahles experimentell zu bestimmen.

Faraday, Hertz[2]), Naccari[3]) u. A. beschreiben Experimente, welche ich als Hervorrufung einer Entladung durch den von einem nebenstehenden Entlader ausgehenden Hertz'schen Strahl anspreche. Doch beschreiben sie dieses Experiment als richtungslos. Es muss aber der Strahl nach dem Entladungsgesetze ein Maximum der Wirkung zeigen, wenn seine electrischen Schwingungen auf der Electrodenfläche senkrecht stehen und keine Wirkung, wenn sie ihr parallel sind.

Hr. J. Wanka[4]) machte dieses Experiment (verschiedene

1) Die Hrn. Elster u. Geitel haben trotz ihrer Messungen am polarisirten Licht diesen Satz noch jetzt *nicht angenommen*. Sie sagen (Berl. Akad. p. 213. 1895, Wied. Ann. 55. p. 692. 1895): „Ein *in* der Einfallsebene schwingender Lichtstrahl erregt einen im Verhältniss $A:B$ stärkeren photoelectrischen Strom als ein Strahl gleicher Helligkeit, der *parallel der Kathodenfläche* schwingt." Das Verhältniss $B:A$ kann bis 1 : 3 steigen.

2) Hertz, Ges. Werke 2. p. 288. Anm. 8. 1891.

3) Naccari, Wied. Beibl. 13. p. 421. 1889.

4) Wanka, Mitth. d. deutschen math. Gesellsch. in Prag, 1892. Es ist leicht zu ersehen, dass diese Arbeit unter dem Einflusse eines von mir vorgeschriebenen Ideenganges ausgeführt wurde.

Orientirung des Excitators) mit dem vollen vorausgesagten Erfolge und zwar nicht an einer convectiven Entladung, wo es ganz leicht ist, sondern an einer Funkenentladung, wo es grosse Zartheit erfordert.

Die Richtung der electrischen Schwingungen eines Strahles lässt sich also in verlässlicher Weise durch Entladungsexperimente bestimmen.

5. *Nachweis zur electrischen Natur des Lichtes.* Es lässt sich auf Grund des Entladungsgesetzes, d. i. der experimentell studirten Wirkung *electrischer* Schwingungen, das Hertz'sche Lichtexperiment als ein qualitativer Beweis der electrischen Natur des Lichtes hinstellen, vorausgesetzt, dass die Schwingungen keines *anderen* Vectors, als der electrischen Kraft Einfluss auf die Entladung haben. Zu einer anderen Voraussetzung fehlt jeder Anlass.

Nach Hertz begünstigt nun das Licht die Entladung, also ist einer der schwingenden Lichtvectoren electrische Kraft.[1])

6. *Bestätigung des Entladungsgesetzes auf photoelectrischem Gebiet.* Ueber die Richtung der electrischen Schwingungen eines polarisirten Lichtstrahles ist man durch die Theorie unterrichtet. Auf *Grund meines Entladungsgesetzes wurde 1892 vorausgesagt*[2]), dass ein polarisirter Lichtstrahl nur dann entladende Wirkung haben kann, wenn seine electrischen Schwin-

1) Die Erklärung der Hertz'schen Lichtwirkung als einen Specialfall meines Entladungsgesetzes wurde 1892 publicirt. Von früheren Erklärungen derselben Wirkung zeichnen sich die von E. Wiedemann (1888) und von Elster u. Geitel (1891) dadurch aus, dass sie nur electrische Zwischenwirkungen annehmen. Sie gehen jedoch von der Hypothese einer *Resonanz* der Molecüle der Kathode auf die Schwingungen des ultravioletten Lichtes aus (während in meiner Erklärung die Lichtschwingungen eine specifische Wirkung neuer Natur, welche aber experimentell nachgewiesen ist, haben) und widersprechen auch in den Folgerungen meiner Erklärung, denn die „Molecüle" können doch nicht ebensowohl auf ultraviolettes Licht als auf 10^5mal langsamere Schwingungen abgestimmt sein. Wesentlich ist es ferner, dass aus diesen früheren Erklärungen kein bestimmter Schluss auf die Wirkung *polarisirten* Lichtes gezogen wurde. Vgl. hierüber w. u. Abschn. 33 Anm. 2. Die Angabe der Hrn. Elster u. Geitel (Wied. Ann. 55. p. 697 u. 699. 1895), dass meine Erklärung der Hertz'schen Lichtwirkung diesen früheren Erklärungen ähnlich und darum nicht ganz neu sei, ist also vollkommen unbegründet.

2) Vgl. hierüber auch Jaumann, Wied. Ann. 55. p. 658. 1895.

gungen eine Componente in der Einfallsebene haben. Das zugehörige Experiment, welches Hertz (1888)[1]) und Wanka (1892 l. c.), ersterer ohne bestimmte theoretische Gesichtspunkte, vergeblich durchzuführen versucht hatte, gelang auch mir nicht, der Schwierigkeit wegen, kräftiges, parallelstrahliges polarisirtes ultraviolettes Licht zu erhalten.

Diese Schwierigkeit wurde in der schönsten Weise durch die Hrn. Elster und Geitel[2]) gehoben, welche gefunden hatten, dass Alkalimetallelectroden für gewöhnliches Licht empfindlich sind und einen Spiegel von Kaliumnatriumlegirung als Electrode verwendeten. Ihr Experiment (1894) hatte *fast ganz genau* den (1892) vorausgesagten Erfolg. Ein unter dem Einfallswinkel von 70° einfallender Strahl hat fast ganz genau keine entladende Wirkung, wenn seine electrischen Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene liegen.

Durch eine präcise Voraussage, wie diese, erhält mein Entladungsgesetz einen grossen Anspruch auf Vertrauen. Im Folgenden soll dasselbe verwendet werden:

1. Zur Bestimmung der Richtung der electrischen Schwingungen der Kathodenstrahlen, unter Zugrundelegung älterer Experimente von Lenard und mir (Cap. II).

2. Zur Bestimmung der Richtung der electrischen Schwingungen des Lichtes in verdünnter Luft unter Zugrundelegung der Messungen von Elster und Geitel (Cap. V).

7. *Einfaches Zutreffen des Entladungsgesetzes.* Das ganze mit der Entladung zusammenhängende Erscheinungsgebiet ist in wesentlichen Punkten der Aufklärung bedürftig. Ein voller Einblick in den Ablauf des Entladungsvorganges ist mit dem Entladungsgesetz durchaus nicht gegeben.

Um so bemerkenswerther ist es, dass sich dieses Gesetz so ganz glatt und einfach auf die entfernt liegenden optischen Erscheinungen anwenden lässt. Diese Erleichterung, dieses Wegfallen von Bedenken ohne weiteres Zuthun bildet ein Zeichen, dass die vorliegenden Untersuchungen eine gute Richtung haben.

---

1) Hertz, Ges. Werke 2. p. 289 Anm. 10.
2) Elster u. Geitel, Berl. Akad. 6 u. Wied. Ann. 52. p. 440. 1894.

—, und deren wesentlichste Abschnitte
führungsweise mitzutheilen erlaube, weil die
zugänglichem Orte publicirt ist.

(Aus den Mittheilungen der deutsche
Gesellschaft in Prag, 1892 — referirt in V

„Die Kathodenstrahlen nehmen an de
Hertz gar keinen Antheil, sie ähneln el
welche die Kathode aussendet, freilich Lich
sonderen Eigenschaften. E. Wiedemann
gewöhnliches *ultraviolettes* Licht. Dies würd
Absorbirbarkeit erklären, nicht aber die
Deflexionserscheinungen und es bliebe unve
die Kathode *parallelstrahliges* ultraviolettes Lich
Viel näher liegt es, die Kathodenstrahlen
electrische Wellen, also vielleicht für longitu
zusehen. Solche Wellen müssen thatsächlich
Potentialschwankungen, welche die Electrod
denselben ausgesendet werden. [1]) Die hohe
dieser Strahlen müsste wohl eine specifische I
Strahlen sein, wegen welcher auch das natü
longitudinalen Componenten besitzt. Viell
Hertz zu dieser Auffassung, da er die magne
der Kathodenstrahlen mit der magnetischen Di
sationsebene des Lichtes

ferenzexperimente Aufschluss geben. Im Folgenden sind einige Experimente zu dieser Sache mitgetheilt, welche aber nicht Interferenzversuche der Optik nachahmen, sondern sich der Eigenart der Kathodenstrahlen vorläufig fügen. Eine Periodicität der Kathodenstrahlen konnte nicht nachgewiesen werden, wohl aber der grosse Einfluss, welche die *Cohärenz* und *Gleichphasigkeit* derselben bei ihrer Interferenz ausüben. Vielleicht, dass die Wellenlänge dieser Strahlen eine sehr grosse ist."

„Als ich das erstemal dazu kam, mir die Entladung in einem sogenannten electrischen Ei, also zwischen kugelförmigen Electroden in verdünnter Luft genauer anzusehen, bemerkte ich in dem einspringenden Winkel, in welchem die negative Kugel in ihren Stiel übergeht, eine viel heller als die blaue Schicht leuchtende Kegelfläche, welche den Stiel manchettenartig umgiebt und den einspringenden Winkel halbirt. Dieselbe entsteht durch das Zusammentreffen der blauen Schichten, welche von der Kugel und dem Stiel ausgehen. Auffallend ist es jedoch, dass dieses Zusammentreffen und die dadurch bewirkte grössere Helligkeit sich auf einen scharf flächenförmigen Ort von mittlerer Lage beschränkt. Stellt man einer plattenförmigen negativen Electrode eine zweite cylindrische von paralleler Axe gegenüber, so erhält man eine scharfe parabolische Interferenzfläche. Die Interferenzfläche zwischen zwei gegeneinander geneigten plattenförmigen Kathoden ist eben und halbirt ihren Winkel. Bei complicirter gestalteten Kathoden bemerkt man innerhalb des blauen Kathodenlichtes diese Interferenzflächen überall an allen eingeengten Stellen. Diese Flächen ragen ihrer grösseren Helligkeit wegen etwas über die blauen Schichten hinaus. Die Stellung der positiven

---

damals nicht verfehlt habe, mitzutheilen, dass ich diese Idee bei dem Lesen der Hertz'schen Arbeit (Wied. Ann. **19.** p. 782. 1883) fasste. Hertz hat über seine Meinung von den Kathodenstrahlen niemals etwas publicirt. Dennoch hat es sich in jüngster Zeit bestätigt, dass er die Kathodenstrahlen für die longitudinalen electrischen Wellen (der Helmholtz'schen Theorie?) hielt. Es geht dies hervor: 1. aus einem in den Ges. Werken von Hertz (1. p. XXV. 1895) veröffentlichten, vom Jahre 1883 datirten Brief von Helmholtz an Hertz. 2. Aus einer Stelle eines nicht zur Veröffentlichung bestimmten Manuscriptes einer Vorlesung, welche Hertz i. J. 1884 in Kiel hielt und welches sich im Besitze von Frau Prof. Hertz befindet.

ist bei diesen Versuchen fast gleichgiltig. Diese
nzflächen werden durch magnetische Kräfte sehr stark
n, und zwar wie Kathodenstrahlen, welche längs der-
on der Kathode ausgehen. Die Kathodenstrahlen,
ormal von den beiden Kathodenoberflächen ausgehen,
emnach bei ihrem Zusammentreffen in der Interferenz-
einander um und verlaufen in dieser Fläche."
m genaueren Studium der Erscheinung wurden als
zwei längliche, parallele Platten von 1 cm Distanz
t, deren Enden in derselben Entfernung und senk-
den negativen Platten die positive Platte gegenüber-
wurde. Die beiden negativen Platten bedecken sich
ensowohl mit dem blauen Kathodenlichte als aussen,
d die inneren Lichtschichten weitaus schmäler, heller
Electroden näher. Dies mag von der Deflexion der
nstrahlen durch die zweite Kathodenplatte herrühren,
vielleicht ebenso wie die magnetische Deflexion bei
Druck ausgiebiger ist. Bei Herabsetzung des Druckes
iese blauen Schichten gegeneinander und verschmelzen
ter Bildung einer scharfen ebenen Interferenzfläche,
chliesslich allein übrig bleibt und den sonst dunklen
wischen beiden Platten genau halbirt." — „Die Ka-
rahlen verlaufen in dieser Interferenzebene den Ka-
parallel, treten aber nach allen Richtungen zwischen
rvor."

in den beiden Kathoden eintreffen, damit die Kathodenstrahlen die Interferenzfläche bilden. Verbindet man die beiden Kathodenplatten durch eine längere Drahtschlinge und führt man die negative Leitung der Maschine dieser Drahtschlinge durch einen Schleifcontact zu, so kann man die grosse Empfindlichkeit der Interferenzfläche für eine Verschiebung des Contactes aus der Mitte der Schlinge deutlich machen. Soll *nach dieser Empfindlichkeit auf die Länge jener Wellen* in den Drähten, welche die Kathodenstrahlen erzeugen, geschlossen werden, so wird man die Wellenlängen wohl auf 0,5—1 m schätzen dürfen. Ich habe längs der Drahtschlinge nach anderen Punkten gesucht, welche von der Mitte um ganze Wellenlängen abliegen und also ebensogut wie die Mitte sich zur Zuführung der Wellen eignen, um die Interferenzfläche auftreten zu lassen, habe aber keine solchen Punkte gefunden, offenbar deshalb, weil es Wellen von sehr verschiedener Länge sind, welche die Kathodenstrahlen erzeugen."

Die *verbreiterte* Interferenzfläche bei geringer Verschiebung des Contactes aus der Mitte der Schlinge entspricht ungefähr einem Spectrum von Interferenzflächen, welche Kathodenstrahlen verschiedener Schwingungsdauer angehören.

9. *Kathodenstrahlen in der Symmetrieaxe.* Es sollen zunächst die Gründe angeführt werden, welche sich sogleich darbieten, um die Kathodenstahlen für longitudinale electrische Wellen zu halten.

Hierfür spricht vorallem das kräftige Auftreten der Kathodenstrahlen in der Symmetrieaxe des Entladungsraumes. Ihre Intensität ist dort am grössten und nimmt nach aussen ab. Sie sind also schon aus Symmetriegründen (zum mindesten in der Axe, d. i. wesentlich) *longitudinal* oder scalar. Letzteres ist ausgeschlossen, da sie längst für *electrische* Wellen erkannt sind (E. Wiedemann, Hertz).[1]) Nach ihrem Umfange zu

1) Nächst den Anschauungen von Hertz stehen jene von E. Wiedemann den *meinigen* am nächsten. Inwiefern die letzteren entwickelter sind oder zurückbleiben, wird sich ja leicht erkennen lassen. E. Wiedemann war meines Wissens der erste, welcher die Kathodenstrahlen mit Licht verglich. Ferner suchte auch er (1884) nach den longitudinalen electrischen Wellen und hielt die *positive geschichtete Entladung* für eine longitudinale electrische Welle (vgl. G. Wiedemann, Electricität 4.

rdings eine unwesentliche radiale oder
alität hinzutreten.
kann nur so verstehen, dass E. Wiedeman
nholtz (in dem citirten Brief) allenfalls den
Transversalität zusprechen, wenn man sich
des natürlichen Lichtes als eine Erscheinung
issiger und wechselnder Transversalität vor
weder für ausreichend, noch empfehlensw
Nothwendiges Vorhandensein longitudinaler
Es ist eine ganz specifische Eigenschaft
rtz'schen Gleichungen, dass sie longitudin
ssen. Fast jede beliebige Aenderung ders
ale Wellen als möglich erscheinen.
verhält sich vornehmlich verdünnte Luft
ehung so eigenthümlich, dass man unmöglich
n Gleichungen für ausreichend halten kann.
e der Entladung widerspricht ihnen schon.
er Ungiltigkeit dieser Gleichungen ist abe
ongitudinaler Wellen nahegerückt, und
irklich eintreten, wenn die nöthigen Grenzb
n sind.
e nöthige Anregung liefern aber die Sch
rischen Kraft an der Electrodenoberfläch
e zufliessenden elektrischen Drahtwelle
Thatsächlich werden die Kathodenstrahle

Kathodenstrahlen. Mit dieser experimentellen Angabe stehe ich in stärkstem Widerspruch zu den Vermuthungen aller anderen Autoren.

E. Wiedemann hält dieselben für ultraviolettes Licht, schreibt ihnen also eine Schwingungsdauer von 10^{-15} bis 10^{-16} Sec. zu. Dann müssten die anregenden Drahtwellen Wellenlängen haben, welche jenen des ultravioletten Lichtes gleich sind, was mit meinem Experiment ganz unverträglich ist. Lenard schreibt den Kathodenstrahlen gar Wellenlängen von der Grössenordnung der „Molecüldurchmesser" zu. Sie sollen an den „Molecülen" diffundiren.

Nun fällt aber mit der ultravioletten Natur der Kathodenstrahlen auch ihre Transversalität. Denn wären sie transversal, aber nicht ultraviolett, so wären sie gewöhnliches Licht oder Hertz'sche Strahlen. Das können sie aber nicht sein, weil sie ganz andere Eigenschaften haben.

Der Nachweis, dass die Kathodenstrahlen die Schwingungsdauer gewöhnlicher Drahtwellen haben, ist also ein weiterer Beweis für ihre longitudinale Natur.

12. *Experimenteller Nachweis der Longitudinalität der Kathodenstrahlen.* Dieser Nachweis ist nach der im 1. Capitel angegebenen Methode auf das Studium der entladenden Wirkung der Kathodenstrahlen zu gründen.

Hierüber sind von Lenard[1]) Experimente angestellt worden, welche immerhin für diesen Nachweis hinreichen, wenn sie auch bisher lange nicht genügend variirt sind.

Die Kathodenstrahlen haben nach Lenard lebhaft entladende Wirkung, also sind sie (nach Abschnitt 5, Capitel I) electrische Wellen grosser Amplitude.

Die Kathodenstrahlen haben ferner dann lebhaft entladende Wirkung, wenn ihre Richtung senkrecht steht auf der Electrodenfläche. *Also fällt* (nach Abschnitt 4, Cap. I) *die Richtung ihrer electrischen Schwingungen in ihre Fortpflanzungsrichtung.* Sie sind Strahlen von grosser longitudinaler Componente, also aus Symmetriegründen im wesentlichen *rein longitudinale electrische Strahlen.*

1) Lenard, Wied. Ann. 51. p. 207 ff. 1894.

III. Theorie der electrischen Erscheinungen in verdünnten Gasen.

13. *Veränderung der verdünnten Luft durch electrische Wirkungen.* Die auffallendste Eigenthümlichkeit der verdünnten Luft besteht darin, *dass sie schon durch kleine Wirkungen* (kleine Energieänderungen) *grosse Eigenschaftsänderungen* (z. B. Temperatur-, Volumänderungen etc.) *erfährt.* Es rührt dies von der sehr kleinen Capacität ihrer Volumeinheit für die Wärme und *für andere Energien* her.

Es ist nun zu vermuthen, dass *aus gleichem Grunde* auch electrische Vorgänge eine starke Zustandsänderung der verdünnten Luft herbeiführen. Die electrische Entladung hängt augenscheinlich mit starken Eigenschaftsänderungen des Mediums zusammen, ja vielleicht von vorausgehenden Eigenschaftsänderungen desselben ab, welche nicht ausschliesslich auf Temperaturänderungen zurückgeführt werden können.

Ueber die Natur des Zustandes, welcher direct durch die electrischen Kräfte geändert wird, soll keine Voraussetzung gemacht werden. Mit jeder Zustandsänderung des Mediums ist jedoch auch eine Aenderung seiner dielectrischen und diamagnetischen Constanten verbunden. *Das besondere electrische Verhalten der verdünnten Luft rührt davon her, dass durch electrische Vorgänge mittelbar ihre electrische und magnetische Constante geändert wird, was auf den Ablauf dieser Vorgänge zurückwirkt.*

14. *Maxwell'sche Gleichungen für ein veränderliches Medium.* Da der electrische und magnetische Coefficient ε und μ in den Maxwell'schen Gleichungen während des electrischen Vorganges in verdünnter Luft nach Abschnitt 13 *veränderlich* ist, erhalten diese Gleichungen die Form:

$$\text{(I)}\quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon X) = c_0 \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} - c_0 \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y}, & \frac{\partial}{\partial t}(\mu \mathfrak{X}) = c_0 \frac{\partial Z}{\partial y} - c_0 \frac{\partial Y}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon Y) = c_0 \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} - c_0 \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z}, & \frac{\partial}{\partial t}(\mu \mathfrak{Y}) = c_0 \frac{\partial X}{\partial z} - c_0 \frac{\partial Z}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon Z) = c_0 \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} - c_0 \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x}, & \frac{\partial}{\partial t}(\mu \mathfrak{Z}) = c_0 \frac{\partial Y}{\partial x} - c_0 \frac{\partial X}{\partial y} \end{cases}$$

Hierin bedeuten X, Y, Z die electrischen Kraftcomponenten, $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ die magnetischen Kraftcomponenten, ε und μ zwei

Variable, welche in einfacher Beziehung zu der electrischen und magnetischen Constanten ε_0 und μ_0 des Mediums stehen, sich nämlich im Ruhezustande auf dieselben reduciren, und c_0 die normale Lichtgeschwindigkeit.

Aus den Gleichungen (I) folgt unmittelbar

$$(Ia) \qquad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon X) + \frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon Y) + \frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon Z) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x}(\mu \mathfrak{X}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \mathfrak{Y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu \mathfrak{Z}) = 0. \end{cases}$$

Für den Ruhezustand, in welchem ε und μ in ε_0 und μ_0 übergehen, sind nämlich diese Ausdrücke anerkannter Weise gleich Null und sie erfahren nach den Gleichungen (I) durch keinen electrischen Vorgang eine zeitliche Aenderung.

Der Umstand allein schon, dass die Maxwell'schen Gleichungen die *nichtlineare* Form (I) annehmen, *wenn das Medium durch den Vorgang verändert wird*, lässt den Vorzug dieser Voraussetzung erkennen. Electrische Vorgänge müssten sich immer einfach superponiren, wenn die Maxwell'schen Gleichungen wirklich linear wären. Nun haben aber die meisten höheren electrischen Vorgänge einen entschieden *nichtsuperpositorischen* Charakter (z. B. Entladung durch Licht, gegenseitige Abstossung der Kathodenstrahlen etc.). Der hier eingeschlagene Weg, den Maxwell'schen Gleichungen die Linearität zu nehmen, kann schwerlich durch einen anderen übertroffen werden.

15. *Einfluss grosser constanter Kräfte.* Falls man die Aenderungen $\partial\varepsilon/\partial t$ und $\partial\mu/\partial t$ nicht zu berücksichtigen braucht, sind die Maxwell'schen Gleichungen linear und stellen die elementaren optischen Erscheinungen dar.

Aber auch in Medien, in welchen die Aenderungen $\partial\varepsilon/\partial t$ und $\partial\mu/\partial t$ *grosse* Werthe haben, sind noch *rein superpositorische Strahlungserscheinungen* möglich, und zwar dann, wenn so *grosse statische Kräfte* X_0, Y_0, Z_0 und $\mathfrak{X}_0$, $\mathfrak{Y}_0$, $\mathfrak{Z}_0$ vorhanden sind, dass die durch den betrachteten Vorgang eingeführten Aenderungen $(X-X_0)$, $(Y-Y_0)$ etc. gegen sie verschwinden und auch $(\varepsilon-\varepsilon_0)$ gegen ε_0 und $(\mu-\mu_0)$ gegen μ_0 verschwindet.

Dann nehmen die Maxwell'schen Gleichungen die Form an:

$$(\Gamma)\quad \begin{cases} 1.\ \varepsilon_0 \dfrac{\partial X}{\partial t} + X_0 \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_0 \dfrac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z} - c_0 \dfrac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y} \\ 2.\ \varepsilon_0 \dfrac{\partial Y}{\partial t} + Y_0 \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_0 \dfrac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} - c_0 \dfrac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z} \\ 3.\ \varepsilon_0 \dfrac{\partial Z}{\partial t} + Z_0 \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_0 \dfrac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} - c_0 \dfrac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} \\ 4.\ \mu_0 \dfrac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + \mathfrak{X}_0 \dfrac{\partial \mu}{\partial t} = c_0 \dfrac{\partial Z}{\partial y} - c_0 \dfrac{\partial Y}{\partial z} \\ 5.\ \mu_0 \dfrac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} + \mathfrak{Y}_0 \dfrac{\partial \mu}{\partial t} = c_0 \dfrac{\partial X}{\partial z} - c_0 \dfrac{\partial Z}{\partial x} \\ 6.\ \mu_0 \dfrac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} + \mathfrak{Z}_0 \dfrac{\partial \mu}{\partial t} = c_0 \dfrac{\partial Y}{\partial x} - c_0 \dfrac{\partial X}{\partial y} \end{cases}$$

Diese Gleichungen sind linear, also sind super
Strahlungen möglich.

Jedoch superponiren sich die constanten Krä
Kräfte der Strahlung nicht, sondern die consta
treten als Coefficienten in die Gleichungen, wohl
poniren sich verschiedene in demselben constante
tretende Strahlungen.

Auch *verdünnte* Luft verhält sich, wenn keine
stanten Kräfte in ihr vorhanden sind und die An

Kathodenstrahlen ihren Namen haben, unmöglich erklären, wenn die constanten Ladungen der Electroden, welche diesen Artunterschied definiren, gleichgültig sind.

Ich glaube nun die Vorzüglichkeit der Grundannahme, dass ε und μ durch electrische Vorgänge in verdünnter Luft *geändert* werden, hinreichend nachgewiesen zu haben.

16. *Ursache der Veränderlichkeit von ε und μ.* Es handelt sich nun um die Aufstellung zweier wesentlich neuer Gleichungen für die neu hinzugekommenen Variablen ε und μ. Diese Gleichungen können so aufgefasst und geformt werden, dass sie als die *Ursache* der zeitlichen Aenderungen dieser Variablen eine gewisse Function der Kräfte angeben.

Man hat freilich keine directen Beobachtungen über die Veränderlichkeit von ε und μ während electrischer Vorgänge. Eine solche Veränderlichkeit kann aber wohl ohne theoretische Hülfe überhaupt nicht erkannt werden, des raschen Ablaufes aller Vorgänge wegen, welche sie herbeiführen können.

Aber auch ohne directe Grundlage können theoretische Überlegungen die Aufstellung der Gleichungen für $\partial\varepsilon/\partial t$ und $\partial\mu/\partial t$ ermöglichen. Der Erfolg derselben hängt aber davon ab, dass es richtig ist, dass diese Aenderungen unter dem *directen* Einfluss der Kräfte auftreten. Nur directe, einfache Zusammenhänge kann man ihrer Form nach frei oder durch naheliegend-physikalische Schlüsse errathen.

17. *Vorläufiger Schluss auf die gesuchten Gleichungen nach dem formalen Bedürfniss.* Es werden explicite Gleichungen für $\partial\varepsilon/\partial t$ und $\partial\mu/\partial t$ gesucht, welche als Ursache dieser Aenderungen gewisse Functionen der Kräfte angeben.

Diese Functionen müssen sich wenigstens annäherungsweise *linear* aus Ableitungen *erster* Ordnung der Kraftcomponenten zusammensetzen. Dies wird gefordert durch die Möglichkeit annäherungsweise *ungedämpfter* Strahlen.

Diese Ableitungen müssen *räumliche* sein, es würden sonst Strahlen unbestimmter Fortpflanzungsgeschwindigkeit möglich sein.

Die ganze Function, also die Summe dieser Ableitungen muss bei Aenderungen des Coordinatensystems *invariant* und *linear* sein, denn sie ist gleichgesetzt den invarianten und linearen Ausdrücken $\partial\varepsilon/\partial t$ und $\partial\mu/\partial t$.

Man ist damit auf die *Laplace*'schen Ausdrücke hingewiesen und wird die Gültigkeit ungefähr folgender Gleichungen vermuthen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{Z\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial \mu}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} \end{aligned}\right\} \text{ ungültig.}$$

Man erkennt sogleich als eine Uebereinstimmung, dass es nach Abschnitt 14 die Bedingung für das Auftreten longitudinaler Wellen ist, dass $\partial \varepsilon / \partial t$ und $\partial \mu / \partial t$ nicht verschwinden und dass es bekanntlich ein Kennzeichen rein transversaler Wellen ist, dass der *Laplace*'sche Ausdruck verschwindet.

Diese formalistische Ueberlegung ist natürlich in allen Theilen auf die Voraussetzung möglichster Einfachheit der gesuchten Beziehung gegründet. Sie hat sich später als nicht scharf zutreffend und in einem wesentlichen Punkte principiell unrichtig erwiesen. Doch enthält sie den richtigen Hinweis auf den *Laplace*'schen Ausdruck, was der folgenden Ueberlegung sogleich eine gute Richtung gab.

18. *Ueber die stofflichen Aenderungen, welche vectorische Vorgänge begleiten.* Beginnen wir mit der Frage, ob eine directe Abhängigkeit von ε und μ von den elektrischen und magnetischen Kräften nicht an sich widersinnig ist.

Es würde z. B. den Sinn aller mechanischen Gleichungen ändern, wenn man annehmen wollte, dass die Dichte ϱ eines Körpers eine directe Function seiner Geschwindigkeitscomponenten Ξ, H, Z ist. Eine solche Annahme ist ausgeschlossen, auch bei den grössten Geschwindigkeiten bewahren z. B. Projectile ihre Masse.

Nichtsdestoweniger ist die folgende Differentialgleichung gültig und enthält keinen Widerspruch:

$$(\text{II}\,a) \qquad -\frac{\partial \varrho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\varrho\,\Xi) + \frac{\partial}{\partial y}(\varrho\,H) + \frac{\partial}{\partial z}(\varrho\,Z)$$

Ich halte dafür, dass diese Gleichung der Specialfall eines weit allgemeineren Principes ist, welches alle vectorischen Vorgänge beherrscht.

19. *Gleichung für die Aenderung des Zustandes* σ. Die Beziehung zwischen der Dichteveränderung und der Geschwindig-

keitsvertheilung ist so charakteristisch für die Mechanik, dass man annehmen muss, dass die anderen vectorischen Vorgänge einer ähnlichen Wirkung nicht entbehren, *falls überhaupt von einer quantitativen Analogie der mechanischen und electrischen Vorgänge die Rede sein kann*, und dies wird Niemand bezweifeln.

Damit ist einer der stärksten Gründe aufgeführt, die man überhaupt einer Theorie zu Grunde legen kann.

Es muss eine electrische Gleichung existiren, welche vollkommen genau der Gleichung IIa) entspricht: also die Form hat:

$$\text{(II)} \qquad \alpha_0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\sigma X) + \frac{\partial}{\partial y}(\sigma Y) + \frac{\partial}{\partial z}(\sigma Z).$$

An Stelle der Geschwindigkeiten in Gleichung IIa) treten hier die electrischen Kraftcomponenten. Dies ist die natürlichste Analogie. Sollte doch darin ein Fehler liegen, so wird sich derselbe späterhin leicht ersehen und verbessern lassen.

An Stelle der Dichte ϱ tritt eine *neue physikalische Variable* σ, über deren Natur man erst im Weiteren einen Aufschluss erhält. Wesentlich ist, dass sie *scalarisch* ist. Sie ist entweder der Dichte oder dem Druck, der Temperatur etc. vergleichbar.

α_0 ist ein, wie sich später zeigen wird, wesentlich positiver *Reductionsfactor*, dessen Dimension die einer electrischen Kraft, gebrochen durch eine Geschwindigkeit ist. Seine Grösse und sein Vorzeichen hängt nur von der üblichen Zählung der Kräfte ab, nicht aber von der Natur des Mediums. Die Gleichung II) gilt in gleicher Weise für alle Medien.

20. *Zusammenhang zwischen ε und σ.* Alle physikalischen Zustände hängen von einander ab, alle Eigenschaften der Körper sind Functionen der Temperatur, des Druckes etc., besser gesagt, sind Functionen von einander. ε und σ werden sich mitsammen ändern, wie sie sich mit der Temperatur, dem Druck, etc. ändern.

Die Beziehung zwischen ε und σ muss eine *äusserst einfache* sein. Wäre dies nicht der Fall, so hätten mich die formalistischen Schlüsse in Abschnitt 17 irre, aber nicht so nahe an Gleichung II*a*) geführt. Man konnte auch voraus wissen, dass ε und σ sehr einfach zusammenhängen, es folgt dies aus der Form der Energiegleichung.

σ steht in Analogie zur Dichte ϱ. Die kinetische Energie eines Raumelementes stellt sich dar durch

$$\tfrac{1}{2}\varrho(\Xi^2 + H^2 + Z^2)\,dx\,dy\,dz.$$

Die electrische Energie E eines Raumelementes bestimmt sich sonach zu:

(III) $$E = \tfrac{1}{2}\sigma(X^2 + Y^2 + Z^2)\,dx\,dy\,dz.$$

Erfahrungsgemäss ist sie im Ruhezustande durch ε_0 bestimmt

$$E_0 = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0(X^2 + Y^2 + Z^2)\,dx\,dy\,dz.$$

Hieraus folgt, dass ε und σ im Ruhezustande *geradezu gleich* sein müssen

(IVa) $$\varepsilon_0 = \sigma_0.$$

Eine einfache Gleichheit kann jedoch zwischen ε und σ *nur* im Ruhezustande stattfinden. Würde nämlich σ immer gleich ε gesetzt, so müsste nach den Gleichungen (Ia) und (II) die Aenderung $\partial\varepsilon/\partial t$ immer gleich Null sein und die Theorie würde sich dadurch auf die Maxwell'sche Theorie reduciren. Nächst der Gleichheit ist die folgende Beziehung die einfachste:

(IV) $$\varepsilon - \varepsilon_0 = \eta_0(\sigma - \sigma_0)$$

Hierin ist η_0 eine von der *Natur des Mediums* abhängende Constante. Man erkennt die Richtigkeit der Gleichung (IV) sogleich an folgender Uebereinstimmung. Die Gleichung (IV), zunächst hingestellt, muss die Bedingung erfüllen, dass sich für einen einfachen Zahlwerth von η_0 (etwa für $\eta_0 = 0$ oder $\eta_0 = 1$) die Theorie auf die Maxwell'sche Theorie reducirt.

Es findet dies nun statt sowohl für $\eta_0 = 1$, *als für* $\eta_0 = 0$, aber für keinen anderen Werth von η_0.

Für $\eta_0 = 1$ ergiebt sich $\sigma = \varepsilon$ und Gleichung (IVa). Bei einfacher Gleichheit von σ und ε reducirt sich aber, wie schon erwähnt, die Theorie auf die Maxwell'sche.

Für $\eta_0 = 0$ müsste $\sigma = \infty$ werden, damit ε sich von ε_0 unterscheiden kann. Nun kann aber nach Gleichung (II) σ nur durch unendliche Kräfte oder Discontinuitäten unendliche Werthe annehmen. Für $\eta_0 = 0$ ist also $\varepsilon = \varepsilon_0$, was ebenfalls auf die Maxwell'sche Theorie führt.

Falls man annimmt, dass für alle gewöhnlichen dichten Körper die Maxwell'sche Theorie in jeder Beziehung, auch die Energiegleichung derselben, Giltigkeit hat, so hat η_0 für diese Körper den Werth 1.

Beim Verdünnen der Luft sinkt jedoch der Werth von η_0 ab und Longitudinalwellen werden möglich. Im absoluten Vacuum erreicht η_0 den Werth 0. In diesem Grenzfall sind Longitudinalwellen wieder nicht zu erhalten.

η_0 hat also für verdünnte Gase einen wesentlich positiven Werth, welcher je nach der Dichte des Gases zwischen 0 und +1 liegt, für dichte Körper einen Werth, welcher sehr nahe an +1 liegt.

Aus (II) und (IV) folgt unter Berücksichtigung von (IVa) und des Umstandes, dass der Ausdruck (Ia) nach (I) einen constanten Werth hat, folgende Gleichung:

$$\text{I')} \qquad \frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1}\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_0 X) + \frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon_0 Y) + \frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon_0 Z) .$$

Dies ist die gesuchte Gleichung, welche die Aenderung $\partial\varepsilon/\partial t$ als Function der Kraftvertheilung darstellt.

Man bemerkt, dass dieselbe auch für im Ruhezustande homogene Medien anwendbar ist. Sie erfüllt von selbst für den Ruhezustand, d. i. für $\partial\varepsilon/\partial t = 0$ die bekannte, aber den vor durchgeführten Betrachtungen nicht eigentlich zu Grunde gelegte Beziehung

$$0 = \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_0 X) + \frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon_0 Y) + \frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon_0 Z) .$$

Die Gleichungen (I), (II), (III), (IV) und (V) sprechen die Theorie völlig aus. Die Beziehung (1) ist ein Deductionsresultat dieser Theorie.

21. *Der Zustand τ. Zusammenhang zwischen μ und τ.* Die magnetischen Erscheinungen stehen ebensogut in Analogie zu den mechanischen, wie zu den electrischen. Es lassen sich also die Betrachtungen des vorigen Abschnittes wörtlich wiederholen, wenn man statt von electrischen Kräften von magnetischen Kräften und statt von ε von μ spricht, endlich statt von σ von einem neuen physikalischen Zustand τ spricht, der durch die Vertheilung der magnetischen Kräfte beeinflusst wird.

Dies gibt eine der Gleichung (II') analoge Gleichung und diese könnte man für die gesuchte Gleichung halten, welche

s Function der Vertheilurg der magnetischen Kräfte
Sie ist auch richtig, *aber nicht die gesuchte Gleichung*.
ptiren von dieser conformen Betrachtung nur die
h sich ergebende Gleichung für den Ruhezustand jedes

$$0 = \frac{\partial}{\partial x}(\mu_0 \mathfrak{X}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu_0 \mathfrak{Y}) + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_0 \mathfrak{Z}) .$$

ange man nicht Beweise hat, und ich weiss keine
dass die Maxwell'sche Theorie nach der magneti-
te ebenfalls unzureichend ist, empfiehlt es sich nicht,
nehmen. So richtig es ist, die Betrachtungen des
bschnittes ins Magnetische umzusetzen, bleibt doch
Wahl über die der Constanten η_0 entsprechende neue
. *Diese letztere muss für alle Medien, auch für ver-*
ft den Werth 1 erhalten. Dann ist μ *von der Ver-*
er magnetischen Kräfte unabhängig.
Annahme verschiedener Werthe von η_0 und bloss des
1 für die entsprechende magnetische Constante, also
n zahlenmässigen Ungleichheit, entspricht der vom
nd physicalischen Standpunkte auffallenden Unsym-
r bekannten electrischen und magnetischen Erschei-

electrischen Erscheinungen sind viel reichhaltiger: Es
rische Kathodenstrahlen, aber nicht magnetische; elec-
eiter, aber nicht magnetische; electrische Entladung,

Thatsächlich muss sich μ mit σ ändern. σ ist ein physikalischer Zustand wie Temperatur, Druck etc. Mit der Temperatur etc. ändern sich alle Eigenschaften der Körper und auch ε und μ. Ebenso werden sich sowohl ε als μ mit σ ändern. ε steht zwar zu σ in einer anderen Beziehung als μ, weil σ von den electrischen, nicht von den magnetischen Kräften abhängt. Aber diese andere Beziehuug spricht sich in (I) und (II), nicht aber in (IV) aus.

Der Zusammenhang zwischen μ und σ wird dargestellt durch

$$\mu - \mu_0 = \nu_0 (\sigma - \sigma_0)$$

Hierin ist ν_0 eine von der Natur des Mediums abhängende Constante, welche für dichte Körper den Werth 1, für verdünnte Luft, entsprechend dem abnehmenden Druck derselben, kleinere Werthe, für das absolute Vacuum den Werth 0 hat.

Endlich ergiebt sich aus (V), (IV) und (II'):

$$(\text{II}'') \quad \frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{\eta_0}{\nu_0} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_0 X) + \frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon_0 Y) + \frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon_0 Z) .$$

Dies ist die gesuchte Gleichung, welche $\partial\mu/\partial t$ als Function der Kraftvertheilung darstellt, aber nicht wie in Abschnitt 17 vermuthet wurde, der magnetischen, sondern der electrischen Kraftvertheilung.

Der Grund, warum der η_0 entsprechenden Constanten im vorigen Abschnitt für alle Körper der Werth 1 zugesprochen wurde, ist, dass es keine magnetischen Kathodenstrahlen gibt.

Der Grund, warum dann ν_0 für verdünnte Luft ein kleinerer Werth als 1 zugeschrieben werden musste, ist, dass constante magnetische Kräfte nicht ohne Einfluss auf die Kathodenstrahlen sind.

IV. Deductionen (vorläufig mitgetheilt).

Aus der obigen Theorie folgt die Nothwendigkeit des Auftretens *longitudinaler electrischer Strahlen* (vornehmlich in verdünnter Luft bei Gegenwart grosser statischer electrischer Kräfte), welche vollkommen den Character von Kathodenstrahlen haben.

Auch auf electrooptischem Gebiete gibt die Theorie eine bemerkenswerthe Uebereinstimmung.

Aus derselben folgt eine grosse Zahl neuer experimenteller Motive, von welchen jedoch erst die Rede sein soll, bis die betreffenden Experimente gemacht sind, wozu mir gegenwärtig alle Mittel fehlen.

23. *Longitudinale ebene Welle. Artunterschied der Kathodenstrahlen.* Es sei im luftverdünnten Raum eine statische electrische Kaft Z_0 und keine magnetische Kraft vorhanden. Dann ist eine electrische Longitudinalwelle in der z-Richtung möglich. Die Gleichungen (I') und (II') reduciren sich auf

$$\varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial t} + Z_0 \frac{\partial e}{\partial t} = 0, \tag{I'3}$$

$$\frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \frac{\partial e}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial z}. \tag{II'}$$

Eine Lösung derselben ist:

$$Z = Z_0 + C \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{z}{c}\right), \tag{a}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + E \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{z}{c}\right).$$

Die Schwingungsdauer τ dieser Strahlen ist beliebig, sie verhalten sich superpositorisch.

Das Verhältniss der Amplituden E und C bestimmt sich zu

$$\frac{E}{C} = -\frac{\varepsilon_0}{Z_0}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c ergiebt sich zu

$$c = \frac{\eta_0 - 1}{\alpha_0} \cdot Z_0 \tag{3}$$

So wie das Argument der Sinus in (a) geschrieben ist, erfolgt die Fortpflanzung in der positiven z-Richtung, falls c positiv ist. Ob also überhaupt eine Fortpflanzung in der positiven z-Richtung möglich ist, hängt noch davon ab, ob c durch Gleichung (3) einen positiven Werth erhält.

Da $\eta_0 - 1/\alpha_0$ einen bestimmten Werth hat, hängt es vom Vorzeichen der statischen electrischen Kraft Z_0 ab, ob eine Fortpflanzung in der + oder in der $-z$-Richtung möglich ist. Jedenfalls ist nur eines, nicht beides möglich, wie bei Transversalwellen, wo sich c durch eine quadratische Gleichung bestimmt. Die Longitudinalwelle kann sich, falls α_0 einen positiven Werth hat, *nur in der Richtung der negativen*

electrischen Kraft fortpflanzen, denn $\eta_0 - 1$ hat nach Abschnitt 20 einen wesentlich negativen Werth.

Hiermit ist der Artunterschied der Kathodenstrahlen erklärt. Die nöthigen Grenzbedingungen[1]) zur Anregung der Kathodenstrahlen, nämlich die Schwingungen der electrischen Kraft in der Normale der Oberflächenschichte der zur z-Richtung senkrechten Electrodenflächen, werden von den zufliessenden electrischen Drahtwellen an beiden Electroden in völlig gleicher Weise geliefert. Nur von der Kathode können jedoch die Strahlen ausgehen, denn dort haben sie in der Richtung nach aussen (Metall—Luft) positive Fortpflanzungsgeschwindigkeit. An der Anode jedoch haben sie in der Richtung nach aussen negative Fortpflanzungsgeschwindigkeit, sie können dort also nicht auftreten.

η_0 hat nach Abschnitt 20 für dichte Körper einen sehr nahe um 1 liegenden Werth. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist also in dichten Körpern sehr klein und Longitudinalstrahlen werden nur schwer zu erhalten sein. Bei grösserer Verdünnung wird jedoch η_0 immer kleiner, so dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Kathodenstrahlen wächst, bis sie im absoluten Vacuum den Grenzwerth Z_0 / α_0 erreicht.[2])

24. *Das blaue Kathodenlicht.* Es kann vorausgesetzt werden, dass das blaue positive Glimmlicht in gewöhnlicher Luft dem blauen Kathodenlicht in verdünnter Luft entspricht. Letzteres ist nachweislich eine Wirkung der Kathodenstrahlen. Das blaue positive Glimmlicht ist dann eine Wirkung von

1) Vgl. w. o. Abschn. 8 bei Anm. 1. Ich habe 1892 schnelle Kraftschwankungen *in der Electrodennormale* als die Anregungsbedingungen der Kathodenstrahlen bezeichnet. Zugleich ist E. Wiedemann auf experimentellem Wege zu der gleichen Ueberzeugung gelangt. Er sagt (Zeitschr. f. Electrochem. 8. 1895): „Treten an der Grenze eines *beliebigen* Mediums gegen ein verdünntes Gas schnelle Potentialschwankungen auf, so entstehen die gewöhnlich an der Kathode in Entladungsröhren beobachteten Erscheinungen, vor allem Kathodenstrahlen etc.; ebensolche Gebilde treten auf an aneinandergrenzenden verschieden constituirten Theilen desselben Gases, so an der Grenze des dunklen Raumes, an Verengungen einer Röhre etc.“ Vgl. auch E. Wiedemann u. H. Ebert, Phys.-med. Soc. in Erlangen, Febr. 1892.

2) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von longitudinalen elastischen Wellen in einem compressiblen Medium ändert sich umgekehrt, und zwar zwischen ∞ und 0.

rahlen und zwar seiner geringeren Dicke u
t wegen, von Anodenstrahlen sehr kleine
chwindigkeit.
raus ist zu vermuthen, dass η_0 in dichter
g *grösseren* Werth als 1 hat. Dann si
lenstrahlen kleiner Fortpflanzungsgeschwin
eim Verdünnen sinkt η_0 zunächst auf 1 a
$c = 0$ und es sind keine Longitudinalstrah
iteren Verdünnen sinkt η_0 unter 1 bis 0.
oden-, aber Kathodenstrahlen möglich, v
Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben, je
ung geht. Es tritt dementsprechend die
an der Kathode auf und gewinnt bei fort
ung an Dicke, verliert aber an Leuchtkra
Production des blauen Lichtes muss
ung der Kathodenstrahlen zusammenhän
benützten Annäherungsgleichungen (I'),
statische Kräfte gelten, sind jedoch di
ungedämpft. In der Nähe der Kathode,
raft überwiegt, kann also die blaue Lichtsc
. Es ist dort thatsächlich ein dunkler
welcher *allmählich* in die blaue Lichtschich
grösserer Entfernung von der Kathode,
des Strahles gegen die statische Kraft
rschwindet, gelten die Gleichungen (I), w

Es gelten die Gleichungen:

$$(\text{I}'1) \qquad \varepsilon_0 \frac{\partial X}{\partial t} + X_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - c_0 \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z} = 0.$$

$$(\text{I}'3) \qquad \varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial t} + Z_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} = 0.$$

$$(\text{I}'5) \qquad \mu_0 \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} - c_0 \frac{\partial X}{\partial z} + c_0 \frac{\partial Z}{\partial x} = 0.$$

$$(\text{II}) \qquad \frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial z} - \varepsilon_0 \frac{\partial X}{\partial x} = 0.$$

Eine Lösung derselben ist:

$$Z = Z_0 + C \sin \frac{2\pi}{\tau} \left(t - \frac{mx + nz}{c} \right).$$

Die drei übrigen Variablen $X\mathfrak{Y}$ und ε sind *cohaerent* und *gleichphasig* und ihre Amplituden sind der Amplitude C proportional. Durch Einsetzen dieser Lösung erhält man zur Bestimmung dieser Amplituden vier homogene Gleichungen. Die Determinante ihrer Coëfficienten muss verschwinden. Dies gibt die Bedingung:

$$(c_0^2 - \mu_0 \varepsilon_0 c^2) \cdot \left[\frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \cdot c - (m X_0 + n Z_0) \right] = 0.$$

In Wellenebenen von den Richtungscosinus m und n der Normale können sich also *drei* verschiedene Wellen fortpflanzen. Zwei davon entsprechen den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten

$$c = \pm c_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0 \right).$$

Auch in verdünnter Luft und bei Gegenwart grosser statischer Kräfte können sich also gewöhnliche Transversalwellen nach jeder Richtung fortpflanzen.

Die dritte Welle ist theilweise *longitudinal.* Sie hat die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$(5) \qquad c = \frac{\eta_0 - 1}{\alpha_0} (m X_0 + n Z_0).$$

Dieselbe ist also proportional dem Cosinus des Winkels, welchen die totale statische electrische Kraft mit der Wellennormalen einschliesst.[1]) Longitudinalstrahlen können sich also

1) Hr. H. Poincaré hat (Compt. rend. Dec. 1895) gezeigt, dass die Strahlen meiner Theorie unter *allen* Umständen dieses Gesetz der Fortpflanzugsgeschwindigkeit befolgen. Sein Schluss, dass deshalb die *Richtung* dieser Strahlen immer mit der statischen Kraft zusammenfällt, ist *unzulässig.*

r in der Richtung der negativen Kraft fo
allerdings bei abnehmender Geschwindig
zu. Senkrecht zur electrischen Kraft hab
digkeit 0. Dreht man sie noch weiter in di
iven Kraft, so können sie sich nicht mehr fo
Geschwindigkeit negativ wird.

ch Einsetzen von (5) in die Amplitudeng
h, dass diese Strahlen desto stärkere T
nten benöthigen, je schiefer sie gegen di
rlaufen. Diese Transversalcomponenten lie
bene, und zwar die electrische Transversalc
Einfallsebene der statischen Kraft, die n
salcomponente $\mathfrak{Y}$ senkrecht dazu.

t ohne Interesse ist die Bedingung, welche
kende *magnetische Kraft* $\mathfrak{Y}_0$ dem Strahl aufer
tt in Gleichung (I'5) in dem Glied $+\mathfrak{Y}_0$
nt dann auch in die Determinante, aber
e, wo sie zum Werthe derselben nichts bei
zungsgeschwindigkeit wird also durch eine n
cht beeinflusst. Auch die Transversalco
gleichphasig, aber sie ändern ihr Amplituden
itudinalcomponente. Die totale electrische S
durch eine andere Richtung gegen die Well
nicht richtig, dies dahin zu deuten, dass
raft $\mathfrak{Y}_0$ die Richtung der electrischen Sch

fallswinkel der Strahlen kleiner ist als das Complement des Einfallswinkels der statischen electrischen Kraft, ist eine regelmässige Reflexion *nicht möglich* und zwar deshalb, weil die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Strahlen nach Gleichung (5) von ihrer Richtung abhängt. Dies bewirkt die merkwürdige, von E. Wiedemann und H. Ebert[1]) beobachtete Erscheinung, dass Kathodenstrahlen an einer glatten Grenzebene meistens nur *diffus* reflectirt werden.

Die Möglichkeit regelmässiger Reflexion lässt erkennen, dass das Huyghens'sche Princip für Kathodenstrahlen nicht anwendbar ist. Gleichung (5) bestimmt die Normalenfläche. Diese ist hier eine Kugel, deren Oberfläche jedoch durch das Erregungscentrum geht und deren Mittelpunkt in der Richtung der negativen electrischen Kraft liegt. Alle Wellenebenen umhüllen den Gegenpol dieser Kugel. Dieser Gegenpol stellt also die ganze Huyghens'sche Fläche dar. Hieraus würde folgen, dass die *Strahlenrichtung* nur in die Richtung der negativen Kraft fallen kann, was nicht der Fall ist, da regelmässige Reflexion möglich ist.

In diesem Falle und im Folgenden stehen die Schlüsse aus dem Huygens'schen Princip mit der directen Rechnung aus denselben zu Grunde gelegten Differentialgleichungen im Widerspruch. Das Huyghens'sche Princip gibt für Transversalwellen und Schallwellen, welche einen Fall zweiten Grades darstellen, zwei Lösungen (eine vor- und eine rückschreitende Welle). Eine davon ist richtig, die andere falsch. In dem hier vorliegenden Falle ersten Grades gibt dieses Princip nur eine Lösung und zwar eine falsche.

27. *Scharf begrenzte Kathodenstrahlen. Begrenzte Transversalstrahlen.* Die Kathodenstrahlen haben nach Abschnitt 11 eine Schwingungsdauer von 10^{-9} Sec., also eine viel grössere als Licht. Ausserdem sind sie longitudinal. Es muss somit wundern,

nicht im Innern des Glases, sondern schon in der Oberflächenschichte. Dies berechnet sich leicht aus der Energiegleichung (III) unter Berücksichtigung des Umstandes, dass sich η_0 in der Oberflächenschicht fast von) bis 1 ändert. Vgl. hierzu Beobachtungen von E. Wiedemann und H. Ebert.

1) E. Wiedemann und H. Ebert, Phys.-med. Soc. in Erlangen, Dec. 1891.

dass sie nicht wie Schall sich fortpflanzen, sondern in *scharf begrenzten Strahlen* wie Licht. Es soll nun gezeigt werden, dass gerade die *Longitudinalstrahlen meiner Theorie bei beliebig grosser Schwingungsdauer die Fähigkeit haben, scharfe Strahlen zu liefern*, während das transversale Licht erst bei kleinen Wellenlängen scharfe Strahlen liefert.

Der Einfachheit wegen soll nur die Fortpflanzung scharfer Strahlen in der Richtung der negativen electrischen Kraft Z_0 behandelt werden. Man kann dann in den Differentialgleichungen, welche in Abschnitt 25 vorangestellt wurden, noch $X_0 = 0$ setzen.

Eine charakteristische Lösung dieser Gleichungen (nach Elimination von $\partial s/\partial t$) ist:

$$(6) \qquad \begin{cases} Z = Z_0 + C \sin \frac{2\pi}{\varkappa} x \,.\, \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{\varkappa}{c}\right) \\ X = \quad A \cos \frac{2\pi}{\varkappa} x \,.\, \cos \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{\varkappa}{c}\right) \\ \mathfrak{Y} = \quad \mathfrak{B} \cos \frac{2\pi}{\varkappa} x \,.\, \cos \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{\varkappa}{c}\right) \end{cases}$$

Dieselbe stellt einen Strahl von unendlicher Wellenebene $z = \text{Const.}$ dar, dessen Richtung $x = \text{Const.}$ ist, weil seine Intensität sich in der Richtung x ändert. Diese Aenderung mit x ist sinusförmig.

Die Coefficientendeterminante der Amplitudengleichungen ergiebt sich zu

$$(6) \qquad \left[c_0^2 - \left(\varepsilon_0 \mu_0 - c_0^2 \frac{\tau^2}{\varkappa^2}\right) c_2\right] \cdot \left(c - \frac{\eta_0 - 1}{\alpha_0} Z_0\right) = 0.$$

Es ergeben sich wieder drei Lösungen.

Zunächst ist eine Longitudinalwelle von der normalen Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{\eta_0 - 1}{\alpha_0} Z_0$$

möglich. Die sinusförmige Vertheilung der Intensität im Querschnitte des Strahles ändert also seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht.

Man kann zu Folge dessen in der Lösung (6) der Streifenbreite $\varkappa$ beliebige Werthe geben, kann dann eine Reihe solcher Lösungen nach dem Fourier'schen Theorem zusammensetzen und erkennt hieraus den Satz:

Longitudinalstrahlen kleiner Amplitude sind mit jeder beliebigen Intensitätsvertheilung in ihrem Querschnitt, also auch *mit vollkommen scharf begrenztem Querschnitt ohne beschränkende Bedingungen* (für jede Schwingungsdauer) möglich, und haben die normale Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Kathodenstrahlen.

Wie man aus Gleichung (6) ersieht, sind bei einem begrenzten Kathodenstrahl in der Mitte keine Transversalcomponenten vorhanden, gegen die Ränder hin sind aber solche vorhanden (eine radiale electrische und tangentiale magnetische Transversalcomponente) und zwar sind sie um eine Viertelwellenlänge gegen die longitudinale Schwingung verschoben.

Ferner ergeben sich aus (7) noch die zwei Fortpflanzungsgeschwindigkeiten

$$c = \pm c_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 - c_0^2 \frac{\tau^2}{\varkappa^2}}}$$

Diese entsprechen *Transversal*strahlen von sinusförmiger Vertheilung der Intensität im Querschnitt. Falls $c_0 \tau / \varkappa$ nicht verschwindet, d. h. falls die Querstreifung von der Grössenordnung der Wellenlänge des Strahles ist, haben diese Strahlen *nicht die normale Fortpflanzungsgeschwindigkeit* der Transversalstrahlen.

Man kann also eine Reihe solcher Strahlen von verschiedener Streifenbreite $\varkappa$ nur dann nach dem Fourier'schen Theorem zusammensetzen zu einem scharf begrenzten Strahl, wenn der Querschnitt desselben gross ist gegen die Wellenlänge.

Transversalstrahlen werden also immer an den Rändern unscharf sein müssen. Wie man aus (6) *ersieht, tritt an dem Rande jedes transversalen Lichtstrahles*[1]) *longitudinales Licht auf, welches gegen das transversale um eine Viertelwellenlänge verschoben ist.*

28. *Drehung der Wellenebene durch eine senkrecht wirkende magnetische Kraft.* Eine reine Longitudinalwelle von unendlicher Wellenebene behält unter dem Einfluss einer senkrecht wirkenden magnetischen Kraft $\mathfrak{H}_0$ nur dann die Richtung ihrer electrischen Schwingung und hat nur dann keine transversale magnetische Componente nöthig, wenn sich die *Wellenebene unter dem Einflusse der magnetischen Kraft dreht.*

---

1) auch in *un*verdünnter Luft.

s ergiebt sich aus den Gleichungen:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial t} + Z_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$$

$$\mathfrak{H}_0 \frac{\partial \mu}{\partial t} + c_0 \frac{\partial Z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{\eta_0}{\nu_0} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial t} - \varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

Lösung derselben ist

$$Z = Z_0 + C \sin \frac{2\pi}{\tau} \left(t - \frac{m x + n z}{c} \right).$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + E \sin \frac{2\pi}{\tau} \left(t - \frac{m x + n z}{c} \right)$$

r die Cotangente des Winkels, um welchen edreht wird, ergiebt sich

$$- \frac{m}{n} = \frac{\nu_0}{\eta_0} \cdot \frac{\eta_0 - 1}{\alpha_0} \cdot \frac{\varepsilon_0}{c_0} \mathfrak{H}_0.$$

positive Z-Richtung gehe von links nach chreitet der Kathodenstrahl fort. Die +
n oben nach unten, dann geht die $+x$-Rich

Radialrichtung und ζ den Polarwinkel. Z sei die tangentiale, X die radiale Componente der electrischen Kraft, $\mathfrak{Y}_0$ die axiale magnetische Kraft.

Die Gleichungen müssen reducirt werden auf:

(I 1) $$\varepsilon_0 \frac{\partial X}{\partial t} + X_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0.$$

(I 3) $$\varepsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial t} + Z_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0.$$

(I 5) $$\mathfrak{Y}_0 \frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{c_0}{x} \frac{\partial X}{\partial \zeta} - c_0 \frac{\partial Z}{\partial x} - c_0 \frac{Z}{x}.$$

(II') $$\frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial X}{\partial x} + \varepsilon_0 \frac{X}{x} + \frac{\varepsilon_0}{x} \cdot \frac{\partial Z}{\partial \zeta}.$$

(II'') $$\frac{\eta_0}{\nu_0} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}.$$

Wir betrachten nur ein schmales Bündel eines Kathodenstrahles, dessen Dicke $(x - x_0)$ gegen den Krümmungsradius x_0 verschwindet.

Die einfachste Lösung ist folgende:

$$Z = Z_0 + C\left(1 - \frac{x - x_0}{x_0}\right) \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{\zeta}{w}\right),$$

$$X = X_0 + A\left(1 - \frac{x - x_0}{x_0}\right) \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{\zeta}{w}\right).$$

Die Intensität des Strahles nimmt nach seiner convexen Seite etwas ab. Die Wellenebenen $\zeta = \text{Const.}$ liegen radial. Für die Winkelgeschwindigkeit w des Strahles ergibt sich hier nur eine Lösung:

$$w = \frac{1}{x_0} \cdot \frac{\eta_0 - 1}{\alpha_0} \cdot Z_0 .$$

Diese Lösung gilt für longitudinale Strahlen. Transversale Strahlen von diesem Verlaufe sind nicht möglich und können daher schon deshalb nicht als Lösung erscheinen, weil für keine magnetische Transversalcomponente $\mathfrak{Y}$ gesorgt ist.

Man erhält ferner für die Amplituden A und C die Beziehung

(I) $$\frac{A}{C} = \frac{X_0}{Z_0},$$

d. h. die electrischen Schwingungen des Strahles finden in jedem Teile desselben in der dort vorhandenen Richtung der totalen statischen electrischen Kraft statt.

Endlich ergiebt sich

$$\mathfrak{Y}_0 = \frac{\eta_0}{\nu_0} \cdot \frac{c_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{a_0}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{X_0}{Z_0} \,. \tag{11}$$

Dies ist die Bedingung, dass der Strahl die Kreisbahn einschlägt. Falls $X_0 = 0$, also die totale electrische Kraft ohnehin kreisförmig verläuft, so muss nach (11) $\mathfrak{Y}_0 = 0$ sein, d. h. der Strahl folgt genau einer gekrümmten electrischen Kraftröhre, falls ihn nicht eine senkrecht wirkende magnetische Kraft ablenkt.

Man darf hiernach Kathodenstrahlen kleiner Amplitude, welche *keine magnetischen Transversalcomponenten* besitzen, die Neigung zusprechen, längs der electrischen Kraftlinien des Feldes zu verlaufen, also *electrische Deflexion* zu zeigen.[1])

Kathodenstrahlen, welche durch die Grenzbedingungen mit magnetischen Transversalcomponenten versehen werden, sind jedoch ihrer Richtung nach von dem Verlauf der Kraftlinien entsprechend unabhängiger. Für Kathodenstrahlen grosser Amplitude gilt dies in erhöhtem Maasse.

Falls jedoch X_0 nicht Null ist, also die electrische Kraft nicht kreisförmig verläuft, so ist nach (11) eine senkrecht wirkende magnetische Kraft $\mathfrak{Y}_0$ nothwendig, um den Strahl aus der electrischen Kraftröhre abzulenken und in die Kreisform zu biegen. Der Ablenkungssinn ergibt sich ebenso wie in Abschnitt 28. Die dort behandelte Drehung der Wellenebene durch eine magnetische Kraft ist überhaupt dieselbe Erscheinung wie die hier behandelte Krümmung der Strahlrichtung.

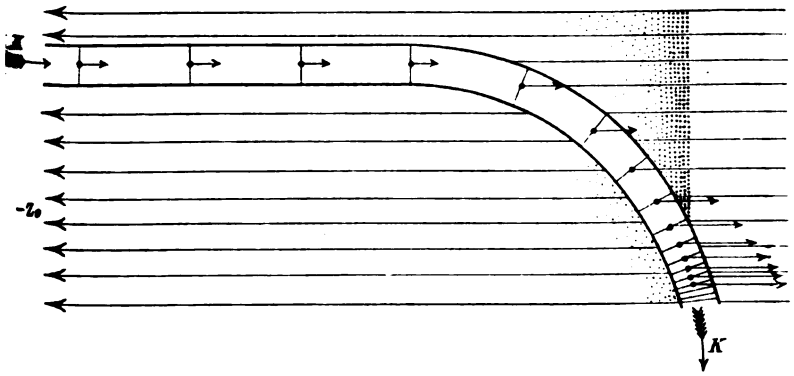
Nach Gleichung (10) wird jedoch die Schwingungsrichtung des magnetisch gekrümmten Strahles durch die magnetische Kraft nicht beeinflusst, sie findet nach wie vor in der Richtung der electrischen Kraft statt.[2])

1) Das Huyghens'sche Princip stellt hier ausnahmsweise die Richtung des Strahles gut, aber um so schlechter die Lage der Wellenfläche dar.

2) Hertz vergleicht die magnetische Krümmung der Kathodenstrahlen mit der magnetischen Drehung der Schwingungsrichtung des Lichtes. So charakteristisch dieser Vergleich ist, trifft er doch nach der hier vorgetragenen Theorie gerade das Gegentheil der thatsächlich stattfindenden Verhältnisse. Dieser Umstand ist ein zufälliger, welcher das Verdienst dieses Vergleiches nicht herabsetzt.

Das hier betrachtete dünne, gekrümmte Bündel eines Kathodenstrahles entspricht dem axialen Theile eines begrenzten Kathodenstrahles von grösserer Dicke. Die Ränder desselben verhalten sich complicirter, weil sie magnetische Transversalcomponenten führen. Auch im axialen Bündel wird streng genommen an den Stellen starker Ablenkung des Strahles eine magnetische Transversalcomponente $\mathfrak{Y}$ auftreten, welche ihren Grund hat in der Aenderung der Amplitude A nach (10). Diese Aenderung verschwindet jedoch vollständig gegen die Aenderungen, welche die Schwingung des Strahles einführt, der kurzen Schwingungsdauer desselben wegen.

Fig. 1 macht das Verhalten eines im *homogenen* electri-



schen Feld durch eine senkrecht wirkende magnetische Kraft gekrümmten Kathodenstrahles anschaulich.

Die parallelen, von rechts nach links gehenden Pfeile bezeichnen die positive Richtung der electrischen Kraft. Die Stärke der magnetischen Kraft $\mathfrak{Y}_0$, welche von vorn nach hinten geht, ist durch die Dichte der zwischengesetzten Punkte angedeutet. Sie ist in der linken Hälfte des Feldes sehr klein, nach rechts hin immer grösser angenommen, sodass der Strahl nach (11) nach rechts hin immer stärker abgelenkt wird und also ungefähr Kreisform annimmt.

Der Kathodenstrahl KK verläuft in der linken Hälfte des Feldes, wo keine magnetische Kraft wirkt, geradlinig in der Richtung der negativen electrischen Kraft, in der rechten Hälfte des Feldes biegt er aus dieser Richtung ab. Nach Gleichung (11) ist die Tangente des Winkels, welchen seine

Richtung mit der Richtung der negativen electrischen Kraft einschliesst, überall der Kraft $\mathfrak{P}_0$ proportional.

Es sind ferner die Wellenebenen des Strahles, welche überall auf seiner Richtung senkrecht stehen, eingezeichnet, und zwar in solchen Distanzen, wie sie der Fortpflanzungs-, geschwindigkeit des Strahles entsprechen. Dieselbe nimmt nach (9) mit dem Cosinus des Ablenkungswinkels ab. In der Mitte jeder Wellenebene sind durch einen kleinen Pfeil der Richtung und Grösse nach die electrischen Schwingungen des Strahles bezeichnet. Dieselben bewahren im homogenen electrischen Felde ihre Richtung. Was ihre Grösse anbelangt, so wird die Grösse der longitudinalen Componente C im ganzen Verlaufe des Strahles annähernd dieselbe sein. Die radiale Componente A muss aber nach (10) beträchtlich zunehmen. Die Intensität der totalen Schwingung des Strahles muss also desto mehr zunehmen, je weiter der Strahl abgelenkt wird. Gleichzeitig nimmt aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit desselben ab, so dass die in einer halben Wellenlänge des Strahles vorhandene Energie überall denselben Werth hat.

30. *Gegenseitige Abstossung der Kathodenstrahlen.* Die Gleichungen (I), welche für Kathodenstrahlen grosser Amplitude gelten, sind geeignet, die gegenseitige Abstossung [1]) zweier Kathodenstrahlen darzustellen. Es ist dies eine nichtsuperpositorische Erscheinung, kann also durch die annähernd gültigen linearen Gleichungen (I') nicht erklärt werden, wohl aber durch die nichtlinearen Gleichungen (I). Man denke sich als Grenzbedingung in der xy-Ebene electrische Z-Schwingungen gegeben, wie sie an den zwei Kathoden der Crookes'schen Röhre auftreten. Das Integral der Gleichungen (1) wird dann jedenfalls zwei von diesen Platten ausgehende Strahlen darstellen, und zwar der nichtlinearen Form dieser Gleichungen wegen keine geradlinigen Strahlen, sondern ungefähr hyperbolisch auseinander gekrümmte Strahlen.

31. *Magnetischer Longitudinalstrahl.* Rein magnetische Longitudinalstrahlen sind der Unsymmetrie der Gleichungen (II') und (II'') wegen nicht möglich.

Ein electrischer Kathodenstrahl, welcher in der Richtung

1) Vgl. hierzu E. Wiedemann u. H. Ebert, Wied. Ann. **46.** p. 158. 1892.

einer zusammenfallenden electrischen Kraftlinie Z_0 und magnetischen Kraftlinie $\mathfrak{Z}_0$ fortschreitet, zeigt ausser seiner electrischen Longitudinalschwingung Z auch eine *magnetische Longitudinalschwingung* $\mathfrak{Z}$.

Diese könnte doch vielleicht auf eine Spule, in deren Axe der Strahl fortschreitet, inducirend wirken, ein Experiment, welches unter den Strahlungsexperimenten eine besondere Stellung einnehmen würde.[1])

V. Longitudinales Licht.

32. *Longitudinale Antheile des natürlichen Lichtes.* Nach der zu Ende des Abschnittes 27 gegebenen Entwicklung soll das transversale Licht (wenigstens an seinen Rändern auch in dichter Luft) von *Longitudinalstrahlen* begleitet sein, welche *cohärent* und in der Phase um eine *Viertelwellenlänge gegen das transversale Licht verschoben* sind. Im Folgenden werden solche Longitudinalantheile des natürlichen Lichtes thatsächlich an Experimenten von Elster und Geitel aufgewiesen.

Um über dieselben völligen Aufschluss zu erhalten ist ein genaueres Studium des Grenzüberganges des Lichtes durch eine Oberfläche, in welcher ε_0 und η_0 sich ändern, nöthig. Es findet sich eine solche Schicht dort, wo das Licht in verdünnte Luft eintritt, und wo es in derselben reflectirt wird. In diesen Grenzschichten nimmt das Licht Longitudinalcomponenten an. Um nur ein ungefähr passendes Beispiel zu geben, möge vorausgesetzt werden, dass die Kräfte des Transversalstrahles auch in dieser Grenzschicht die Laplace'sche Gleichung erfüllen und dass in derselben η_0 zwar nicht gleich 1, aber constant sei.

Dann gilt Gleichung (II') und nimmt die Form an:

$$(12) \qquad \frac{\alpha_0}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = X \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x} + Y \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial y} + Z \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z}.$$

Nur dann, wenn die Richtung der electrischen Schwingungen des Transversalstrahles auf der Richtung des Gefälles von ε_0 senkrecht steht, ist danach $d\varepsilon/\partial t = 0$ und werden keine Longitudinalstrahlen angeregt.

---

1) Bei unbedingt genauer Giltigkeit der Maxwell'schen Gleichungen (I) kann sich der magnetische Longitudinalstrahl allerdings nicht durch eine Inductionswirkung zu erkennen geben, wohl aber bei der geringsten Abweichung von diesen Gleichungen.

Die angeregten Longitudinalschwingungen haben, wie durch den Vergleich von (12) mit (I') folgt, eine Viertelwellenlänge Phasenunterschied gegen die transversalen Schwingungen X, Y, Z. Sie sind nämlich mit ε gleichphasig.

33. *Die Messungen von Elster und Geitel.* Als ich die jüngst erschienene Arbeit der Hrn. Elster und Geitel[1]) erhielt, erkannte ich auf den ersten Blick, dass bei ihren Entladungsexperimenten theilweise longitudinales Licht auftritt und dasselbe eine Phasenverschiebung von *einer Viertelwellenlänge gegen das transversale Licht hat.*[2])

Dies folgt aus meinem Entladungsgesetz nach Capitel I, also auf *rein experimentellem Wege.*

Der lichtelectrische Strom J ist nach Elster und Geitel cet. par. der Lichtintensität (dem *Quadrat der Amplitude*) proportional und befolgt das Gesetz

$$J = A\cos^2\alpha + B\sin^2\alpha,$$

worin α das Azimuth der electrischen Schwingungsebene des einfallenden Lichtes gegen die Einfallsebene ist. Die Constanten A und B haben folgende Werthe

Einfallswinkel i	70°	66°	40°	23°
A	149,6	144,0	161,8	96,8
B	3,2	4,0	7,1	28,1

Diese Gleichung zeigt in der Form:

$$J = (A - B)\cos^2\alpha + B.$$

dass B (die Abweichung von *meiner Voraussage*, vgl. Cap. I, Abschnitt 5) für grosse Einfallswinkel sehr klein ist, aber für kleine Einfallswinkel stark anwächst

Bei constantem Einfallswinkel und *variablem* Azimuth zeigt das Licht eine *constante* Abweichung B von der Wirkung,

1) Elster u. Geitel, Abhängigkeit des electrischen Stromes vom Azimuth und Einfallswinkel des Lichtes (Sitzber. d. Berl. Akad. p. 209. 1895).

2) Die Hrn. Elster u. Geitel erkennen keineswegs, dass sie es mit longitudinalem Licht zu thun haben, sondern nehmen an, dass auch parallel der Kathodenfläche schwingendes Licht die Entladung begünstigt. Vgl. das Citat weiter oben Abschn. 4 Anm. 1).

elche es haben muss, wenn mein Entladungsgesetz richtig ist id das Licht rein transversal wäre.

Das Licht hat also eine longitudinale Componente und ese ist um eine Viertelwellenlänge verschoben. Dann werden ch die Quadrate der Schwingungen, welche bez. die transersale und die longitudinale Schwingung des Lichtes in die lectrodennormale senden, zu dem Quadrat der resultirenden chwingung in der Normale addiren, welches die lichtelectrische Virkung bestimmt.

B steht zu der Amplitude L der Longitudinalschwingung n der Beziehung

$$B = L^2 \cos^2 i.$$

$(A - B)$ steht zu der Aplitude T der transversalen Schwingung in der Beziehung

$$(A - B) = T^2 \sin^2 i.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{L}{T} = \operatorname{tg} i \sqrt{\frac{B}{A - B}}.$$

Aus den angeführten Messungsresultaten von Elster und Geitel ergibt sich hiernach:

Einfallswinkel i	70°	66°	40°	23°
$\frac{L}{T}$	0,411	0,381	0,181	0,275

Ungeachtet die Intensität des bei verschiedenem Einfallsinkel verwendeten Lichtes nicht dieselbe war, ergibt sich ein iemlich regelmässig mit dem Einfallswinkel abnehmendes Verältniss des Longitudinalantheiles L des Lichtes und der angenden transversalen Amplitude T desselben, was die Uebernstimmung mit der Theorie vervollständigen dürfte.

Das transversale Licht zeigt longitudinale Antheile, deren hase um eine Viertelwellenlänge verschoben ist, deren Amtude mit dem Einfallswinkel abnimmt und in den angeführten ssungen ungefähr den dritten Theil der Transversalamplitude smacht.

Seither haben die Hrn. Elster und Geitel
icirt[1]) aus welchen hervorzugehen scheint, d
ünnter Luft diese Longitudinalantheile eine b
sse haben, wie dies auch zu erwarten war.

Die Gesellschaft zur Förderung deutscher W
st und Literatur in Böhmen hat das Zustandekon
eit unterstützt, wofür ich hiermit meinen Dank

1) Elster u. Geitel, Wied. Ann. **55.** p. 695. 1895.

12. *Ueber den electrischen Lichtbogen; von Leo Arons.*

1. Es ist eine alte Erfahrung, dass man zur Herstellung eines electrischen Lichtbogens zwischen Kohlenelectroden eine gewisse Grenze der erregenden electromotorischen Kraft überschreiten muss. Edlund war der erste, welcher als Ursache dieser Erscheinung eine electromotorische Gegenkraft im Lichtbogen annahm ähnlich derjenigen in einer electrolytischen Zelle. Edlund suchte auch durch Intensitäts- und Spannungsmessungen an verschieden langen Bogen die Grösse der electromotorischen Kraft sowie den eigentlichen Widerstand derselben zu bestimmen; er beschränkte sich hierbei nicht auf Kohlenelectroden, sondern dehnte seine Untersuchungen auch auf einige Metalle als Electroden aus. Er sowie spätere Forscher, namentlich V. v. Lang und Lecher, fanden, dass die Verhältnisse bei Verwendung einer ganzen Reihe von Metallen die gleichen waren, wie bei der Kohle. Auch bei den untersuchten Metallen ergab sich, mit Ausnahme von Fe und Pt, Continuität der Entladung[1]), während die zu überwindende „Gegenkraft" durchweg kleiner, der Widerstand pro Längeneinheit, soweit die Messungen reichen, ungefähr der gleiche war.

Bei dieser Gleichartigkeit der Verhältnisse ist es überraschend, dass Kohle und Metalle in Bezug auf den Lichtbogen ein völlig entgegengesetztes Verhalten zeigen, sobald man mit der Wechselstrommaschine arbeitet. Die Wechselstrommaschine hat sich für den Betrieb des electrischen Kohlenlichtbogens längst eingebürgert, ja die Nollet'schen Maschinen, an denen Van Malderen den Commutator beseitigt hatte, dienten diesem Zweck[2]) schon vor der Construction genügend kräftiger Gleichstrommaschinen. Dagegen kann ich feststellen, *dass man mit Wechselstrommaschinen selbst bei 200 Zeichenwechseln in der Secunde und bei mittleren Spannungen, die zehn- bis*

1 Lecher, Wied. Ann. **33.** p. 625. 1888.

2) Le Roux, Bull. de la Soc. d'encouragement **14.** 1867.

zwölfmal grösser sind, als die zur Erzeugung nöthigen constanten Spannungen zwischen zwei Metallelectroden keinen Bogen zu erzeugen vermag, obgleich bei Ersatz der Metallelectroden durch Kohlenstücke von ungefähr gleichen Dimensionen ein äusserst intensiver Lichtbogen von mehr als 1 cm Länge mit Leichtigkeit zu Stande kommt.

Es ist merkwürdig, dass diese Thatsache erst in jüngster Zeit festgestellt wurde, obgleich z. B. Jamin[1]) Versuche mit einer Wechselstrommaschine anstellte, bei denen gelegentlich Metallelectroden einer Kohlenelectrode gegenübergestellt wurden; hierbei ergiebt sich, wie auch ich unten zeigen werde, keine Schwierigkeit. Erst aus dem Jahre 1893 liegt eine Arbeit von Zuchristian[2]) vor, welche mit dem Satz beginnt: „Während bei Gleichstrom zwischen Metallelectroden ohne Schwierigkeit ein Volta'scher Lichtbogen erzeugt werden kann, gelingt dies bei Wechselstrom nicht." In der Arbeit selbst ist der Nachweis für Eisen- und Messingstäbe erbracht und zwar für den Wechselstrom, wie ihn die Innsbrucker Centrale liefert. Die Wechselzahl wird auf 80 pro Secunde angegeben; über die mittlere electromotorische Kraft ist nichts gesagt; nach der Electrotechnischen Zeitschrift[3]) beträgt in Innsbruck die Spannung der Primärleitung 2000 Volt; der Strom wird den Abnehmern durch Transformatoren geliefert; Angaben über die Höhe der Transformirung sind nicht gemacht. Aus den Mittheilungen über die Beleuchtungsanlagen vermuthe ich eine solche von etwa 100 Volt. Ziemlich gleichzeitig mit diesen Versuchen wurden von technischer Seite in Amerika diesbezügliche Beobachtungen gemacht und bereits für technische Zwecke verwerthet.

J. Wurts[4]) hat Blitzableiter für Wechselstromleitungen construirt, die auf der Erfahrung beruhen, dass zwischen gewissen Metallen nach Durgang eines Blitzschlages durch die Funkenstrecke kein Lichtbogen entsteht selbst bei Wechsel-

1) Jamin, Compt. rend. **94.** p. 1615—1619. 1882. Vgl. auch Sahulka, Wien. Ber. (2) **103.** p. 925. 1894.

2) Zuchristian, Wien. Ber. **102.** p. 567—576. 1893.

3) Electrotechn. Zeitschr. **11.** p. 513. 1890.

4) J. Wurts, Transact. of the American Institute of Electrical Engeneers. **9.** p. 102. 1892.

stromerregern von 1000 ja 2000 Volt; über die Wechselzahl fehlt eine Angabe. Als solche „non-arcing metals" bezeichnet Wurts Zn, Sb, Bi, Cd und Hg, während z. B. Cu nach seinen Versuchen unter gleichen Umständen den Bogen entstehen lässt. Die Wurts'schen Angaben wurden mit einem meines Erachtens unberechtigten Misstrauen aufgenommen.[1])

2. Ich wurde zu der Beobachtung betreffend den Wechselstromlichtbogen durch eine Reihe von Versuchen geführt, welche weiteren Aufschluss über die Vorgänge zunächst im Kohlenlichtbogen geben sollten. Lecher hat die Frage nach dem Vorhandensein einer electromotorischen Gegenkraft im Lichtbogen dadurch zu lösen gesucht, dass er in den Stromkreis, bestehend aus einer Nebenschlussdynamomaschine und dem von ihr betriebenen Lichtbogen ein Galvanometer einschaltete, dessen Nadel durch eine Hemmung am Ausschlag in der Richtung des Maschinenstromes gehindert war. Wurde nun die Maschine plötzlich kurz geschlossen, so hätte das Galvanometer unter der Wirkung der Gegenkraft einen Ausschlag geben sollen. Ein solcher blieb aus. Mit Recht bemerkte Stenger[2]), dass eine Controlle der Empfindlichkeit bei dieser Versuchsanordnung vermisst werde; er wiederholte deshalb den Versuch mit gleichem Erfolg, erweiterte ihn dann aber dahin, dass in den Stromkreis gleichzeitig fünf Accumulatoren hintereinander eingeschaltet wurden, welche während des Betriebes des Lichtbogens durch den Maschinenstrom geladen wurden. Wurde nun die Maschine kurz geschlossen, so zeigte das Galvanometer (Tangentenbussole) einen sehr kräftigen Ausschlag im Sinne des Accumulatorenstromes durch den verlöschten Lichtbogen hindurch. Stenger schliesst mit den Worten:

„Während in demselben Moment, wo der Lichtbogen verlischt, wenige Accumulatoren einen kräftigen Strom durch die Gasstrecke schicken, ist ohne Accumulatoren absolut nichts nachweisbar. Mir scheint damit endgültig nachgewiesen zu

1) Vgl. z. B. Beibl. **17.** p. 237. 1893 und die Klagen des Entdeckers, dass viele Techniker sich zur Einführung seiner „Deflagratoren" noch nicht entschliessen können, obgleich tausende tadellos functionirten.

2) Stenger, Wied. Ann. **45.** p. 33. 1892.

sein, dass eine electromotorische Gegenkraft im Lichtbogen nicht vorhanden ist."

Nicht völlig befriedigt von diesem Schluss, habe ich geglaubt, die Stenger'schen Versuche wieder aufnehmen zu sollen in der Absicht, einerseits die Grenze der electromotorischen Kraft festzustellen, welche die Accumulatorenbatterie mindestens haben muss, um nach Verlöschen des Lichtbogens einen Stromschluss zwischen den Kohlenelectroden zu erzeugen, andererseits diejenige Spannung der Batterie zu ermitteln, welche eben ausreicht, wenn auch nur auf kurze Zeit, den Lichtbogen in der entgegengesetzten Richtung zu betreiben. Dass eine solche Spannung leicht erreicht werden kann, schloss ich aus der Möglichkeit, den Kohlenlichtbogen mit Wechselstrom zu betreiben. Meine Versuchsanordnung war die Stenger'sche; nur bediente ich mich statt der Dynamomaschine als Electricitätsquelle der Leitung der städtischen Electricitätswerke, welche 105 bis 110 Volt Spannung liefert. Natürlich durfte ich den Kurzschluss nicht unmittelbar an der Leitung vornehmen; der Strom durchfloss deshalb von dem einen Pol der Leitung aus zwei regulirbare Rheostaten H und h (vgl. Figur); der Punkt, an welchem H und h aneinandergrenzten, konnte durch einen Dubois'schen Schlüssel S direct mit dem anderen Pol der Leitung verbunden werden; nach Schluss von S gelangte der Centralenstrom nicht mehr zum Lichtbogenkreis, dieser war jetzt durch den Widerstand h, die Accumulatorenbatterie A und die Tangentenbussole T gebildet. Der Widerstand H musste mindestens 3 Ohm betragen. In der folgenden Tabelle enthält die erste Columne die Stromstärke (Ampère), mit welcher der Bogen betrieben wurde, die zweite die Spannung der Accumulatorenbatterie (in Volt), die dritte den Ausschlag der Tangentenbussole in Graden, nachdem S geschlossen war. Der zwischen 6 und 8 Grad schwankende Ausschlag, welcher selbst ohne Einschaltung der Accumulatorbatterie erfolgte, rührt von dem Federn der Hemmung her.

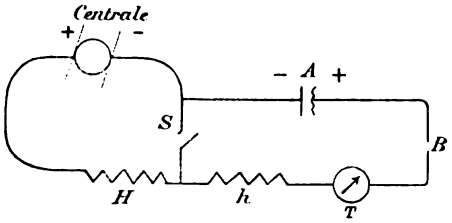


Tabelle I.

Stromstärke im Bogen	Spannung d. Accum.	Ausschlag d. Bussole	Bemerkungen
9,1	0	7	
9,0	10	7	
11	10	6	
4,4	10	6	
8,6	10	8	
8,1	10	8	
8	10	7	
13	10	7	
10,3	14	6	
5,6	18	8	18—22 Volt sind für das Zustandekommen des Stromstosses erforderlich
10,7	18	12	
4,9	22	21	
10,5	22	24	
11	24	75	
3,3	26	> 90	
8	26	> 90	
9	28	180	Brennt bisweilen einen Augenblick in umgekehrter Richtung
10,5	30	180	Brennt einige Secunden in umgekehrter Richtung
9,2	30	180	
8,5	40	180	Brennt in umgekehrter Richtung

Zu den Versuchen, welche dieser Tabelle zu Grunde liegen, dienten Dochtkohlen von 15 mm Durchmesser; der Abstand betrug 1,5—2 mm; der Widerstand h, welcher nach Schluss von S im Lichtbogenkreis blieb, betrug mit Zuleitungen etwa 0,4 Ohm. Wurde für h ein grösserer Werth gewählt, so konnten bei einer Spannung von 30 Volt der Bogen nicht in umgekehrter Richtung brennen.

Tabelle II.

Stromstärke in Bogen	Spannung d. Accum.	h	Bemerkungen
7,5	30	0,4	Brennt umgekehrt
7,0	30	1,4	Verlöscht
6	30	0,4	Brennt 15 sec lang umgekehrt

Ich habe versucht, bei etwas höheren Spannungen der Accumulatorenbatterie Stromstärke und Spannung am Lichtbogen nach Schluss von S zu messen. Obgleich mir ein völlig aperiodisches Westongalvanometer zur Verfügung stand, habe ich doch kaum brauchbare Resultate erhalten. Die folgende

enthält dieselben. Die beiden ersten S
tromstärke und Spannung des mit der
n Bogens, die dritte die Spannung der Acc
die vierte den Drahtwiderstand h des kurz g
die fünfte und sechste die ungefähren A
rke und Spannung am Lichtbogen nach
e Bemerkungen über die Dauer des B
uss von *S.*

Tabelle III.

2	3	4	5	6	7
39,4	32	0,4	?	22—27	Erlischt bei 27 Volt
39	32	0,4	25—13	?	Dauert nur 4 sec
43	36	0,4	?	22	Brennt ca. 25 sec, die Bleisicherung
35	36	0,4	?	?	Dauert nur 2 sec
35	34	0,4	?	?	„ „ 2 sec
41	44	0,6	18	33	Brennt dauernd; nach brochen
43	41	0,8	ca. 14	30	Dauert nur einen Au
45	40	0,8	?	?	„ „ „

weichend von den Versuchsergebnissen Sten
meinen Versuchen bei einer Spannung d
atterie von 10—11 Volt (entsprechend 5 Acc
in Strom durch den verlöschten Lichtbo
itt erst bei 18 Volt auf; von hier an st
der Voltzahl ausserordentlich rasch und
Volt gelegentlich, bei 30 ziemlich regeln

So wenig scharf die Versuchsergebnisse der Natur der Sache nach sind, so glaube ich doch, dass man nach der von mir unternommenen Ausdehnung des von Stenger angestellten eleganten Versuches nicht mehr den von Stenger gezogenen Schluss (vgl. p. 187) als zwingend ansehen darf. Man wird vielmehr sagen dürfen: Der Zustand der Kohlenelectroden und der Gasstrecke nach dem Verlöschen des electrischen Lichtbogens ist ein derartiger, dass es einer bestimmten äusseren electromotorischen Kraft bedarf, um einen Strom durch die Gasstrecke zu senden — es handelt sich also hierbei nicht um die Ueberwindung eines einfachen, wenn auch mit der Zeit schnell wachsenden Widerstandes, wie man nach dem vereinzelten Versuch Stenger's glauben könnte; die Beobachtungen an dem im umgekehrten Sinne fortbrennenden Lichtbogen deuten darauf hin, dass die electromotorische Kraft der Accumulatorenbatterie anfangs eine Unterstützung durch eine vorhandene electromotorische Gegenkraft im Lichtbogen erfährt, die sehr rasch verschwindet.

Gibt man diese Erklärung zu und nimmt man an, dass die in den Versuchen 1 und 3 der Tab. III beobachtete anfängliche Electrodenspannung von 22 Volt durch die noch wirksame Gegenkraft zu der an den Kohlen bei directem Strom vorhandenen Spannung von 32 bez. 36 Volt ergänzt werden musste, um den Bogen im umgekehrten Sinne zu unterhalten, so würde man auf Werthe der Gegenkraft von 10 bez. 14 Volt geführt werden.[1]) Vergleicht man damit Tab. I, so würde sich ergeben, dass ein Rückstrom, wenn auch nur als Stromstoss ohne Lichtbogen, erst eintritt, wenn die Accumulatorenspannung plus der Gegenkraft den Werth von etwa 30 Volt erreicht und dass der Bogen in umgekehrter Richtung brennt, wenn die Anfangsspannung, bestehend aus Accumulatorenspannung plus Gegenkraft, etwa 40 Volt erreicht.

5. Da Kohle ein schlecht definirtes Material ist, versuchte ich die Messungen auf Metalle auszudehnen. Besonders geeignet erschien hierfür das Quecksilber, das in der von mir

1) Dieser Werth ist bedeutend niedriger als der von v. Lang und mir während des Stromdurchganges gemessene (40 Volt). Edlund fand unmittelbar nach Erlöschen des Bogens 18—27 Volt (Winkelmann, Handb. d. Physik (1) 3. p. 357—359 f.)

rten Lampe[1]) zur Untersuchung kam. D
cksilberkuppen konnte bis auf 7,5 mm her
aber selbst dann gelang es nicht, auch n
ückstromes beim Kurzschluss von *S* zu
igerte die Spannung der Accumulatorenl
der Drahtwiderstand im kurz geschloss
0,4 Ohm, der Hauptstrom 4,2 Amp. Nac
luss verlöschte der Bogen, die Tangentenbu
Strom an. Dabei gab dieselbe Lampe im
Acc. (40 Volt) bei 5 Ohm Drahtwiderstand
den Bogen (Stromstärke 4,9 Amp.), ja n
durch derartige Ströme erhitzt war, erhiel
Acc. (20 Volt) bei 1 Ohm Drahtwiderstand
nit einer Stromstärke, die zwischen 3,8 un
te.

se auffällige Beobachtung liess mich verm
chtbogen zwischen Quecksilberelectroden
strommaschine nicht betrieben werden k
nung bestätigte sich. Da aber der Quec
inige Eigenthümlichkeiten zeigt, auf die i
Mittheilung näher eingehen werde, so le
bachtung keinen besonderen Werth, bis ic
fahrung mit einer Reihe anderer Metalle
Die Metalle verwendete ich durchweg in
urchmesser; die Platinelectroden waren nur

motorischen Kraft der Accumulatorenbatterie; wurde nun S geöffnet, so hätte er in umgekehrter Richtung von der electromotorischen Kraft der Centrale betrieben werden müssen. Bei sämmtlichen untersuchten Metallen Fe, Pt, Al, Ag, Cu, Messing und Nickelin war das Ergebniss ein negatives. Niemals gelang es, auch nur einen Stromstoss in der Tangentenbussole zu beobachten. Ich gebe nur ein Beispiel:

Bei einem Versuch mit Cu betrug die Spannung der Accumulatorenbatterie 50,3 Volt, Spannung der Centrale vermindert um die entgegenwirkende der Accumulatoren 56 Volt; im Stromkreis befinden sich 6 Ohm Widerstand $(H+h)$, wovon bei Kurzschluss von S 3 Ohm im Accumulatorenkreis bleiben (h).

S offen: Abstand der Cu-Electroden 1,5 mm; Stromstärke 4,4 Amp.; Spannung an den Electroden 25 Volt. Beim Schliessen von S erfolgt kein Ausschlag der Tangentenbussole.

Umkehr des Versuches: S geschlossen; Abstand der Electroden 2 mm, Stromstärke 6,3 Amp., Spannung 30 Volt. Beim Oeffnen von S erfolgt kein Ausschlag der Tangentenbussole.

Um mich zu überzeugen, dass der auffällige Unterschied zwischen den Resultaten mit den Metallelectroden und den oben beschriebenen mit Kohlenelectroden nicht etwa durch die verschiedenen Dimensionen und die Lage der Electroden bedingt sei, ersetzte ich die Metallstäbe durch zwei Kohlenstäbe von 4 mm Durchmesser, welche einer alten Jablochkoff'schen Kerze entstammten. Die Resultate mit diesen Homogenkohlen standen in vollem Einklang mit den an der Dochtkohle erhaltenen (vgl. p. 189); auch hier zeigte es sich, dass drei Stadien unterschieden werden konnten, je nachdem die Spannung der Accumulatorenbatterie zu niedrig war, um einen Stromstoss zu erzeugen, oder zu einem solchen zwar ausreichte, ohne das Fortbrennen des Bogens im umgekehrten Sinne erzwingen zu können, oder endlich die Höhe erreichte, bei der der Bogen im Sinne der Accumulatorenbatterie fortbrannte. Die einzelnen Grenzspannungen scheinen um einige Volt höher zu liegen als bei der Dochtkohle, doch fallen die Messungen noch unregelmässiger aus. Der scharfe Unterschied zwischen Kohlenelectroden einerseits, Metallelectroden anderseits ist damit nachgewiesen. Der Bogen zwischen Metallelectroden erlischt für die Dauer, sobald die Stromintensität auch nur für einen

Augenblick auf Null absinkt. Dieser Unterschied lässt sich übrigens durch einen sehr einfachen Versuch nachweisen: Es ist bekannt, dass man den Stromkreis des Kohlenlichtbogens für kurze Zeit, z. B. durch rasches Oeffnen und Schliessen eines eingeschalteten Dubois'schen Schlüssels, unterbrechen kann, ohne den Lichtbogen für die Dauer zu zerstören; die Zeit der Oeffnung kann bis $^1/_{20}$ sec betragen, selbst wenn die Electroden um 3 mm voneinander entfernt sind.[1]) Der gleiche Versuch, mit einem Lichtbogen zwischen Metallelectroden angestellt, führt selbst bei der grössten Geschwindigkeit in der Bewegung des Schlüssels zum dauernden Verlöschen des Bogens.

5. Die vorhergehenden Versuche liessen mich mit Bestimmtheit erwarten, dass der Betrieb eines Lichtbogens zwischen Metallelectroden mit Wechselstrom nicht möglich sei; es ist von vorn herein klar, dass dieser Satz keine allgemeine Gültigkeit beanspruchen kann: steigt nämlich die electromotorische Kraft so weit an, dass die Electrodendistanz gleich der Funkenschlagweite wird, so wird für jede einzelne Periode der Lichtbogen neu eingeleitet werden. Nimmt man bei der mittleren electromotorischen Kraft einer Wechselstrommaschine von 2000 Volt, wie sie vielfach verwendet wird, die maximale Spannung zu 2800 Volt an, so vermag eine solche Maschine schon eine Funkenstrecke von 0,5 mm zu durchschlagen[2]); möglicherweise ist die Schlagweite bei der Art des Anwachsens der Spannung noch grösser.[3]) Zur Ueberwindung einer Luftstrecke von 0,1 mm gehört nach Paschen[4]) eine Spannung von mehr als 1000 Volt, die nach unserer Annahme eine Maschine mit etwa 700 Volt mittlerer Spannung voraussetzen würde.

Bei Wechselstrommaschinen mit geringerer mittlerer Spannung dürfen wir ein Ausbleiben des Lichtbogens zwischen Metallelectroden erwarten. Die mir zur Verfügung stehende Wechselstrommaschine von Siemens & Halske lieferte bei

1) G. Wiedemann, Electr. **4.** p. 334. 1888.
2) F. Kohlrausch, Leitf. p. 423. 1892.
3) Vgl. Jaumann, Beibl. **12.** p. 872. 1888.
4) F. Paschen, Wied. Ann. **37.** p. 79. 1889.

er benutzten Stromstärke in den Magneten (16 Amp.) eine ittlere Spannung von etwa 240 bez. 360 Volt[1]) je nachdem ie Ankerwindungen nebeneinander oder hintereinander geschaltet wurden; die Stromstärke konnte auf 11 bez. 7,2 Amp. ebracht werden, ohne dass die Tourenzahl der Maschine, die nit einem sechspferdigen Gasmotor getrieben wurde, merklich ank, die Zahl der Stromwechsel betrug 200 in der Secunde.

Bei nebeneinander geschalteten Verbindungen der Maschine aben die 4 mm dicken Kohlenstäbe einen mächtigen Lichtbogen bis über 7 mm Länge, wenn ein äusserer Widerstand on 30 Ohm eingeschaltet war; bei allen Metallelectroden, Ag, Al, Cu, Fe, Pt, Messing und Nickelin zeigte sich nur ein urzer, scharfer Funken, wenn die Electroden auch noch so angsam voneinander entfernt wurden, trotzdem der Strom bei Berührung der Electroden auf 11 Amp. gesteigert wurde.

Ganz ähnlich verhielten sich die Electroden, wenn die Maschinenwindungen hintereinander geschaltet wurden; die Stromstärke bei Kurzschluss der Bogenstrecke konnte hier nur uf 7,2 Amp. getrieben werden (bei 50 Ohm Widerstand), da ınst der Gasmotor festgehalten wurde. Ging man bei der tzt erzielten höheren Spannung (360 Volt) sehr vorsichtig it den Electroden auseinander, so konnte bei mikroskopischen bständen ein Funkenspiel beobachtet werden, dass häufig rch Metallbrückenbildung unterbrochen, durch Erschüttern r Electroden für kurze Zeit wieder hervorgerufen werden nnte; bei Abständen noch bedeutend kleiner als 0,1 mm nnte auch hier keine Spur von Strom wahrgenommen werden.

6. Bereits eingangs wurde erwähnt, dass Jamin Wechselomlichtbogen zwischen je einer Kohlen- und einer Metallctrode erzeugte; ich wiederholte die Versuche, indem ich em der dünnen Kohlenstäbe einen Metallstab gegenüberllte. Der Bogen ist schon bei Nebeneinanderschaltung der schinenwicklung und einem Hülfswiderstand von 30 Ohm ht herzustellen; so konnte er zwischen C und Ag mehr als nm lang erhalten werden; ähnlich verhielten sich Fe, Pt,

1) Die Spannung wurde electrometrisch an den Polen des Maschine ıessen, während sie in den auch später benutzten Widerständen die ɔmstärken 7,5 und 11 bez. 7,2 Amp. lieferte.

Cu, Messing[1]) und Nickelin; Pt wird weissglühend und tropft ab, Cu wurde nur dunkelrothglühend, Messing wurde wie Cu nur wenig abgenutzt. Besonders merkwürdig ist das Verhalten von Aluminium. Während es ausserordentlich schwer ist, mit constantem Strom einen Lichtbogen zwischen Aluminiumelectroden[2]) zu unterhalten, brennt der Wechselstromlichtbogen zwischen den 3 mm voneinander entfernten Kohle- und Aluminiumspitzen mit grosser Leichtigkeit, bis die Aluminiumelectrode, erweicht, sich rechtwinklig nach unten umbiegt. Bei constantem Strom zwischen zwei Aluminiumelectroden färbt sich der anfangs rosa leuchtende Bogen schnell blaugrün, die Electroden bedecken sich mit einer festsitzenden blauweissen Oxydschicht, der Bogen erlöscht. Im Fall des Wechselstromlichtbogens zwischen C und Al zeigt das Al nach dem Erkalten seine gewöhnliche mattsilbergraue Farbe, welche der bei Liegen an der Luft stets auftretenden leichten Oxydirung entspricht.

Man könnte daran denken, dass es ausschliesslich die glühenden oder verdampfenden Theile der Kohle sind, welche bei diesen Versuchen die Leitung übernahm; ein Blick durch das Spectroskop genügt, das irrige dieser Annahme zu zeigen: bei sämmtlichen Bogen erblickt man die Metalllinien hellglänzend auf dem continuirlichen Spectrum der glühenden Kohle.

Dagegen hat Jamin gezeigt, dass bei dieser Versuchsanordnung ein in den Stromkreis eingeschaltetes Galvanometer einen Ausschlag gibt, während bei Ausschaltung des Lichtbogens die entgegengesetzten Ströme der Maschine sich vollkommen ausgleichen.

1) Zuchristian (l. c) konnte bei seinen Versuchsbedingungen einen Lichtbogen zwischen Messing und Kohle nur erhalten, wenn er unterhalb der Strecke einen Kohlenlichtbogen erzeugte, welcher seiner Meinung nach die nöthige Wärme lieferte (vgl. unten p. 199 f. II und III); aber auch unter diesen Umständen trat eine oftmalige Unterbrechung ein, welche die Messungen vereitelte.

2) Da ich Angaben über einen solchen Lichtbogen in der Literatur nicht fand, gebe ich hier einige Zahlen: Bei einer Länge des Lichtbogens von 1,5 mm stieg die Spannung von 20—25 Volt bei einem Strom von 5,4—4,8 Amp.; bei ca. 0,3 mm Abstand fand ich zwischen 5 und 7 Amp. ca. 20 Volt. 12 Accumulatoren mit 24 Volt Spannung vermochten diesen Bogen zu unterhalten.

Das Resultat war zu erwarten:

Schon ältere Beobachter haben darauf aufmerksam gemacht, dass man bei Gleichstrom Intensitätsunterschiede erhält, je nachdem man die Stromrichtung zwischen zwei Electroden aus verschiedenem Material wählt. So zeigte Grove, dass der Strom stärker ist, wenn er in Luft von leichter oxydirbaren Metallen zu Platin übergeht, als wenn das Platin die Anode ist. Der Unterschied ist in den meisten Fällen recht erheblich; so erhielt ich mit dem Centralenstrom unter Einschaltung von 15 Ohm Drahtwiderstand zwischen negativer Kohle und positivem Silber einen 7 mm langen Lichtbogen mit 40 Volt Spannung, während bei Stromumkehr der Bogen nicht über 4,5 mm verlängert werden konnte, wobei die Spannung hereits 57 Volt betrug; bei einem anderen Versuch (die Beschaffenheit der Kohlenstücke ist nicht sehr gleichmässig) erhielt ich bei Kohle als Kathode einen Bogen von 5 mm bei 42 Volt, während Stromumkehr nur einen Bogen von 3,9 mm bei 65 Volt lieferte. Ich stelle einige Versuche mit verschiedenen Metallen zusammen.

Tabelle IV.

Anode	Kathode	Abstand	Spannung
Ag	C	7 mm	40 Volt
C	Ag	4,5	57
Ag	C	5	42
C	Ag	3,9	65
Pt	C	3,8	45
C	Pt	2,8	50—60
Pt	C	4,4	50—60
C	Pt	2,5	60—70
Al	C	4	23
C	Al	4	57
Cu	C	7	60
C	Cu	4	60
Fe	C	4,8	40—45
C	Fe	4,8	50
Fe [1])	C	7,5	45—50
C	Fe	5	50—60

Wie bei Grove das Pt, so verhält sich hier die Kohle gegenüber den Metallen incl. Platin; ist die Kohle Kathode,

1) Die Eisenelectrode war frisch abgefeilt; während der Dauer des Versuches sprühte sie einen glänzenden Funkenregen aus.

so ist cet. par. bei gleicher Electrodendistanz die Stromintensität grösser als bei anodischer Kohle. Auch hier war der Lichtbogen zwischen Aluminium und Kohle leicht herzustellen und dauernd.

7. Es erhebt sich die Frage, wie sich der Unterschied zwischen der Kohle einerseits, den Metallen andererseits erklären lässt. Drei Umstände lassen sich anführen, welche zur Erklärung herangezogen werden können.

I. Das Wärmeleitungsvermögen der Kohle ist viel geringer als dasjenige der Metalle; unter letzteren hat das Quecksilber das geringste Leitungsvermögen; aber selbst der niedrigste für Quecksilber angegebene Werth ist noch 37 mal grösser als der höchste, welcher für Kohle gefunden wurde.[1]) Es werden deshalb die Kohlenelectroden einen kurzen Durchgang der Stromintensität durch Null mit einer höheren Temperatur überdauern. Bei stark glühenden Electroden aber findet selbst bei electromotorischen Kräften von wenigen Volt ein Stromdurchgang durch Gasstrecken statt[2]) und es ist nicht unmöglich, dass die hierbei auftretenden schwachen Ströme das Nachfolgen des Lichtbogens ermöglichen.

Zuchristian hebt die schlechte Wärmeleitung der Kohle als Grund für das den Metallen entgegengesetzte Verhalten der Kohle besonders hervor. Er stützt seine Ansicht durch Versuche mit Kohlenspitzen auf Metallstäben, wobei die Spannung an den Kohlen erheblich höher ist. Mit Messingspitzen auf Kohlenstäben erhielt er kein Resultat. Aber er betont auch, dass das gute Wärmeleitungsvermögen der Metalle nur *ein* Grund sei; einen anderen glaubt er in Phasenverschiebungen andeuten zu können; aber diese müssten sich doch beim Kohlenbogen ebenso hinderlich zeigen.

II. Während die Metalle bei der Verflüchtigung nur ihre eigenen Dämpfe entwickeln, liefert jede Kohle trotz aller Vorsichtsmaassregeln beim Brennen im electrischsn Bogen eine Reihe von Gasen, die möglicherweise längere Zeit als die leicht in den festen Zustand zurückkehrenden Metalldämpfe

1) **Landolt u. Börnstein**, Phys.-chem. Tabellen p. 371 f. 1894.

2) **E. Becquerel**, Ann. de Chim. et de Phys. (3) **39.** p. 355. 1853; **E. Pringsheim**, Wied. Ann. **55.** p. 507. 1895.

Leitungsvermögen besitzen.[1]) Wie hartnäckig diese Gaswickelung andauert, war schon den älteren Beobachtern ıannt. So schreibt Grove[2]): „Ich liess 8—9 Stunden tereinander den Bogen zwischen gut ausgebrannter Holzıle bestehen und dennoch bildete sich stets Gas. Dasselbe ıien so lange entwickelt zu werden, als noch Kohle übrig r, sodass man hätte glauben mögen, diese würde in brennres Gas verwandelt."

III. Es ist bekannt, dass die Oxydation bei dem electriıen Lichtbogen eine grosse Rolle spielt. De la Rive[3]) sagt: ı der Luft und bei metallischen Electroden besteht der ɔsatz (auf der negativen Electrode) immer aus dem oxydirten ıub des Metalls der positiven Electrode." Er zeigt, dass ɔser Umstand auch bei Platinelectroden eintritt, bei denen ın die Oxydation am wenigsten vermuthen möchte. Auch ı Vacuum, allerdings einem unvollkommenen, tritt diese ydation auf.[4]) Lässt man den Bogen zwischen Metallectroden für kurze Zeit durch Auseinanderziehen der Elecoden verlöschen, so erhält man sehr häufig bei erneutem ntact keinen Strom mehr — es hat sich eine dünne chtleitende Oxydschicht gebildet; bei Eisen kann dieselbe hr stark werden, es scheint unter Umständen die ganze lbkugelförmige geschmolzene Kuppe zu verschlacken. Nur i Silber habe ich eine derartige Störung nie beobachtet. ɜ la Rive erwähnt sie (l. c.) bei Platin und Kupfer. Bei der ıhle dagegen sind ähnliche Erscheinungen ausgeschlossen, da ı Oxydationsproducte des Kohlenstoffs gasförmig sind.

Für die Störung des Weiterbrennens der Metalllichtbogen rch Oxydschichten spricht namentlich die Erfahrung mit ı Aluminiumelectroden (vgl. oben). Das Oxyd, dessen Errungspunkt sehr hoch liegen mag, hindert hier sehr bald ːh ohne vorheriges Verlöschen des Bogens durch äussere tel den Stromübergang, nachdem vermuthlich durch das

1) Vgl. hierzu auch Zuchristian's Versuch p. 196, Anm. 1.
2) Grove, Pogg. Ann. **71**. p. 220. 1847.
3) De la Rive, Pogg. Ann. **76**. p. 270. 1849.
4) Versuche im vollständigen Vacuum oder einer reinen Wasseratmosphäre sind schwierig auszuführen, doch bereite ich solche zur vor.

Anode heisser als die Kathode, und
verhindert vielleicht die Verdichtung d

Ob die erwähnten drei Umstände
schriebenen Erscheinungen ausreichen
auch die Entscheidung, in welchem V
wirken, kann erst nach weiteren ma
Versuchen festgestellt werden.

Berlin, Phys. Inst. der Universit

1) Vgl. auch hierzu Zuchristian's Vers

2) Gelegentlich der Discussion des p. 186 c
J. Wurts auf eine Anfrage, dass bei den „no
nichtleitender Metalloxyddampf das Fortbrenne

13. *Ueber die Polarisationserscheinungen an dünnen Metallmembranen; von Leo Arons.*

Hr. Luggin hat kürzlich[1]) in diesen Annalen unter obigem Titel einen Aufsatz veröffentlicht, in welchem er auf Grund eigener Versuche die von mir gegebene Erklärung gewisser Beobachtungen bezweifelt und eine scheinbar viel einfachere vorschlägt. Ich hatte als Grund dafür, dass an sehr dünnen Metallhäutchen, welche ein vom stromdurchflossenes Schwefelsäurevoltameter in zwei Abtheilungen scheiden, keine Polarisation beobachtet wird, angegeben, dass die entgegengesetzten Polarisationen an beiden Seiten des Häutchens sich ausgleichen. Auf eine gegenseitige Störung der beiderseitigen Polarisationen führte ich es ebenso zurück, dass bei dicker werdenden Platten bis zu einer gewissen Grenze die Polarisation unter dem bei dicken Blechen zu erwartenden und wirklich gemessenen Werth zurückbleibt. Hr. Luggin glaubt zeigen zu können, dass die Erscheinung sich viel einfacher erklären lasse, nämlich dadurch, dass der Strom gar nicht das Metall, sondern enge Canäle in demselben durchläuft, welche den Electrolyte enthalten.

Dagegen glaube ich nachweisen zu können, dass 1. meine Versuche[2]) eine derartige Deutung nicht zulassen; 2. dass die Versuche des Hrn. Luggin, soweit sie mir verständlich, nach meiner Deutung viel einfacher erklärt werden können, als nach seiner Annahme.

1. Als ich (l. c.) die 1,5 cm im Durchmesser haltende Oeffnung der trennenden Glasplatte mit einem 0,1 mm dicken Platinblech bedeckte, welches eine centrale Durchbohrung von

1) Luggin. Wied. Ann. **56.** p. 347. 1895.

2) Arons, Wied. Ann. **46.** p. 168. 1892; Daniell, W.-A. **49.** p. 281. 1893.

3 mm Durchmesser hatte, zeigte sich eine Vermehrung des Widerstandes in der Zersetzungszelle gegen einen Versuch mit freier Oeffnung von 5 Ohm. Nach der Rechnung des Hrn. Luggin, der (p. 351) einfach den hinzukommenden Widerstand aus Länge und Querschnitt des die Platte durchsetzenden Flüssigkeitscanals und dem specifischen Leitungsvermögen der Flüssigkeit herleitet, hätte sich in meinem Versuch (mit 5 Proc. H_2SO_4) nur eine Widerstandszunahme von ca. 0,2 Ohm finden dürfen. Berücksichtigt man dagegen den Ausbreitungswiderstand [1]) und zwar für beide Seiten der Platte, so ergiebt sich ca. 5 Ohm. Die genaue Uebereinstimmung mit der Messung ist sicher zufällig, da die benutzte Formel aus einer Reihe von Gründen nicht den richtigen Werth darstellen dürfte und andererseits im Versuch der Strom zum Theil das Platin selbst durchströmte, wie die lebhafte Gasentwickelung bewies. Immerhin zeigt die zweifellose Uebereinstimmung in der Grössenordnung, dass die „Correction" für den Ausbreitugswiderstand zur Anwendung kommen muss.

Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkte einen zweiten von mir angeführten Versuch, wonach ein einzelnes Goldblatt, welches die Oeffnung in der Glasplatte bedeckte, keine Aenderung der Stromintensität hervorbrachte, während vier solcher Goldblätter übereinandergelegt, sodass eine „anscheinend homogene Platte" entstand, zur Aufrechterhaltung der ursprünglichen Stromintensität eine Verminderung des äusseren Widerstands von 0,25 Ohm erforderte. Ich nehme als Dicke des einzelnen Goldblättchen den von Daniell (l. c.) angegebenen Werth von $0{,}0_4 5$ mm, also für die vierfache Platte $0{,}0_3 2$. Soll die Widerstandszunahme von 0,25 Ohm nach Hrn. Luggin dadurch erklärt werden, dass ein enger Flüssigkeitscanal in der Platte vom Strom durchsetzt wird, so würde sich nach Hrn. Luggin's einfachem Ansatz für diesen ein Durchmesser von ca. 0,3 mm, ein Querschnitt von 0,08 mm² berechnen, der über eine Anzahl von Oeffnungen vertheilt, selbst dem bewaffneten Auge nicht nothwendig sichtbar werden müsste.

Ganz anders, wenn wir den Ausbreitungswiderstand in Rechnung ziehen. Aus

1) Kohlrausch, Leitfaden d. prakt. Physik p. 253. 1892.

$$w = \frac{(l + 1{,}6\, r) \,.\, 10^{-3}}{r^2 \pi k},$$

worin er den Widerstand in Ohm, l und r Dicke des Häutchens und Radius des angenommenen Canals in Millimetern, k das specifische Leitungsvermögen bedeutet, folgt

$$r = \frac{0{,}8 + \sqrt{0{,}64 + l \pi k w \,.\, 10^3}}{10^3 \pi k w}$$

und in unserem Falle

$$r = \text{ca. } 100 \text{ mm!}$$

Dieses Resultat ist absurd, da der Radius der ganzen vom Goldblatt bedeckten Oeffnung nur 7,5 mm beträgt. Freilich lässt sich ein anderes Ergebniss ableiten, wenn man statt *eines* Canals deren viele annimmt.

Die Länge jedes einzelnen ist bei der Widerstandsberechnung unter Berücksichtigung des Ausbreitungswiderstandes mit $l + 1{,}6\, \varrho$ anzusetzen, wenn ϱ den für alle Oeffnungen gleich angenommenen Radius jedes einzelnen bedeutet. Je kleiner ϱ mit der Zahl der Oeffnungen wird, desto weniger fällt der Ausbreitungswiderstand ins Gewicht (l bleibt constant); physikalisch erklärt sich dieser Umstand so, dass die Löcher gleichmässig über die ganze Fläche vertheilt werden müssen, wenn die austretenden Stromfäden jedes einzelnen sich frei ausbreiten sollen, wodurch schliesslich eine Vertheilung der Stromfäden wie bei freier Oeffnung erzielt wird. Nennen wir die Zahl der Löcher n, so ergiebt sich für ϱ folgende Formel:

$$\varrho = \frac{0{,}8 + \sqrt{0{,}64 + l \pi k w \,.\, 10^3 n}}{10^3 \pi k w n}.$$

Verschwand bei der Berechnung von r der zweite Summand unter dem Wurzelzeichen, so können wir ihn jetzt durch Vergrössern von n sogar gegen den ersten überwiegen lassen; wir erreichen eine Grenze, bei welcher der Ausbreitungswiderstand überhaupt nicht mehr ins Gewicht fällt. In der folgenden kleinen Tabelle sind für eine Reihe von n die Werthe von ϱ und die daraus abgeleiteten Flächen sämmtlicher Oeffnungen enthalten.

n	ϱ	$n\varrho^2\pi$
10^2	1	300
10^4	0,01	3
10^6	$1{,}7 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-2}$

Der Werth der Gesammtfläche für $n = 10^6$ liegt schon sehr nahe demjenigen, welche bei Vernachlässigung des Ausbreitungswiderstandes berechnet wird. Freilich wird man auch nicht weit unterhalb desselben bleiben dürfen, wenn nicht schon das optische Verhalten die Durchlöcherung verrathen soll. Aber gegen die Theorie von der Million kleiner Löcher erheben sich schwere Bedenken. Wir können uns sehr gut vorstellen, dass die dünne Goldhaut an einer Reihe von Punkten durch irgendwelche Zufälle durchbohrt sei. Sind wir aber genöthigt eine so grosse Anzahl von höchst feinen gleichmässig vertheilten Oeffnungen vorauszusetzen, so müssen wir weiter schliessen, dass diese Durchlöcherung in der Natur des verwendeten Blattgoldes liegt. Nun ist aber die benutzte Platte durch Aufeinanderlegen von vier einzelnen Blättern hergestellt; wir müssen also eine gewaltig grössere Anzahl von Oeffnungen annehmen; wenn beim Aufeinanderlegen eine Million frei von einer Seite zur anderen durchgehender Canäle entstehen sollen; damit würde aber die Summe der Lochquerschnitte im einzelnen Goldblatt wieder absurde Werthe annehmen.

Dazu kommt als zweites die Frage: Wird der Strom ohne störende Nebenumstände durch die kleinen Oeffnungen hindurchgehen? F. Braun [1]) hat zwar „Electrostenolyse“ bei H_2SO_4-Lösungen nicht nachweisen können; aber er schreibt: „Auch Säurelösungen (HCl, H_2SO_4) etc. zeigen bei grossen Stromdichten Pulsiren des Spaltes und Gasabscheidung. Wenn ich auch für den Augenblick eine sichere Entscheidung noch nicht geben möchte, so sprechen mir doch viele Thatsachen für die Annahme, dass dies absorbirte Gase seien, welche in dem (vom Stromdurchgang erwärmten) Riss freigemacht werden.

Ich habe, ähnlich wie Braun, einige Versuche mit Schwefelsäurelösung (5 Proc.) an dünnen durchbohrten Glimmerplatten

1) F. Braun, Wied. Ann. 42. p. 456. 1891.

angestellt. In einem grossen Glaskasten, 23 cm lang; 13,5 cm breit und 6 cm hoch mit der Lösung gefüllt, stand an einem Ende ein kleiner Glastrog (3 cm lang und 4,5 cm breit, dessen eine eben geschliffene Seite ein Loch von 1,5 cm hatte. Dieses Loch war durch eine sehr dünne Glimmerplatte geschlossen, welche ihrerseits von einem feinen Loch durchbohrt war. In dem kleineren Glastrog und am andern Ende des grossen Gefässes standen je eine platinirte Platinelectrode von 15 cm^2 Fläche.

Die erste Glimmerplatte war 0,003 mm dick [1]); das mit einer feinen Nadel gestochene Loch war nicht kreisförmig; der unter dem Mikroskop gemessene Flächeninhalt konnte gleich demjenigen eines Kreises von 0,1 mm Radius gesetzt werden. Für die Rechnung habe ich einen Kreis von diesem Radius angenommen. Die ganze Zelle war in einen Stromkreis von 2 bez. 5 Acc., einem Galvanometer und einem regulirbaren Widerstand aufgenommen. Zur Widerstandsmessung wurde die gleiche Stromintensität hergestellt, wenn einmal das Loch in der Trogwand frei, das andere mal mit der Glimmerplatte bedeckt war.

Nach Hrn. Luggin's Rechnungsweise hätte bei Einschaltung der Glimmerplatte die Widerstandsvermehrung 5 Ohm betragen sollen; unter Berücksichtigung des Ausbreitungswiderstandes berechnet man 270 Ohm. Bei einer Stromintensität von 2,5 Milliampère fand ich in der oben angegebenen Weise 130, bei etwa 20 Milliamp. 100, bei etwa 80 Milliamp. 90 Ohm. Dass die gefundenen Werthen kleiner ausfallen als die berechneten hat verschiedene Gründe. Erstens ist von einer freien Ausbreitung nach der Richtung in den kleinen Trog hinein nicht die Rede, zweitens dürfte die Stromwärme das specifische Leitungsvermögen erheblich gebessert haben, wie schon aus den Messungen bei verschiedener Stromstärke hervorgeht. Lies ich die Stromstärke wachsen, so liess sich bei 97 Milliamp. ein periodisches Knacken von der Platte her vernehmen, das zu einem lauten Knattern geworden war, als die Stromstärke 490 Milliamp. erreichte; schon bei der Stromstärke von 97 Milliamp. entwickelten sich Gasbläschen, wobei

1) Die Dicke wurde optisch bestimmt.

der Strom auf 90 Milliamp. sank, um beim Entweichen der Gasbläschen wieder den Werth von 97 anzunehmen. Nach dem Durchgang des Stromes von 490 Milliamp., wobei dauernd Gasblasen ausgestossen wurden, ergab die Wiederstandsmessung bei 40 Milliamp. 30 Ohm. Das Loch war nach der Richtung einer Spalte bedeutend erweitert.

Eine zweite Glimmerplatte war mittels einer Leydnerflaschenentladung durchschlagen und durch Spalten eine der inneren Schichten von 0,01 mm Dicke für den Versuch präparirt worden. Das ebenfalls nicht kreisförmige Loch wurde mit dem Zeichenapparat des Mikroskops dargestellt. Nachdem Ströme bis höchstens 30 Milliamp. hindurchgegangen waren, hatten sich die scharfen Ränder und Ecken des Loches wesentlich abgerundet. Schon bei 50 Milliamp. trat lautes Knacken bei Gasentwickelung ein; bei der Stromstärke von 140 Milliamp. war das Knacken so stark, dass man ein völliges Zersplittern des Glimmers hätte erwarten sollen; der Flächeninhalt der Oeffnung war nach meiner Zeichnung etwa auf das achtfache des ursprünglichen gestiegen.

Nach diesen Versuchen vermuthe ich, dass die Ströme, die nach Hrn. Luggin's Annahme bei meinen Experimenten durch die kleinen Löcher der Goldplatten hätten gehen müssen, dieselbe zerrissen hätten.

2. Aber auch die Versuchsergebnisse des Hrn. Luggin weisen meines Erachtens darauf hin, dass der Strom nicht durch Kanäle im Metall floss, sondern dass Polarisationen auftraten, die sich bis zu einer gewissen Stromstärke gegenseitig an der Ausbildung hinderten, oberhalb derselben aber ihren vollen Werth erreichten. Zu dieser Anschauung gelangt man bei etwas anderer Schreibweise der Luggin'schen Tabellen ohne weiteres. Die beiden folgenden Tabellen I und II enthalten die Versuchsergebniss des Hrn. Luggin, wie er sie in den Tabellen 1 und 2 p. 349 und 350 seiner Arbeit niedergelagt hat. Die erste Spalte gibt die Nummer der Beobachtung, die dritte die Potentialdifferenz zwischen den Flüssigkeitsschichten auf der einen und der andern Seite des Goldblättchen in Volt — Hr. Luggin gibt statt dessen die Differenzen zwischen dem Plättchen und den beiden Flüssigkeitsschichten, was die Anschaulichkeit beeinträchtigt — die letzte

den hieraus berechneten „scheinbaren Widerstand der Membran" in Ohm — die eingeklammerten Zahlen hat Hr. Luggin nicht hingeschrieben, wodurch ihm widerum die Erkenntniss des Vorganges erschwert wurde.

Tabelle I.

Nr.	Stromdichte	Spannung	Scheinbarer Widerstand der Membran
1	0	0	—
2	0,1007	0,078	774
3	0,191	0,145	762
4	0,358	0,271	762
5	0,642	0,501	780
6	0,643	2,588	4020

Schon hier fällt uns die colossale Vermehrung des „scheinbaren Widerstandes unter Nr. 7 auf; die Erscheinung erklärt sich meines Erachtens einfach, wenn man annimmt, dass bei der Stromdichte, welche der Intensität 0,6—0,7 Milliamp. entspricht, die Doppelschichten der Polarisation sich plötzlich herstellen, ohne sich weiter gegenseitig zu beeinflussen. Diese Anschauung wird durch die Tab. II fast zur Evidenz erhoben.

Tabelle II.

Nr.	Stromdichte	Spannung	Scheinbarer Widerstand
7	0	0	—
8	0,359	0,286	796
9	0,428	0,344	806
10	0,752	0,606	805
11	1,66	2,60	[1565]
12	3,55	2,63	[793]
13	5,20	2,68	[515]
14	8,57	2,71	[316]
15	15,99	2,74	[171]
16[1])	22,00	2,58	[117]

Der Widerstand macht hier — die Versuche wurden mit der gleichen Zelle einen Tag später als diejenigen der Tab. I angestellt — bei Nr. 11 einen Sprung nach oben, freilich nicht ganz so energisch, wie bei Nr. 6 der Tab. I; bei den folgenden Nummern nimmt er dann in tüchtigen Sprüngen ab, bis er bei Nr. 15 nur noch $^2/_9$ seines anfangs behaupteten Werthes besitzt. Hr. Luggin gibt für diese auffallende Be-

1) Nach Versuch Nr. 15 „änderte die Erscheinung ihren Charakter..." „offenbar wurde das Goldblatt sehr rasch oxydirt." Luggin l. c. p. 350.

Stromdichte steht völlig mit den sor
die Polarisationserscheinungen in E
dass in der zweiten Versuchsreihe
dichte, für welche die Polarisation ih
etwas höher liegt als in der ersteren,
des Vorganges, der durch irgend we
gelöst werden mag, nicht verwunderli
schliessen zu dürfen, dass die Auffas
sowohl von meinen als seinen Versuc
dass die von mir angewendete Betrachtu
seitigen Versuchsergebnisse befriedigen

Berlin, Physik. Inst. d. Universi

1896. ANNALEN № 2.
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND 57.

1. *Ueber Methoden zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten; von W. Nernst.*

Vor kurzem habe ich eine Methode beschrieben, welche die Dielectricitätsconstante von Isolatoren und schlechten Leitern genau und verhältnissmässig bequem zu messen gestattet.[1]) Das Princip der Methode besteht darin, dass in der Brückencombination zwei Zweige von vornherein gleichgemacht werden; der dritte Zweig enthält den dielectrischen Trog, der vierte einen variabeln Widerstand und eine dazu parallel geschaltete variable Capacität. Werden zwei gegenüberliegende Verzweigungspunkte der Brücke mit den Polen eines Inductoriums von grosser Unterbrechungszahl, die beiden anderen mit den Klemmen eines Telephons verbunden, so schweigt letzteres nur dann, wenn im dritten und vierten Zweige sowohl die Capacitäten wie auch die Leitfähigkeiten gleichgemacht werden. Ist auf das Minimum eingestellt, so gibt Capacität und Leitfähigkeit des vierten Zweiges die entsprechenden Grössen des dielectrischen Troges an.

In meiner soeben citirten Abhandlung glaube ich den Beweis erbracht zu haben, dass diese Methode völlig exact arbeitet, wenn man die daselbst beschriebenen Vorsichtsmaassregeln beobachtet. Gleichwohl war ein directer Vergleich mit anderen Methoden wünschenswerth; von solchen kommt zur Zeit nur die von Cohn und Arons ausgearbeitete *electrometrische* Methode in Betracht.

Durch die Güte von Hrn. Prof. Landolt wurde ich in den Stand gesetzt, mit den gleichen Electrometern arbeiten zu dürfen, die in einer kürzlich erschienenen Arbeit[2]) beschrieben sind.

1) W. Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **14.** p. 622. 1894.
2) Landolt u. Jahn, Zeitschr. f. phys. Chem. **10.** p. 289. 1892.

Um möglichst constante Ausschläge zu erhalten, benutzte ich zur Ladung Wechselströme, wie sie von einem Kohlrausch'schen Sinusinductor geliefert werden, den ich mit einer Rolle von möglichst grosser Windungszahl versah. Da die Ausschläge der Electrometer der zweiten Potenz der Umdrehungszahl des Inductors proportional sind, so werden an die Constanz der Rotationsgeschwindigkeit des inducirenden Magnets ziemlich hohe Anforderungen gestellt, die allerdings von diesem Apparat nicht völlig befriedigt werden. Doch liessen sich die immerhin nur nach wenigen Millimetern zählenden Schwankungen der Ausschläge durch alternirende Beobachtung beider Electrometer hinreichend eliminiren.

Folgende Tabelle gibt die erhaltenen Resultate. Auf Reinheit der benutzten Flüssigkeiten wurde kein besonderer Werth gelegt, da sie ja doch nur zum Vergleich dienten; die gleichen Flüssigkeiten untersuchte ich nach meiner Methode.

	D	n	n/D
Xylol	2,40	0,263	0,1096
Anilin	7,30	0,810	0,1110
Chloroform + Alkohol	14,6	1,655	0,1134
Alkohol	26,0	2,96	0,1138

Die unter D aufgeführten Zahlen sind die mit meinem Apparat erhaltenen Werthe der Dielectricitätsconstanten; n bedeutet das Verhältniss der Ausschläge der beiden Electrometer, während das erste mit der betreffenden Flüssigkeit, das zweite constant mit Anilin gefüllt war. Alle Zahlen sind nahe bei 17° beobachtet und mit den bekannten Temperaturcoefficienten[1]) auf 17° reducirt.

Würden beide Methoden proportionale Werthe liefern, so müsste n/D constant sein; *in Wirklichkeit steigen die Zahlen mit zunehmendem D ein wenig an.*

Eine Fehlerquelle, die der electrometrischen Methode in der bisherigen Form anhaftet, besteht in Folgendem. Bei Stoffen mit grösserer Dielectricitätsconstante werden die electrostatischen Kraftlinien, die zwischen den vier Electrometerquadranten verlaufen, mehr und mehr ins Innere hineingezogen, und diese Verzerrung der Kraftlinien verursacht eine ver-

1) W. Nernst, l. c. p. 661.

hältnissmässig zu starke Anziehung der Electrometernadel, sodass man die hohen Dielectricitätsconstanten etwas zu hoch finden muss[1]), wie es in obiger Tabelle auch zum Ausdruck kommt.

Experimentell konnte ich diese Vermuthung dadurch bewahrheiten, dass ich die Ausschläge, die ein mit Alkohol beschicktes Electrometer im Vergleich zu denen eines zweiten parallel geschalteten und constant mit Anilin gefüllten Electrometers bestimmte, während über die Quadranten des ersten einmal das von Tereschin[2]) benutzte Gefäss, ein zweites Mal ein sehr viel grösseres, aus einem abgesprengten grossen Becherglase gebildetes Gefäss geschoben war. In der That liess sich unzweifelhaft nachweisen, dass die Ausschläge merklich kleiner werden, wenn durch Vergrösserung des Gefässes die oben dargelegte Verzerrung der Kraftlinien jedenfalls stark vermindert wird; ich erhielt nämlich für das Verhältniss der Ausschläge des mit Alkohol gefüllten Electrometers zu den gleichzeitigen Ausschlägen des mit Anilin gefüllten Electrometers in mehreren gut übereinstimmenden Versuchsreihen:

	kleines	grosses Gefäss
Verhältniss der Ausschläge:	2,985	2,915

Uebrigens möchte ich nicht unterlassen, darauf hinzuweisen, dass die in obiger Tabelle vorgeführten Zahlen von n/D wohl Fehler von 1 Proc. enthalten und unschwer noch genauer hätten gewonnen werden können; vielleicht wirkt die oben erwähnte Fehlerquelle nicht so beträchtlich, als es sich in jenen Zahlen ausspricht. Ich brach die Versuche ab, nachdem die Existenz jener Fehlerquelle *zweifellos* erwiesen und es demgemäss zwecklos geworden war, durch die electrometrische Methode die meinige zu prüfen. Die genaue Feststellung jenes Fehlers ist zudem ohne erhebliches Interesse, weil er von Electrometer zu Electrometer verschieden sein wird.[3])

1) Auf die Möglichkeit einer solchen Fehlerquelle machte mich mein Freund P. Drude schon vor einiger Zeit aufmerksam. Vgl. auch ein Zeitschr. f. phys. Chem. **14.** p. 634. 1894 erwähntes Princip.

2) Tereschin, Wied. Ann. **36.** p. 792. 1892.

3) Die Schlüsse, die Landolt und Jahn (l. c.) aus ihrer Arbeit ziehen, bleiben von jener Fehlerquelle sicherlich so gut wie unberührt.

Leider sind dadurch auch die Absolutwerthe der von Heerwagen[1]) und Franke[2]) für die Dielectricitätsconstante des Wassers gewonnenen Zahlen unsicher geworden; eine Neubestimmung dieser Grösse scheint wichtig.

Somit war der Versuch, die Sicherheit meiner Methode an der electrometrischen Methode zu prüfen, an der Ungenauigkeit der letzteren in der bisherigen Form gescheitert. Hrn. Smale gelang es hierauf, die electrometrische Methode zu verbessern und einen exacten Vergleich beider Methoden durchzuführen (vgl. die nachfolgende Arbeit).

Man hat wohl versucht, die Dielectricitätsconstanten leitender Substanzen in der Weise zu messen, dass man sie in einen Glastrog mit planparallelen Wänden eingeschlossen zwischen die Platten eines Condensators brachte und die hierdurch hervorgerufene Capacitätsänderung bestimmte. Obwohl schon Werner[3]) kürzlich auf die principielle Unrichtigkeit dieses Verfahrens aufmerksam machte, möchte ich doch einige von mir nach dieser Methode gewonnene Zahlen kurz besprechen, zumal da die Meinungen auf diesem Gebiete noch getheilt zu sein scheinen.

Ein aus dünnem Glase gefertigter schmaler Flüssigkeitstrog wurde an seinen beiden Aussenflächen mit zwei Stanniolbelegungen (ca. 10 cm^2) versehen und die Capacität des so entstandenen Condensators bei verschiedenen Füllungen mit meinem Apparate gemessen; die folgende Tabelle enthält die Resultate; die zweite Columne gibt die Verschiebungen s der Glastafel in Millimetern, also der Capacität directe proportionale Grössen an.

Füllung	s	D ber.	anstatt
Aether	6,0	4,8	4,8
Anilin	ca. 12	11	7,1
Alkohol	ca. 25	64	26
Alkohol + Spur HNO_3	33,1	∞	26
Wasser	33,1	∞	80
0,1 norm. KCl-Lösung	33,1	∞	?
Quecksilber	33,1	∞	?

1) Heerwagen, Wied. Ann. **48.** p. 35. 1803; **49.** p. 272. 1893.
2) Franke, Wied. Ann. **50.** p. 163. 1893.
3) Werner, Wied. Ann. **47.** p. 613. 1892.

Bezeichnen wir die dielectrische Leitung der Glaswände mit φ_0, diejenige des Inhalts, die der dielectrischen Leitung der betreffenden Substanz D proportional ist (wenn wir von Leitfähigkeit absehen) mit cD, so ist der reciproke Werth der Gesammtcapacität s bekanntlich (Formel für hintereinander geschaltete Condensatoren)

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{cD} + \frac{1}{\varphi_0}. \tag{1}$$

Quecksilber übt wegen seiner ungeheuren Leitfähigkeit langsamen Schwingungen gegenüber bekanntlich absolute Schirmwirkung aus, d. h. es verhält sich bei dieser Versuchsanordnung wie eine Substanz von unendlich grosser Dielectricitätsconstante; setzen wir in obige Gleichung den für s gefundenen Werth ein, so folgt

$$\varphi_0 = 33{,}1.$$

Setzen wir ferner den Werth für Aether ($s = 6{,}0$, $D = 4{,}3$) ein, so folgt

$$c = 1{,}70.$$

In Columne III befinden sich die mit Hülfe dieser Zahlen aus (1) berechneten Werthe für die Dielectricitätsconstante D, daneben die richtigen Werthe. Sie sind selbst bei dem schlecht leitenden Anilin ($k = 0{,}06 \times 10^{-10}$) zu hoch, noch viel höher bei Alkohol ($k = 0{,}5 \times 10^{-10}$), und sie ergeben sich unendlich gross bei Wasser und den übrigen Substanzen. Bei Anilin und Alkohol war das Minimum schlecht, sodassdie Einstellung bis auf 1 mm unsicher sein kann, in allen übrigen Fällen ausgezeichnet. Dies erklärt sich sehr einfach daraus[1]), dass das untersuchte System bei Beschickung des Troges mit einigermaassen leitender oder mit absolut nichtleitender Substanz sich wie ein isolirender Condensator verhält, während wir bei schlecht leitenden gleichsam eine mit starker Polarisation behaftete Zelle vor uns haben. Und ebenso, wie die Polarisation bei dielectrischen Messungen bekanntlich um so weniger stört, je grösser die Polarisationscapacität und je schneller die benutzten electrischen Schwingungen sind, so

1) Quantitativ liessen sich die hier obwaltenden Verhältnisse leicht im Anschluss an die von M. Wien (Wied. Ann. 47. p. 636. 1892) gegebenen Formeln ableiten.

...Apparate noch anderwe
haben, die gerade compensirend wir

1) Winkelmann, Wied. Ann. 38. p
2) Donle, Wied. Ann. 40. p. 307. 1

2. *Ueber eine Abänderung des electrometrischen Verfahrens zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten; von J. F. Smale.*

In der reichen Literatur, welche die letzten Jahre über das Gebiet der Dielectricitätsconstanten geliefert haben, können wir zwischen zwei Versuchsordnungen, und allgemein gesprochen, zwischen zwei angewandten Principien unterscheiden. Das erste Princip besteht in der Anwendung des Helmholtz'schen Satzes. „Wenn ein System von Leitern, die in ein homogenes Medium eingebettet sind, und deren jeder auf gegebenen Potential erhalten wird, eine gegebene Aenderung seiner Configuration erfährt, so ist die von den electrischen Kräften geleistete Arbeit proportional der Dielectricitätsconstante des Mediums." Dieses Princip dürfen wir vielleicht das *dynamische* Princip nennen, gegenüber dem zweiten, welches das Medium als Condensator, dessen Capacität sich nur mit der Natur des angewandten Mediums ändert, betrachtet, und welches wir das *statische* Princip nennen können.

Als Beispiele der Anwendung der ersten dieser Methoden, erinnern wir an die Einführung eines abgeänderten Quadrantelectrometers zur Messung von Dielectricitätsconstanten von Silow[1]) und später von Cohn und Arons[2]), eine kleine Modification dieses in den Versuchen Hrn. Tereschins[3]), und das Verfahren mit einem Differentialelectrometer von Heerwagen[4]), Anwendungen der zweiten Methode sind älter; hier erwähnen wir nur die späteren Untersuchungen von Cohn und Arons[5]), und in neuester Zeit das neue Condensatornebenschlussverfahren von Nernst[6]). In dieser letzterwähnten Arbeit scheinen die Schwierigkeiten der statischen Methode ihre

1) Silow, Pogg. Ann. **156.** p. 389. 1875.
2) Cohn u. Arons, Wied. Ann. **28.** p. 454. 1888.
3) Jereschin, Wied. Ann. **36.** p. 792. 1889.
4) Heerwagen, Wied. Ann. **48.** p. 35. 1893.
5) Cohn u. Arons, Wied. Ann. **33.** p. 13. 1888.
6) Nernst, Zeitschr. f. physik. Chem. **14.** p. 622. 1894.

endgültige Lösung gefunden zu haben, und gegenwärtig hat diese Methode den Vortheil über alle Anderen an Bequemlichkeit, an Handhabung und an Genauigkeit.

Im Folgenden sei eine Abänderung des electrometrischen Princips beschrieben, die manche Vortheile zu bieten scheint.

Das zu beschreibende Electrometer ist von Hrn. Nernst construirt, auf dessen Anregung ich eine Prüfung der Anwendbarkeit dieses Instrumentes zu Messungen von Dielektricitätsconstanten unternahm.

1. Princip der Methode.

Das Princip der Methode beruht auf dem von Bjerknes[1]) neuerdings benutzten electrometrischen Verfahren. Eine Nadel schwingt frei und isolirt zwischen zwei Electroden, gegen welche sie eine schräge Stellung einnimmt. Werden die Electroden geladen, so wird die Nadel durch Influenz electrisirt und von jenen angezogen.

Sorgen wir nun dafür, dass das Potential der Electroden constant gehalten wird, so werden die Ausschläge der Nadel proportional der Dielectricitätsconstanten des Mediums. Das Verhältniss zwischen den Ausschlägen in zwei verschiedenen Medien gibt also die Verhältnisse der Dielectricitätsconstanten der Medien. Schalten wir zur Controlle ein zweites Electrometer in den Stromkreis parallel dem ersten ein, und füllen wir die beiden Electrometer erst mit derselben Flüssigkeit, später das eine mit einer zweiten Flüssigkeit und sei nun das Verhältniss der Ausschläge im ersten Fall k/k' und im zweiten Fall k''/k''', dann ist das Verhältniss der Dielectricitätsconstanten der beiden Medien:

$$\frac{D}{D_1} = \frac{k}{k'} \cdot \frac{k'''}{k''}.$$

2. Beschreibung des Apparats.

Das Electrometer. In Fig. 1 ist das Electrometer in halber natürlicher Grösse gezeichnet; AA' ist eine Platte Hartgummi, welche durch die Platindrähte BB' die gebogenen Electroden E und E' trägt. Die letzteren, von dünnem Platinblech, etwa 3 cm lang und 4 cm breit und gebogen, bilden eine Art von

1) Berknes, Wied. Ann. 48. p. 594. 1893.

Ellipse, in welcher die lange Axe etwa 3 cm, die kurze Axe aber etwa 2 cm beträgt. In kürzester Entfernung sind die Electroden etwa 0,5 cm voneinander. Zwischen diesen Electroden und in den kleinen Häuschen (*H*) aufgehängt, schwingt frei und isolirt, in der Ebene rechtwinklig zu den Electroden, eine kleine Lamelle von Platin, welche als „Nadel" dient. Diese ist von sehr dünnem Platinblech gemacht und hat eine Länge von etwa 1 cm und eine Breite von 3 mm. Die Nadel ist an einen dünnen Platindraht geschmiedet und trägt auf seinem oberen Ende einen kleineren Spiegel (*S*). Das Ganze ist durch einen sehr feinen Platindraht oder Quarzfaden an der Schraube (*N*) aufgehängt. Eine Glasplatte bildet die Vorderseite des Häuschens, sonst ist es von Hartgummi. Unten befindet sich das Gefäss (*MM'*), welches ganz leicht gesenkt und entfernt werden kann und die zu messende Flüssigkeit enthält.

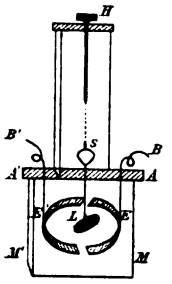


Fig. 1.

Die kleine Nadel befindet sich, wie ersichtlich, in einer verhältnissmässig grossen Menge des Dielectricums und ist zudem fast völlig von den Electroden umgeben; *eine gefährliche Fehlerquelle, auf die in der vorstehenden Arbeit hingewiesen wurde und die den bisherigen Electrometern wohl durchgehends anhaftete, ist somit hier vermieden.*

3. Aufhängung der Nadel.

Anfänglich wurde die Nadel an einem sehr dünnen Platindraht (0,02 mm) aufgehängt. Dieser aber zeigt sich wegen seines grossen Torsionscoefficienten wenig empfindlich gegen die schwachen Wechselströme, welche ein kleiner nachher zu beschreibender Wechselstromapparat lieferte. Demgemäss habe ich den Platindraht durch einen Quarzfaden ersetzt, welcher mit Schellack etc. angekittet wurde. Dieser hatte den grossen Nachtheil, dass kein Kitt zu finden war, welcher nicht mehr oder weniger in den Dämpfen der angewandten Flüssigkeiten gelöst wurde. Sobald der Kitt weich ward, bemerkte man eine Wanderung der Ruhelage, welche in dem Losreissen des Fadens endete. Ich versuchte deshalb die Quarzfäden anzu-

löthen, indem nach der Methode von Boys[1]), den Faden erst versilbert, dann verkupfert wurden, in welchem Zustand er angelöthet wird. Durch dieses Verfahren hat man eine, ich möchte sagen, ideale Suspension, denn mit einem Faden, 0,8—1 cm lang, wurde eine genügende Empfindlichkeit erhalten.

Später habe ich bei Benutzung stärkerer Wechselströme ganz dünnes Siliciumbronceblech zur Aufhängung gebraucht, bekam aber keine genügende Empfindlichkeit. Ich bin deshalb zum Platindraht zurückgekehrt, und zwar zum dünnsten Wollastondraht (0,002 mm dick). Abgesehen von der Sprödigkeit dieses Drahts (schwierig war es, das Silber wegzulösen, und ein Stückchen von genügender Länge zu bekommen), zeigt sich diese Suspension ganz befriedigend und natürlich ist ihre Handhabung viel leichter als die der dünnen, sehr zerbrechlichen Quarzfäden.

4. Herstellung eines Stromes von constanter Potential-Differenz.

Da das Drehungsmoment der Nadel, also sein Ausschlag mit dem Quadrat des Potential variirt, so war das erste Problem die Herstellung eines constanten Wechselstroms (Anwendung constanter Ströme verbietet sich wegen Polarisation). Zuerst waren die Electrometer mit den secundären Polen eines Inductionsapparates verschiedener Construction verbunden, aber keine genügende Constanz des Ausschlags war in dieser Weise zu bekommen. Deshalb wurde eine kleine Wechselstrommaschine gebaut, deren Kern mit gutem dünnen, seidenumsponnenen Kupferdraht umwickelt in dem Felde eines Hufeisenmagnets rotirt. Die Rotation wurde durch einen kleinen Heinrici-Heissluftmotor (Kolbendurchmesser 60 mm) hervorgebracht, welche dem Anker eine Rotationsgeschwindigkeit von 50 Umdrehungen pro Secunde ertheilte. In dieser Weise liessen sich Wechselströme constant innerhalb etwa 2 Proc. erhalten, befriedigende Messungen aber waren von einem Beobachter in den zwei Fernröhren schwer abzulesen. Demgemäss versuchte ich eine Regulirvorrichtung anzubringen, welche mir von Hrn. Nernst angegeben wurde und den Gasconsum reguliren

1) Boys, Phil. Mag. **37**. p. 463. 1893.

Fig. 2 gibt ein Modell dieser Vorrichtung. In dem
r (*M M'*) rotirt gegenüber der Oeffnung des Seiten-
(*R*) eine dünne Scheibe aus Stahl. In den Cylinder
ird Quecksilber eingefüllt, bis sein Niveau etwa 3 mm
b der Scheibe liegt. Der Kork (*k*) füllt den Cylinder
is etwa $^1/_2$ cm von der Scheibe. Wenn die Scheibe
erhöht sich das Niveau des Quecksilbers durch die
ıg der Centrifugalkraft, folglich steigt das Quecksilber
Seitenrohr (*R*), während gleichzeitig aus dem Reser-
') Quecksilber nachfliesst. Die Steighöhe in dem Rohr (*R*)
sich mit der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe. Durch
eine Vorrichtung, ähnlich der an Thermostaten, bewirkt
Steigen und Fallen des Queck-
in dem Rohre (*R*) ein Schliessen
ffnen des Gasstromes, der den
r des Heissluftmotors speist.
te der Scheibe (*S*) ist durch
eine Spirale aus Stahl, ähn-
e von Zahnärzten gebraucht,
Axe der Wechselstrommaschine
len; dieses gibt eine vortreff-
rkuppelung. Eine kleine Spar-
verhindert das Erlöschen des
rs, der zum Schutze gegen das
chlagen mit einem Drahtnetz
ven wird. Eine kleine Aende-

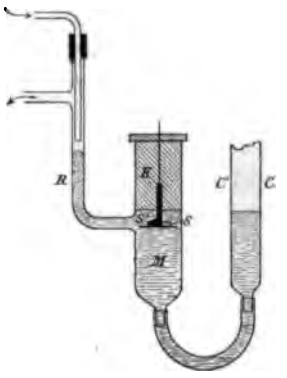


Fig. 2.

n der Rotationsgeschwindigkeit der Wechselstrom-
ıe zeigt sich sogleich durch das Steigen oder Fallen
ecksilbers an. Die Empfindlichkeit der Vorrichtung
ıdurch vermehrt, dass man auf der oberen Seite der
ein Stückchen Stahlblech 1 mm breit, rechtwinkelig
heibe anbringt. Durch diese Vorrichtung bekommt
ıe Steighöhe von 6—7 cm und wenn der ganze Apparat
im Gange ist, beobachtet man ein continuirliches
der Flamme. Man thut am besten, möglichst die
le Geschwindigkeit der Maschine zu gebrauchen. In
Weise bekam ich eine ganz befriedigende Constanz der
äge der Electrometer. Mit Anilin, wo die Dämpfung
del gross ist, und die Beobachtungen deshalb exacter

sind, zeigt sich bei einem Ausschlag von 80 mm zuweilen minutenlang eine Aenderung von nicht mehr wie 0,2 mm, oder etwa $^1/_4$ Proc. Wenn man bedenkt, dass dieser Ausschlag direct proportional dem Quadrat der Rotationsgeschwindigkeit variirt, so sehen wir, dass der Motor sehr constant läuft. Ich habe diesen Apparat ausführlich beschrieben, weil eine so billige Maschine zur Lieferung constanter Wechselströme mehrfache Anwendung in der Wissenschaft finden kann, wie überhaupt eine so einfache Maschine von constanter Geschwindigkeit vielfach von Nutzen sein wird.

5. Calibrirung des Electrometers.

Die Nadel schwingt frei und isolirt in der Mitte der Ellipse, welche von den gebogenen Electroden gebildet wird. Kleine Aenderungen in der verticalen Lage der Nadeln zeigen sich ohne Einfluss auf den Ausschlag, doch wurde sie so weit wie möglich in die Mitte gestellt.

Die Empfindlichkeit des Instruments ändert sich in hohem Grad mit Aenderung des Winkels, welcher die Lage der Nadel mit der Verbindungslinie des Electrometers bildet, und hat den Werth Null bei rechtwinkeliger Stellung, sowie auch wenn die Nadel parallel den Electroden liegt. Die Maximalempfindlichkeit ist bei einem Winkel von 45° erreicht; sie variirt offenbar nach der Formel $\sin x . \cos x$, wenn x jenen Winkel bedeutet.

Die Lage der grössten Empfindlichkeit auszufinden ist eine mühsame Arbeit, denn bei jedem Versuch sind der Spiegel und die Nadel auszunehmen, um den Winkel zwischen ihren Ebenen zu ändern. Der Unterschied in der Empfindlichkeit wurde beobachtet, indem bei verschiedenen Stellungen der Nadel der Ausschlag gemessen wurde. Schliesslich wurde ein Punkt gefunden, wo bei einer Aenderung der Lage der Nadel entsprechend 50 cm an der Scala keinen bedeutenden Unterschied in dem Ausschlag des einen Electrometers (bei constantem Ausschlag im zweiten Electrometer) zu beobachten war. In der folgenden Tabelle sind die Calibrirungsmessungen der zwei Electrometer gegeben. In Columne 1 sind verschiedene Lagen der Nadel (der Scala entlang) gegeben, wo bei constantem Ausschlag im Electrometer I bez. II der Ausschlag im andern Electrometer gemessen wurde.

Tabelle 1.

Ruhelage	Ausschlag im Electrom. I beim constanten Ausschlag im Electrometer II	Ausschlag im Electrom. II bei einem const. Ausschlag im Electrometer I
0 cm	56,8 mm	53,1 mm
10	55,6	53,2
20	57,0	52,9
30	57,1	53,0
40	57,0	53,1
50	57,0	53,0
	Mittel 56,9	Mittel 53,0

Es kann also bei Ausschlägen innerhalb 500 m (bei 2 m Abstand der Scala vom Spiegel) die Empfindlichkeit als merklich constant angesehen werden, falls die Nadel sich in der Stelle maximaler Empfindlichkeit befindet; dies Resultat dürfte von allgemeinerer Wichtigkeit sein, denn die Anwendung des beschriebenen Electrometers wird für mancherlei Wechselstrommessungen von Vortheil sein.

3. Messungen.

Zum Beweise, dass das Verhältniss der Ausschläge der beiden mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllten Electrometer von der angewandten Potentialdifferenz unabhängig ist, seien folgende Messungen angeführt; dabei war Electrometer I mit Alkohol, II mit Anilin gefüllt. Um verschiedene Potentiale zu erhalten, wurde der Hufeisenmagnet der Wechselstrommaschine durch Anlegen eines verschiebbaren Eisenankers geschwächt.

Tabelle 2.

Ausschläge von I	Potentialdifferenz	Verhältniss I/II
ca. 31	5,50	2,252
„ 19	4,25	2,262
„ 14	3,25	2,266

Die bei den definitiven Messungen angewandten Flüssigkeiten waren *Benzol* (käuflich), *Anilin* (käuflich, thiophenfrei), *Amylalkohol* (käuflich), *Aethylalkohol* (99,8 Proc.) Wasser (Leitfähigkeit $2{,}10^{-10}$).

Tabelle 3.

Reihe I, Anilin im Electrometer II, Verhältniss der Dielectricitätsconstanten:

Wasser : Alkohol	3,086
Wasser : Anilin	10,665
Alkohol : Anilin	3,456

	I	
Wasser	80,05	7
Alkohol	[25,8	2
Amyl-Alkohol	15,73	1
Anilin	7,51	7
Benzol	2,32	2

Diese Flüssigkeiten wurden nach
sungen von Hrn. Prof. Nernst bei
mit dem Condensatorapparat gemesse
Vergleich mit den meinigen unter II

Die Hauptschwierigkeit bei den
fahren besteht darin, die Flüssigkeite
Umfüllen hinreichend rein zu erhalte
dieses Umstandes muss die Uebereinst
reihen als befriedigend angesehen wer
Beweis erbracht, *dass das electrometrisc
verfahren gleiche Werthe liefern.*

In einer zweiten Arbeit werde ich
hältnissmässig gut leitende Substanzen
gemessen werden können, wenn man z
trische Schwingungen benutzt.

Schliesslich fühle ich mich verp
verehrten Lehrer Hrn. Prof. Nernst,
diese Arbeit ausgeführt wurde, und d-

3. *Ueber den Begriff des dielectrischen Widerstandes; von P. Drude.*

Zum Studium der Eigenschaften magnetischer Felder hat sich die Einführung des Begriffes „magnetischer Widerstand" nützlich erwiesen, da man mit seiner Hülfe näherungsweise die Feldstärke berechnen kann für sogenannte magnetische Kreisläufe, die entweder ganz aus Eisenmassen gebildet sind, oder doch nur schmale Unterbrechungen in denselben aufweisen.

Der analoge Begriff des dielectrischen Widerstandes für electrische Felder bietet nicht dieselben practischen Vortheile, weil es keine Isolatoren gibt, deren Dielectricitätsconstante um so viel die der Luft übertrifft, wie dies beim Eisen hinsichtlich der Magnetisirungsconstante der Fall ist. Trotzdem empfiehlt sich aber die Einführung des Begriffes des dielectrischen Widerstandes, weil durch ihn die Eigenschaften electrischer Felder recht anschaulich dargestellt werden können und gewisse allgemeine Sätze der Electrostatik, die sonst eine genauere Ueberlegung oder Rechnung erfordern, unmittelbar herzuleiten sind. — Dies möchte ich in den folgenden Zeilen kurz besprechen.[1])

1. Die Anzahl dN von electrischen Kraftlinien, welche ein an der beliebigen Stelle P befindliches Flächenelement dS durchschneidet, soll gesetzt werden gleich dem Inductionsfluss durch dS, d. h.

$$dN = \varepsilon \mathfrak{F}_n \, dS, \tag{1}$$

wobei ε die Dielectricitätsconstante in P bedeutet, $\mathfrak{F}_n$ die Normalcomponente der electrischen Kraft auf dS. ε kann eine beliebige stetige oder unstetige Function des Ortes sein. — Bei dieser Definition der Kraftlinienzahl ergibt sich bekanntlich der Satz, dass die Kraftlinien nur endigen an Stellen,

1) Einige der im Folgenden angestellten Betrachtungen sind schon in meinem Buche: „Physik des Aethers", Enke, Stuttgart, p. 274—277. 1894, enthalten.

bez. P_2 liegen, und die keine wah
Der Querschnitt an einer beliebige
sei dq, die Dielectricitätsconstante
Dann ist nach (1) die Anzahl von Kra
setzt, d. h. überhaupt in der Röhre

$$dN = \varepsilon \mathfrak{F} dq \tag{3}$$

wobei $\mathfrak{F}$ die resultirende Feldstärke
Formel (1) wird die Normalcompone
tante $\mathfrak{F}$ des Feldes, wenn das Fläch
den Kraftlinien liegt.

Nennt man V das electrische Po
die positive Kraftlinienrichtung in P
der Kraftröhre, mit l bezeichnet, so i

$$\mathfrak{F} = -\frac{\partial V}{\partial l}, \tag{4}$$

d. h. nach (3)

$$\mathfrak{F} = -\frac{\partial V}{\partial l} = \frac{dN}{\varepsilon dq} \tag{5}$$

Multiplicirt man diese Gleichung
der Axenlänge, und integrirt über di
bis P_2, so wird

$$-\int_1^2 \frac{\partial V}{\partial l} dl = \int_1^2 \frac{dN}{\varepsilon dq} dl =$$

$$\int_1^2 \frac{dl}{s\,dq} = w, \tag{6}$$

so wird

$$V_1 - V_2 = dN.w,$$

oder

$$dN = \frac{V_1 - V_2}{w}. \tag{7}$$

w wollen wir den *dielectrischen Widerstand* der Kraftröhre zwischen den Stellen P_1 und P_2 nennen; wir erhalten also den Satz:

Die in einer unendlich dünnen Kraftröhre enthaltene Kraftlinienzahl ist gleich der Potentialdifferenz (electromotorischen Kraft) zwischen ihren Endstellen, dividirt durch ihren dielectrischen Widerstand.

2. Parallel geschaltete Kraftröhren sind solche, bei denen die Potentialdifferenz ihrer Endstellen dieselbe ist. Die Gesammtzahl der in einem System parallel geschalteter Kraftröhren enthaltenen Kraftlinien ist nach (7)

$$N = \sum dN = (V_1 - V_2)\sum \frac{1}{w},$$

d. h. für

$$N = \frac{V_1 - V_2}{W}, \tag{8}$$

ist

$$\frac{1}{W} = \sum \frac{1}{w}, \tag{9}$$

in Worten: *Für ein System parallel geschalteter Kraftröhren ist ihr reciprocer Gesammtwiderstand gleich der Summe der reciprocen Widerstände der einzelnen Röhren.*

Dass für hintereinandergeschaltete Kraftröhren, d. h. solche, deren eine sich vom Potentialwerth V_1 bis V_2, deren zweite sich vom Potentialwerth V_2 bis V_3 etc. erstreckt, der Gesammt-Widerstand gleich der Summe der Einzelwiderstände ist, folgt aus der Definition (6) des Widerstandes selbstverständlich.

3. Es mögen drei electrisch geladene Conductoren A_1, A_2, A_3 vorhanden sein, deren Potentialwerthe V_1, V_2, V_3 sein mögen. Es sei $V_1 > V_2 > V_3$. Es gibt dann drei Systeme parallel geschalteter Kraftröhren, nämlich eines, welches zwischen den Conductoren A_1 und A_2, eines, welches zwischen

A_2 und A_3, und eines, welches zwischen A_3 und A_1 verläuft.[1]) Der Widerstand einer Kraftröhre des ersten Systems mag mit w_{12}, einer des zweiten mit w_{23}, einer des dritten mit w_{31} bezeichnet werden.

Dann ist nach (8) die Anzahl der Kraftlinien des ersten Systemes:

$$N_{12} = \frac{V_1 - V_2}{W_{12}} = (V_1 - V_2)\sum\frac{1}{w_{12}}, \tag{10}$$

die Anzahl der Kraftlinien des zweiten Systems

$$N_{23} = \frac{V_2 - V_3}{W_{23}} = (V_2 - V_3)\sum\frac{1}{w_{23}}, \tag{10'}$$

die Anzahl der Kraftlinien des dritten Systemes

$$N_{13} = \frac{V_1 - V_3}{W_{13}} = (V_1 - V_3)\sum\frac{1}{w_{13}}. \tag{10''}$$

(In der letzten Gleichung steht $V_1 - V_3$ und nicht $V_3 - V_1$, weil V_1 grösser als V_3 vorausgesetzt ist, und die überhaupt vorhandene Kraftlinienzahl ihrer Bedeutung nach positiv ist.)

Bezeichnet man nun die im Ganzen aus dem Conductor A_1 austretende Kraftlinienzahl mit N_1, so ist $N_1 = N_{12} + N_{13}$, denn sowohl die Kraftlinien N_{12}, wie die Kraftlinien N_{13} sind austretende Kraftlinien, da sie von höherem Potentialwerth V_1 auf A_1 zu kleineren Potentialwerthen übergehen.

Ferner ist die im Ganzen aus dem Conductor A_2 austretende Kraftlinienzahl $N_2 = -N_{12} + N_{23}$, die im Ganzen aus dem Conductor A_3 austretende Kraftlinienzahl $N_3 = -N_{13} - N_{23}$.

Nennt man nun noch e_1, e_2, e_3 die auf den Conductoren vorhandenen Gesammtladungen, so wird nach (2) und den Formeln (10), (10'), (10''):

$$\left\{\begin{aligned} 4\pi e_1 &= \quad V_1\left(\frac{1}{W_{12}} + \frac{1}{W_{13}}\right) - V_2\frac{1}{W_{12}} - V_3\frac{1}{W_{13}}, \\ 4\pi e_2 &= -V_1\frac{1}{W_{21}} + V_2\left(\frac{1}{W_{21}} + \frac{1}{W_{23}}\right) - V_3\frac{1}{W_{23}}, \\ 4\pi e_3 &= -V_1\frac{1}{W_{31}} - V_2\frac{1}{W_{32}} + V_3\left(\frac{1}{W_{31}} + \frac{1}{W_{32}}\right). \end{aligned}\right. \tag{11}$$

1) Es wird vorausgesetzt, dass in der Unendlichkeit keine Kraftlinie endet. Es müssen sonst diese noch mit zu dem System der Conductoren hinzugerechnet werden.

Vergleicht man dieses Formelsystem mit

$$(12)\qquad \begin{cases} e_1 = V_1 C_{11} + V_2 C_{12} + V_3 C_{13}, \\ e_2 = V_1 C_{21} + V_2 C_{22} + V_3 C_{23}, \\ e_3 = V_1 C_{31} + V_2 C_{32} + V_3 C_{33}, \end{cases}$$

in welchen die C_{11}, C_{22}, C_{33} die Capacitäten, die C_{hk} Inductionscoefficienten genannt werden, so ergibt sich der Satz, der auch sofort auf ein System beliebig vieler Conductoren auszudehnen ist:

Die Capacität eines Conductors ist gleich dem reciproken Gesammtwiderstande sämmtlicher von ihm ausgehender Kraftröhren in Parallelschaltung, dividirt durch 4π.

Der Inductionscoefficient zwischen zwei Conductoren ist gleich dem negativen reciproken Gesammtwiderstand sämmtlicher, zwischen ihnen verlaufender, parallel geschalteter Kraftröhren, dividirt durch 4π.

Hieraus und aus Vergleichung von (11) und (12) folgt dann ohne weitere Rechnung von selbst:

1) Die Capacitäten sind positive, die Inductionscoefficienten negative Grössen.

2) Es ist $C_{hk} = C_{kh}$.

3) Es ist $C_{11} = -(C_{12} + C_{13})$, allgemein $C_{11} + C_{12} + C_{13} + \ldots + C_{hh} = 0$.

4) Aus 3) in Verbindung mit 1) folgt, dass die Capacität eines Conductors dem absoluten Betrage nach nie kleiner als seine Inductionscoefficienten sind.

5) Wenn man dasselbe System von Conductoren einmal im Vacuum betrachtet ($\varepsilon = 1$), sodann in einem homogenen Isolator der Dielectricitätsconstanten ε, so vergrössern sich die Capacitäten und Inductionscoefficienten im Verhältniss ε (da die Widerstände W εmal kleiner werden).

6) Da die Capacitäten und Inductionscoefficienten proportional den reciproken Widerständen sind, so folgt nach den Sätzen des § 2, dass sich die Capacitäten parallel geschalteter Condensatoren addiren, dass dagegen bei hintereinander geschalteten Condensatoren sich die reciproken Capacitäten addiren.

7) A_1 besitzt nur austretende Kraftlinien, d. h. an jeder Stelle seiner Oberfläche positive Ladung, A_3 besitzt nur ein-

tretende Kraftlinien, d. h. an jeder Stelle seiner Oberfläche negative Ladung, A_2 besitzt sowohl positive wie negative Ladung. Allgemein: Der Conductor mit grösstem Potential hat nur positiv geladene Oberfläche, der mit kleinstem nur negativ geladene, die übrigen Conductoren besitzen sowohl positiv wie negativ geladene Stellen ihrer Oberfläche.[1])

8) Aus (7) folgt, dass, wenn man einen ungeladenen Conductor isolirt in ein electrisches Feld bringt, er sich zu einem Potentialwerthe laden muss, welcher zwischen den extremen Werthen des Potentials der schon vorhandenen Conductoren liegt. Denn da seine Gesammtladung Null bleibt, so muss er sowohl positiv, wie negativ geladene Oberflächenstellen besitzen.

9) Durch einen in das Feld hineingebrachten Conductor B vergrössern sich sämmtliche Capacitäten der schon vorhandenen Conductoren A. Denn die von A ausgehenden Kraftröhren erhalten durch den Conductor B einen Nebenschluss mehr, folglich muss sich ihr Gesammtwiderstand verkleinern, also die Capacität von A vergrössern.

10) Ein in das Feld hineingebrachter Isolator von grösserer Dielectricitätsconstante als die des ursprünglichen Feldes vergrössert die Capacität und die Inductionscoefficienten hauptsächlich für diejenigen Conductoren, deren Kraftlinien vorzugsweise den Isolator schneiden, da durch die höhere Dielectricitätsconstante der Widerstand der dort verlaufenden Kraftröhren verringert wird.

4. Die electrische Energie des Feldes ist

$$E = \frac{1}{8\pi}\int \varepsilon \mathfrak{F}^2 \, d\tau \,, \tag{13}$$

wobei $d\tau$ ein Volumenelement bedeutet und die Integration über das ganze Feld zu erstrecken ist.

Die in einer unendlich dünnen Kraftröhre enthaltene Energie ist daher nach (3) und (4), wenn man setzt

$$d\tau = dq \,.\, dl$$

$$dE = \frac{1}{8\pi}\int dN \,.\, \mathfrak{F}\, dl = \frac{dN(V_1 - V_2)}{8\pi}, \tag{14}$$

1) Dieser Satz und der folgende ergibt sich schon durch die Construction der Kraftlinien überhaupt, ohne dass man den Begriff des dielectrischen Widerstandes einführt.

wobei dN die Anzahl der in der Röhre enthaltenen Kraftlinien bezeichnet, V_1 und V_2 die Potentialwerthe am Anfang und Ende der Kraftröhre.

Die Energie, welche in einem System von Kraftröhren enthalten ist, die parallel zwischen zwei Conductoren A_1 und A_2 enthalten sind, ist

$$E_{12} = \frac{N_{12}(V_1 - V_2)}{8\pi}, \tag{15}$$

oder gemäss der Formel (10):

$$E_{12} = \frac{N_{12}^2 \cdot W_{12}}{8\pi}, \tag{15'}$$

$$E_{12} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{8\pi W_{12}}. \tag{15''}$$

Sind überhaupt nur die beiden Conductoren A_1 und A_2 vorhanden, so ist E_{12} die ganze electrische Energie, W_{12} der dielectrische Widerstand des ganzen Feldes, N_{12} die Gesammtzahl der vorhandenen Kraftlinien.

Ponderomotorische Kräfte wirken stets in dem Sinne, dass E einem Minimum zustrebt, wobei vorauszusetzen ist, dass die Ladungen, d. h. die Kraftlinienzahl N_{12}, constant bleibt. Nach (15') folgt also, *dass die ponderomotorischen Kräfte den dielectrischen Widerstand stets möglichst zu verkleinern suchen.*

Von diesem Gesichtspunkte aus ist es leicht verständlich, dass die ponderomotorischen Wirkungen nach Maxwell durch einen Zug parallel den Kraftlinien und einen Druck senkrecht zu ihnen erklärt werden können; denn bei Verkürzung der Kraftröhren und Dehnung ihres Querschnittes nimmt ihr dielectrischer Widerstand ab.

Ferner folgt aus jenem Satze, dass Isolatoren, deren Dielectricitätsconstante grösser als die ihrer Umgebung ist, nach Stellen des kleinsten Querschnittes der Kraftröhren, d. h. der grössten Feldstärke hingezogen werden, weil dann der Widerstand des ganzen Feldes am meisten abnehmen muss; umgekehrt bewegen sich Isolatoren mit einer kleineren Dielectricitätsconstante, als die des übrigen Feldes ist, nach Orten der kleinsten Feldstärke.

Die geleistete Arbeit dA bei irgend einer Configurationsänderung des electrischen Systems ist

$$dA = -d_e E,$$

der untere Index e andeuten soll, dass bei
der Energie die Electricitätsmengen constan
Nach (15′) ist daher

$$dA = -\frac{N_{12}^2}{8\pi}\, dW_{12}.$$

Setzt man hierin für N_{12} seinen Werth na
eht

$$dA = -\frac{(V_1 - V_2)^2}{8\pi} \cdot \frac{d\,W_{12}}{W_{12}^2},$$

nach Formel (15″):

$$dA = +d_V E,$$

der Index V andeutet, dass bei dieser Vari
otentialwerthe V als constant betrachtet wer
Es ergibt sich aus (16) und (19), dass die K
Drehungsmoment D welche irgend ein Körp
en Felde nach einer Richtung s oder um
rt, gegeben ist durch

$$\partial_e E \qquad \partial_V E$$

tze folgen sofort aus den Formeln (17) und (18), da der iderstand W_{12} des Feldes umgekehrt proportional zu seiner ielectricitätsconstante ε ist.

Die in diesem Paragraphen für das Feld zweier Conduc- ɔren hergeleiteten Sätze lassen sich leicht durch etwas mehr ɛechnung auf das Feld beliebig vieler Conductoren erweitern.

Zum Schluss möchte ich noch einmal hervorheben, dass lie Einführung des Begriffes des dielectrischen Widerstandes nicht zur Erleichterung der wirklichen Berechnung electrischer Felder dient, da der Verlauf der Kraftlinien und daher auch der dielectrische Widerstand erst zu berechnen ist, wenn man die mathematische Form des Potentiales ermittelt hat. — Aber ich glaube, dass jener Begriff zur Schätzung etwaiger ponderomotorischer Wirkungen, sowie besonders zur bequemen Herleitung der in § 3 unter 1) bis 10) angeführten Sätze gut anwendbar ist.

Leipzig, December 1895.

4. *Messungen der electromotorischen Kraft Colley'scher Gravitationselemente; von Th. Des Coudres.*

Unterwirft man einen geeigneten Electrolyten wie Jodcadmium dem Einflusse von beschleunigenden Kräften, welche der Masse proportional wirken, so werden durch Verschiebung der Ionen electromotorische Kräfte von solchem Betrage geweckt, dass ihr qualitativer Nachweis sowohl im Falle der Gravitation als im Falle der Centrifugalkraft keine Schwierigkeiten bietet. Genauere quantitative Bestimmungen dagegen sind bisher nicht versucht worden. So lange die Einzelbeobachtungen um 20 Proc. schwankende Zahlen ergeben [1]), kann von einer Bestätigung der Theorie durch die Erfahrung nicht eigentlich die Rede sein. Messungen mit der Centrifugalmaschine werden sehr erschwert durch die Temperaturungleichmässigkeiten infolge der Reibung des Apparates an der Luft. Sodann liess selbst bei Vermeidung fester Metallelectroden die Erschütterungsempfindlichkeit der Zellen das Galvanometer selten zu genügend ruhiger Einstellung kommen. Günstiger liegen die Verhältnisse, wenn man die Schwere auf die Ionen wirken lässt in der Weise, wie dies von Colley [2]) geschehen ist.

Messungen der electromotorischen Kräfte von Gravitationselementen haben in der That zu Resultaten von genügender Constanz geführt, um die Anknüpfung einiger theoretischer Betrachtungen zu rechtfertigen.

1) Colley, Pogg. Ann. **157.** p. 628. 1876; Des Coudres, Wied. Ann. **49.** p. 287. 1893. In letztgenannter Arbeit ist übrigens eine Reihe von Versehen bez. Druckfehlern zu berichtigen: p. 285 in Formel (1) lies r_1^2 statt r_1'; Z. 9 v. u. 56 und 127 statt 112 und 254; p. 287 sind Z. 9 und 15 v. u. die electromotorischen Kräfte um den Factor 2 zu gross angegeben, die Zahlen müssen lauten: 77,5, 37,7, 18,7; p. 293 Z. 14 v. o. lies Gleichung (5) statt Gleichung (4); in Formel (7) hat der Factor 10^{-8} Volt wegzufallen.

2) Colley, Pogg. Ann. 157. p. 370. 1876.

§ 1. Die Zelle für die Versuche mit Jodcadmium bestand s einem Glasrohre von 110 cm Länge und 2 cm lichter Weite it Ansätzen, wie sie aus Fig. 1 ersichtlich sind. Behufs ntgasung der Flüssigkeit durch Auskochen unter niederem ruck hatte das Ende *c* anfänglich eine grössere Glaskugel tragen, die nach etwa halbstündigem Sieden abgeschmolzen ar. Bei *d* wurde nachträglich ein ganz kleines Luftquantum ingelassen, um das metallische Anschlagen der Flüssigkeit eim Umlegen des Rohres abzustellen. Eingeschlossen war lie Zelle in eine mit Watte gefüllte Holzkiste *D*. Erst mehrere Tage nach deren Schluss trat Temperaturgleichgewicht ein. Durch Drehen des Kastens um die horizontale Axe *e* konnte dem Glasrohr beliebige Neigung gegen die Verticale gegeben werden. Bei den Messungen geschah die Bewegung des Apparates zwischen zwei festen Anschlägen. Die diesen Grenzstellungen entsprechende Höhendifferenz der Cadmiumamalgam-

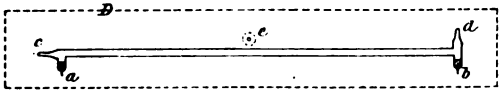


Fig. 1.

menisken *a*, *b* war vorher mittels eines Kathetometers gemessen worden und wurde nach Abschluss der Versuche nochmals controllirt. Die Leitung von den bei *a* und *b* eingeschmolzenen Platindrähten zum Carpentier'schen Zweinadelgalvanometer bestand aus Glasröhren und Kautschukschläuchen, die Quecksilber enthielten. Der Commutator *c* (Fig. 2) wurde von einem gläsernen Vierwegehahn gebildet. Zu beiden Seiten der vor Temperaturschwankungen geschützten Capillare w_1 war eine doppelte Abzweigung mit Compensationselement E angebracht. w_2 und w_4 sind constante Neusilberwiderstände, w_3 ist ein Präcisionsstöpselrheostat.

Durch Interpolation wurde derjenige Werth von w_3 ermittelt, bei dem gleichzeitiges Umlegen des Gravitationselementes und des Commutators *c* keinen dauernden Ausschlag im Galvanometer hervorrief. Dann ergiebt sich die electromotorische Kraft der Gravitation für die Höhendifferenz Eins

$$e = \frac{1}{2h} \frac{2 w_1 w_3}{(w_2 + w_1)\left(w_4 + w_E + \frac{w_2 w_3}{w_2 + w_3}\right)} E,$$

wo $2h$ die beim Umlegen des Elementes eintretende Hebung der einen Electrode plus der Senkung der anderen bedeutet, w_E den Widerstand, E die electromotorische Kraft des Compensationsnormalclarkells. Während der über einen Zeitraum von 10 Tagen vertheilten Versuche wurde E wiederholt mit vorschriftsmässig hergestellten Clarkelementen verglichen und schwankte das Clark $= 1.435 - 0.0012\,(t - 15)$ legale Volt gesetzt nur um wenige pro Mille. Noch geringere procentische Abweichungen ergaben Controllmessungen der erst kurz zuvor hergestellten Widerstände w_1 und w_4. Beobachtungsreihen wurden immer nur angestellt, wenn die „Dauerpolarisation" der Zelle klein war gegen den Gravitationseffect. Einmal (Versuch Nr. 7) erwies sich der Schliessungskreis bei horizontaler Lage des Elementes fast völlig stromlos, d. h. die Temperaturen an den beiden Electroden konnten nur um weniger als ein Tausendstel Grad Celsius voneinander abweichen. Umlegen des Apparates und Ablesung des Galvanometers geschahen stets in regelmässigen Intervallen (meist minutenweise).

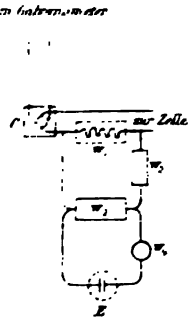


Fig. 2.

Der Gang der Einzeldaten bei den Versuchen mag aus einem Beispiele ersehen werden.

Versuchsnummer 9.

	$w_3 = 27$		$w_3 = 24$	
Zellen und Commutatorschaltung	\	/	\	/
Galvanometerablesung	290,0	291,0	293,1	292,5
	0,3	1,4	4,4	3,6
	0,5	1,7	5,3	4,6
	0,8	2,1	6,6	6,7
	1,6		7,3	
Ausschlagmittel	+ 0,98		− 1,11	

Daraus $w_3 = 24 + 1{,}59$.

Es folgt die Zusammenstellung der Endresultate:

Concentr. der Lösung (Gewichtsth. Salz auf Gewichtsth. Lösung) = 23,81 Proc.

$2h$ = 182 cm	E = − 1,084 Volt
w_1 = 4,367 Ohm	w_2 = 1000 Ohm
w_4 = 10 354 „	w_E = 123 „

und bei Versuch

Nr.	5	6	7	8	9	10	11	Mittel
w_s	25,58	25,60	25,85	25,20	25,59	25,63	25,49	25,56

$$e = -12{,}61 \frac{\text{legale Mikrovolt}}{\text{Meter}} = -12{,}57 \frac{\text{(C.G.S.)-Einh.}}{\text{cm}}.$$

Das Vorzeichen — soll angeben, dass e einen in der Zelle von unten nach oben gerichteten positiven Strom zu erzeugen strebt.

Mehr als Vorversuche anzusehen sind Messungen bei weniger steil gestellter Zelle:

$$2h = 102 \text{ cm}$$

Nr.	1	2	3	4	Mittel
w	14,32	14,34	13,67	14,79	14,28

Doch geben sie zufälligerweise den mit dem Vorstehenden genau stimmenden Mittelwerth $e = -12{,}54$ wahre M.-V./m.

§ 2. Die electromotorische Kraft einer Gravitationszelle berechnet sich aus der Arbeit, welche von der Schwere geleistet wird, wenn $1 - n$ electrochemische Grammäquivalente Kation in absteigender n Aequivalente Anion in aufsteigender Richtung von einer Electrode zur andern gelangen. Geschähe der Transport im Vacuum, so würden wir für den Electrodenverticalabstand 1 cm

$$(2) \qquad e_0 = [\text{Kat} - n(\text{An} + \text{Kat})]\, g\, q \,.\, 10^{-8} \text{ Volt}$$

erhalten, wo q das auf eine C. G. S.-Electricitätsmenge (10 Coulomb) bezogene Grammäquivalent des Wasserstoffs bedeutet An und Kat die Aequivalentzahlen von Anion und Kation für $H = 1$; n und $1 - n$ die Hittorf'schen Ueberführungszahlen.

Die materiellen Electricitätsüberträger bewegen sich aber thatsächlich in einer Lösung von nicht unerheblichem specifischem Gewicht d. Es muss also, mit Colley zu reden[1]), das archimedische Princip Anwendung finden.[2]) Wir können

1) Colley, l. c. p. 628.

2) Bei Berechnung der Versuche mit Jodcadmiumzelle auf der Centrifugalmaschine l. c. p. 287 ist die Anbringung der entsprechenden Correction versäumt worden. Daher die scheinbar zu kleinen electro-

mengen, D ihre differential definirten
Lösung am Orte der Abscheidung be

Der Versuch, zunächst die vom vers
Amalgamelectroden herrührende electr
experimentell zu bestimmen, misslang. B
capillaren wie von Cellulosemembranen m
überaus starke electromotorische Kräf

---

motorischen Kräfte. Hr. Prof. Nernst war sei
brieflich auf diesen Fehler aufmerksam zu macl
und n An transportirt werden, so verschiebt
Lösung und letzteren Arbeitsbetrag haben S
bracht. Die Sache dürfte so liegen: Transpor
Metall (z. B. Cd) von Anode zu Kathode n
setzter Richtung; gleichzeitig tritt an Stelle v
Anode: Kat. v Volumen Lösung (v = specifisc
und an die Kathode anstatt von n Aequ. Salz
sung (v' = spec. Volumen des Salzes in der L
der Dichte der Lösung). Ist also D die Dicl
in Ihrer Formel anstatt:

$$(1 - n)\,\mathrm{Kat} - n\,\mathrm{An}$$

stehen:

$$(1 - n)\,\mathrm{Kat} - n\,\mathrm{An} - D\,[\mathrm{Kat}\,v - n[.$$

Dabei ist unter v' = spec. Volumen des Salzes
Die Volumenzunahme einer grossen Menge Lös
1 g des Salzes. Bei Anwendung von Amalgam h
Die Correction ist

jedes Messen unmöglich. Vielleicht handelte es sich um sogenannte Strömungsströme und in diesem Falle würde auch die Bedeutung der früher bei gleicher Versuchsanordnung mit Quecksilber und Quecksilbernitrat erhaltenen Zahlen [1]) recht zweifelhaft werden. D war somit auch für das Cadmium in metallischer Lösung durch Wägungen zu ermitteln. Vergleichungen der Dichte von reinem Quecksilber und Amalgamen können mit dem Sprengel-Ostwald'schem Pyknometer von etwa 4 cbcm Inhalt bequem und hinreichend genau ausgeführt werden, falls man vorher den Ausdehnungscoefficienten des Glases sowie das Lumen der Capillare bestimmt hat. Man braucht auf diese Weise nicht bei genau constanter Temperatur und constanter Fadenlänge zu arbeiten. Aus $d_1 = 13{,}4594$ dem specifischen Gewicht des Electrodenamalgams bei 20° C.; $d_2 = 13{,}3477$ dem specifischen Gewicht eines Gemisches von $m = 924\,300$ Gewichtstheilen dieses Amalgams und $\mu = 18\,210$ Gewichtstheilen Cadmium ergab sich gemäss

$$D = \frac{d_1 d_2 \mu}{(m+\mu) d_1 - m d_2}, \tag{4}$$

für das Cadmium im Amalgam

$$D_{Cd} = 9{,}39.$$

Entsprechende Messungen am Electrolyten lieferten

$$d = 1{,}242$$

und die Dichte des Jodcadmiums in der benutzten Lösung

$$D_S = 5{,}34.$$

Aus Daten von Grotrian [2]) für die Dichten $d_1 = 1{,}1890$, $d_2 = 1{,}3171$ bei den Gewichtsprocentconcentrationen, $c_1 = 19{,}54$, $c_2 = 29{,}60$ von Jodcadmiumlösungen erhält man nach Formel

$$D = \frac{d_1 d_2 (c_2 - c_1)}{(100 - c_1) d_1 - (100 - c_2) d_2} \tag{5}$$

$$D_S = 5{,}35.$$

Wir fragen weiter, inwiefern die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten von Einfluss auf die electromotorische Kraft einer Colley'schen Zelle sein kann.

1) Des Coudres, l. c. p. 294.
2) Grotrian, Wied. Ann. 18. p. 190. 1883.

Zunächst ändern sich die Volumenprocentconcentrationen. Sei β der Compressibilitätscoefficient der Salzlösung pro Dyne auf den Quadratcentimeter und $d\varepsilon$ die in C. G. S.-Einheiten electromagnetisch gemessene electromotorische Kraft eines Concentrationselementes beim Concentrationsverhältnisse $1 + d\gamma$, so wird

$$e_2 = g \,.\, d \,.\, \beta \,.\, \frac{d\varepsilon}{d\gamma} \,.\, 10^{-8} \text{ Volt.} \tag{6}$$

Für unsere Jodcadmiumlösung berechnet sich $d\varepsilon/d\gamma$ aus Versuchen von J. Moser[1]) zu $1{,}75 \,.\, 10^6$. Die Volumenelasticität von Jodcadmiumlösungen scheint noch nicht bestimmt worden zu sein. Setzen wir auf Grund der vorhandenen Compressibilitätsuntersuchungen an Salzlösungen[2]) $\beta = \frac{2}{3}$ des für Wasser gültigen Werthes, d. h. $= \frac{2}{3} \,.\, 46 \,.\, 10^{-12}$, so wird

$$e_2 = 0{,}12 \,.\, 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die Unsicherheit dieser Zahl beträgt — die Ableitungslogik als richtig zugestanden — höchst wahrscheinlich nur wenige Hundertstel absolute Einheiten, d. h. Grössen, die bei der Messung von e völlig unterhalb der Beobachtungsfehlergrenze liegen. Ganz zu vernachlässigen ist wegen der gegenüber wässerigen Lösungen sehr geringen Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers die von der Compressibilität der Electroden herrührende Correction e_2.

Bei Zusammendrückung einer Lösung ändert sich nicht nur deren Volumenconcentration, es ändert sich auch die etwa durch Gleichung (5) definirte Dichte des gelösten Stoffes in Lösung. Zu der in Formel (3) berücksichtigten Arbeit $v_0 \,.\, dp$ (spec. Volumen des Salzes im Nernst'schen Sinne[3]) an der oberen Electrode mal Druckänderung) tritt das weitere Glied $p_u \,.\, dv$ hydrostatischer Druck an der unteren Electrode mal Aenderung des spec. Volumens in Lösung durch die Druckerhöhung. Differentiation des reciproken Werthes von Gleichung (5) liefert für die der mechanischen Arbeit $p_u \,.\, dv$ entsprechende neue electromotorische Kraft e_3

1) J. Moser, Wied. Ann. **14.** p. 68. 1881.

2) Vgl. besonders J. Drecker, Wied. Ann. **20.** p. 883. 1883; Röntgen u. Schneider, l. c. **29.** p. 199. 1886.

3) Vgl. oben p. 5. Anm.

$$(7)\quad e_3 = p_u \,.\, n(\mathrm{Kat} + \mathrm{An}) \,.\, q \,.\, d \,.\, g \,.\, \left(\beta + (100 - c)\,\frac{d\beta}{dc}\right) .\, 10^{-8}\,\mathrm{Volt},$$

wo p_u sich aus der Spannung des über der freien Flüssigkeitsoberfläche befindlichen Gases und aus dem Gewichte $g\,d\,h$ der Lösung zusammensetzt und natürlich auch in Dynen pro cm^2 zu messen ist. Zu numerischer Auswerthung der Formel müsste nicht nur die Compressibilität β, sondern auch deren Abhängigkeit von der Gewichtsprocentconcentration c bekannt sein. Für unseren praktischen Fall ist das ganze Glied e_3 jedoch bedeutungslos. Vergleich von Ausdruck (6) und (7) zeigt, dass e_3 klein gegen e_2, also der Beobachtung ganz unzugänglich ist.

Ebensowenig haben wir eine irgend merkbare Beeinflussung der Messungen durch die von der Schwere im Electrolyten hervorgerufenen Diffusionsvorgänge in Form einer neuen electromotorischen Kraft e_4 zu besorgen. Hierauf bezügliche Rechnungen sind bereits früher[1]) mitgetheilt worden.

Ist eine Minute zu kurz, um in einer Zelle der betrachteten Art erheblichere Concentrationsunterschiede durch Diffusion aufkommen zu lassen, so ist sie jedoch lang genug für einen theilweisen Ausgleich der infolge der Compressionswärmen entstehenden Temperaturdifferenzen. Diese Quelle nach unbekannten Gesetzen abklingender thermoelectrischer Kräfte e_5 gibt Anlass zu ernstlicheren Bedenken. Der Wärmeausdehnungscoefficient unserer Lösung kann nach Grotrian's[2]) Dichtezahlen 0,00045 gesetzt werden; für die specifische Wärme ergab eine Bestimmung mit dem Quecksilberthermophor 0,81. Dies liefert bei streng adiabatisch gedachter Einwirkung des Druckes von 1 cm Flüssigkeitssäule $g\,d = 1220$ eine Erwärmung der Lösung um $3{,}81 \,.\, 10^{-6}$ Grad. Das Amalgam wird sich um etwa ein Drittel weniger erwärmen. Die Thermokraft unserer Zelle betrug pro Celsiusgrad Temperaturdifferenz der Electroden etwa 740 Microvolt. Von dem hieraus berechneten

$$e_5 = 0{,}28 \,.\, 10^{-8}\ \mathrm{Volt}$$

kam bei den Messungen aber gewiss nur ein recht kleiner Bruchtheil thatsächlich zur Geltung. In Fällen wenigstens,

1) Des Coudres, Wied. Ann. 55. p. 219. 1895.
2) Grotrian, l. c.

wo nach einmaligem Umlegen der Zelle längere Zeit störungsfrei beobachtet werden konnte, liess sich nach Ablauf einer Minute ein weiteres Wachsen des Galvanometerausschlages nicht mehr nachweisen.

Wir begehen wohl keinen Fehler über 1—2 Proc., wenn wir uns zur Berechnung des theoretischen Werthes von e auf die Glieder e_0, e_1, e_2 beschränken. In (3) für Q seine Werthe q Kat und $-nq$ (An + Kat) für $D = D_{Cd}$ und D_S eingesetzt und Gleichung

$$e = e_0 + e_1 + e_2$$

nach n aufgelöst erhält man

$$(8) \qquad n = \frac{\left(1 - \frac{d}{D_{Cd}}\right) \text{Kat}\, g\, q - e + e_2}{\left(1 - \frac{d}{D_S}\right)(\text{Kat} + \text{An})\, g\, q} = 1{,}236$$

für die 23,8 proc. Lösung CdJ_2-Lösung bei nahezu 20° C.

Hittorf[1]) fand, wenn wir auf die gleiche Concentration interpoliren, bei ungefähr 11°

$$n = 1{,}184.$$

Die Ueberführungszahlbestimmungen von Lenz[2]) beziehen sich auf „ein constantes Volumen der Lösung", was Hittorf schon im Jahre 1853 als eine unsachgemässe Definition von n erkannt hatte.[3]) Aus den Lenz'schen Messungen allein folgt für unsere Jodcadmiumlösung nur: bei wahrscheinlich 18° ist $n > 1{,}100$, Zuhülfenahme der Grotrian'schen Dichtetabellen[4]) aber gestattet den mit den Lenz'schen Versuchsdaten verträglichen Werth der Anionüberführungszahl in die engen Grenzen

$$1{,}165 > n > 1{,}161$$

zu schliessen.

Die Differenz zwischen unserem und dem Hittorf'schen Werthe beträgt reichlich 5 Proc. Sie würde noch etwas grösser werden, falls n zwischen 10 und 20° merklich abnehmen sollte, was man Grund, hat zu vermuthen[5]) und was überdies Hittorf

1] Hittorf, Pogg. Ann. **106.** p. 543. 1859; Ostwald, Class. **23.** p. 99.
2) Lenz, Mém. Acc. Petersb. (9) **30.** p. 36. 1882.
3) Hittorf, Pogg. Ann. **98.** p. 5. 1856; Ostwald, Class. **21.** p. 87.
4) Grotrian, l. c.
5) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **2.** p. 963. 1888.

und Lenz in bessere Uebereinstimmung brächte. Auch wenn die thermoelectrische Correction e_5 zu Unrecht ganz vernachlässigt worden wäre und mit einem erheblicheren Betrage in Rechnung gesetzt werden müsste, so würde das unser n noch mehr vergrössern und von Hittorf's Zahl entfernen.

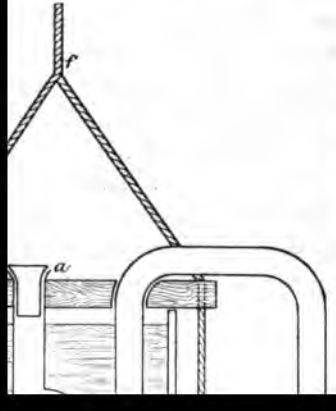
Es ist unwahrscheinlich, dass der Unterschied zwischen der nach Formel (8) berechneten und der direct durch chemische Analyse gefundenen Ueberführungszahl lediglich auf Versuchsfehlern beruht. Immerhin sind Missgriffe und Irrthümer nicht ausgeschlossen. Erst nach Wiederholung der Messungen würde sich eine Erweiterung der Theorie verlohnen: Mit dem hydrostatischen Drucke ändern sich, streng genommen, natürlich alle physikalischen Constanten des Lösungsmittels, d. h. dieses wirkt sozusagen oben und unten wie ein verschiedenes Lösungsmittel. Wenn insonderheit Dielectricitätsconstante und Diffusionsreibungswiderstände, also auch Ueberführungszahlen und Dissociationsgrad vom Drucke abhängen, so muss das die electromotorische Kraft einer Colley'schen Zelle mit beeinflussen. Durchaus anfechtbar ist beispielsweise die bei unserer Berechnung von e_2 gemachte Annahme, als wäre es für die Intensität eines Concentrationsstromes gleichgültig, ob man die Volumenconcentration auf der einen Seite durch Zusammenpressen der Lösung oder durch Salzzusatz um den gleichen Betrag vergrössert.

Freilich würde ein so verwickeltes chemisches System wie gerade hochprocentige Jodcadmiumlösung zu gründlicherer theoretischer Behandlung besonders ungünstig sein. [1]) Von den einfacher constituirten und besser bekannten Electrolyten eignet sich aber die Mehrzahl nur zu Verwendung mit umkehrbaren Electroden zweiter Gattung.

§ 3. Zu entscheiden, ob in letztgenannter Weise praktisch überhaupt gemessen werden kann, wurde ein Gravitationselement für Chloridlösungen und calomelüberschichtete Quecksilberelectroden hergerichtet. Die zu erwartenden electromotorischen Kräfte betrugen ein Zehntel und weniger von den bei Jodcadmium erhaltenen. Steigerung der Galvanometerempfindlichkeit war wegen der mechanischen und magnetischen

1) Vgl. z. B. Tammann, Zeitschr. f. phys. Chem. 17. p. 729. 1895.

ren des grossstädtischen Verkehrs nicht m
ur übrig, die Höhendifferenz der Electrod
n. Die Zelle wurde von einem starkwan
und 1 cm weiten Gummischlauch gebildet.
beiden Enden schloss sich ein passend gekrü
Ansatz versehenes Glasrohr *A* (Fig. 3). Die
um Füllen und wird nachher mit aufgesiege
drucksicher verschlossen. Der bei *b* einge



Platindraht un
dünnen Glasrö
haltene Queck
mitteln den C
schen der Q
electrode *d* un
vanometerleitu
der beiden gle
apparate *A* b
in einem $2^1/_2$
gläsernen Was
Die Wasserbä
seits hingen jed

as jeweilig andere Wasserbad mit seiner Electrode um ebensoel nach der Decke gehoben wurde.

War die Zelle frisch mit dem Electrolyten beschickt orden und das Quecksilber mit dem aus Calomel und der ösung angerührten Brei bedeckt, so zeigte sich häufig anfangs er von Ungleichmässigkeit der Electroden herrührende Strom iel schwächer, als man hätte erwarten sollen. Meist aber ieg er dann im Laufe der Zeit doch zu sehr grossen Werthen n und vor allen Dingen: selbst nach viele Tage langem tehen mit Kurzschluss blieb die Zelle stets so überaus erchütterungsempfindlich, dass an ein Messen nicht zu denken ar, mochte die Bewegung der Wasserbäder mit den Polen uch noch so sanft und vorsichtig geschehen. Die Electroden icher in einen brauchbaren Zustand zu versetzen, musste ielmehr folgendermaassen verfahren werden. Durch Auf- und bstossen eines bei *a* eingeführten dünnen Glasstabes wurde ie Trennungsfläche zwischen Quecksilber und Calomel in eine twa 3 mm dicke Schlammschicht aus äusserst feinen Metallügelchen und zwischengelagerten festen Depolarisatortheilchen erwandelt. Hatten sich jetzt nach Einsetzen der Verschlusstopfen durch mehrstündiges Stehen die Temperaturdifferenzen inlänglich ausgeglichen, so war die Veränderung der Dauerolarisation des Elementes mit der Zeit durchaus stetig und nabhängig davon, ob man die Electroden mit ihren Wasseräddern ruhig stehen liess oder zwischendurch auf- und abzog. a hatte sich eine Beschickung einmal genügend gesetzt, soass die Zelle erschütterungsunempfindlich geworden war, und achte trotzdem unregelmässiger Gang des Galvanometers lessungen unmöglich, so zeigte sich immer, dass die Störungen uch bei Kurzschluss des Galvanometers bestehen blieben, . h. von aussen kamen, überhaupt nicht von der Zelle herührten.

Die Messungen, deren Ergebnisse in folgender Tabelle ereinigt sind, erstreckten sich über die Zeit von 8 Wochen Juli und August 1894). Weggelassen sind nur solche Veruchsnummern, bei denen das Beobachtungsjournal grobe Stöungen oder directe Irrthümer erkennen liess.

NaCl.

= 1,143 $E = -1{,}084$ Volt $w_4 + w_E = 10\,477$ Ohm

Vers.-Nr.	13	14	15	16	Mi
$\frac{1}{2} w_3$	2,94	2,40	2,65	2,30	2,

$BaCl_2$.

= 1,170 $E = +1{,}084$ Volt $w_4 + w_E = 10\,120$ Ohm

ers.-Nr.	19	20	21	22	23
$\frac{1}{2} w_3$	14,28	13,25	13,35	14,02	14,03

LiCl.

= 1,099 $E = -1{,}084$ Volt $w_4 + w_E = 10\,120$ Ohm

Vers.-Nr.	25	26	28	Mittel
$\frac{1}{2} w_3$	9,33	8,81	8,40	8,85

$CdCl_2$.

= 1,333 $E = +1{,}499$ Volt $w_4 + w_E = 10\,000$ Ohm

r.	29	30	31	32	33	34	35

Die electromotorische Kraft e für den Verticalabstand 1 cm der Electroden erhalten wir auf Grund dieser Daten nach Formel (1) in absoluten Einheiten:

Gelöstes Salz	NaCl	$BaCl_2$	LiCl	KCl	HCl	$CdCl_2$	
						Cal. El.	Amalg. El.
Procentgehalt der Lösung	19,9	17,0	17,3	16,8	3,56	30,1	30,1
e	−0,315	+1,70	−1,09	+0,510	−0,218	−1,53	−2,21

Mit Salzsäure angestellte Ergänzungsversuche lehrten, dass eine erhebliche Beeinflussung der Messungen durch die Compressionswärme beim angewandten Beobachtungsmodus nicht wohl stattgefunden haben kann. Die Unsicherheit der Werthe von e infolge zufälliger Störungen muss zu etwa $\pm 0{,}09$ C.G.S.-Einheiten als oberer Grenze geschätzt werden. In der Theorie wollen wir uns demgemäss auf die erste Annäherung beschränken.

§ 4. Es fliesse wieder die positive Electricitätsmenge Eins in der Richtung von oben nach unten durch eine Zelle vom Electrodenabstande 1 cm. Mit ihr erfolgt die Wanderung von nq An im einen und von $(1-n)q$ Kat im anderen Sinne. Haben wir bezüglich des Anions Chlor umkehrbare Calomelquecksilberelectroden, so laufen die mit Eintritt und Austritt des Stromes verbundenen chemischen Vorgänge auf folgendes Resultat hinaus: Oben verschwinden $(1-n)$ electrische Aequivalente Salz und ein Aequivalent metallisches Quecksilber, dafür erscheint ein Aequivalent Calomel; an der unter dem hydrostatischen Ueberdrucke $g\,d$ stehenden unteren Electrode umgekehrt verschwindet $\frac{1}{2}\mathrm{Hg_2Cl_2}\,.\,q$ und es treten auf $\mathrm{Hg}\,.\,q$ und $(1-n)(\mathrm{Kat}+\mathrm{An})\,q$.

Gemäss der in § 2 angewandten Schlussweise können wir also schreiben

$$e = g\,.\,q\left\{(\mathrm{Kat}+n[\mathrm{Kat}+\mathrm{An}])+d\left(\frac{\mathrm{Hg}}{D_Q}\right.\right.$$
$$\left.\left.+(1-n)\,\frac{\mathrm{Kat}+\mathrm{An}}{D_g}-\frac{\mathrm{HgCl}}{D_{\mathrm{Cal}}}\right)\right\},$$

oder nach n aufgelöst

$$\frac{\text{Kat} + d\left(\frac{\text{Hg Cl}}{D_{\text{Cal}}} - \frac{\text{Hg}}{D_Q}\right) - \frac{d}{D_S}(\text{Kat} + \text{An}) - \frac{e}{g\,q}}{\left(1 - \frac{d}{D_S}\right)(\text{Kat} + \text{An})},$$

d D_{Cal} die Dichten von Quecksilber und Calomel

ebt sich die Frage, welcher Werth bei der numeri-
hnung für D_{Cal} eingesetzt werden muss. Ist $1/D_{\text{Cal}}$
che Volumen φ des festen Calomels? Das würde
res der Fall sein, wenn die Leitung durch die
meltheilchen geschähe, wenn die Quecksilbercalomel-
Electroden sowie ein Chloramalgam wirkte, wenn
silberchlorür primär in seinem festen Aggregats-
ufträte. Thatsächlich ist aber direct mit der Elec-
egung nur der Verbrauch bez. die Bildung von
gesättigter Lösung verknüpft. Auf die Potential-
vischen Quecksilber und Electrolyt scheint daher
Electrode auch nur das specifische Volumen des
n Lösung — nennen wir es $(\varphi - \Delta\varphi)$ — von Ein-
zu können. Thermodynamische Betrachtung der

erzeugung gar nicht betheiligten festen Calomelphase sich electromotorisch geltend macht. Mit Steigerung des hydrostatischen Druckes um $g\,d$ ändert sich die Löslichkeit c des Calomels um

$$g\,.\,d\,.\,\Delta\varphi\,.\,c\,.\,\frac{Hg_2Cl_2}{RT}, \tag{12}$$

wie am einfachsten aus einer von Braun[1]) gegebenen Formel

$$\frac{\partial c}{\partial p}\,\Lambda = T\,\Delta\varphi\,\frac{\partial c}{\partial T}$$

folgt, wenn man darin

$$\frac{\partial c}{\partial T} \quad \text{durch} \quad c\,.\,\Lambda\,\frac{Hg_2Cl_2}{RT^2}$$

ersetzt. Λ ist die latente Lösungswärme des Quecksilberchlorürs, p der hydrostatische Druck, R die Gasconstante, T die absolute Temperatur. Der Concentrationsunterschied (12) an den Electroden erzeugt aber die neue zum Gliede (11) hinzukommende electromotorische Kraft

$$g\,d\,.\,\frac{q\,R\,T}{2}\,\frac{d\,c}{c} = g\,d\,.\,q\,HgCl\,\Delta\varphi\,.\,10^{-8}\ \text{Volt},$$

und das ist in der That gleich dem Unterschiede des Werthes (11) vom energetisch geforderten Werthe (10). D_{Cal} = der Dichte des Calomels in Lösung entspricht somit dem ersten Momente nach Umkehrung der Zelle, so lange der in den Spalten der Paste enthaltene Electrolyt noch die alte Concentration bewahrt hat. D_{Cal} = dem specifischen Gewichte des festen Quecksilberchlorürs entspricht der Herstellung des Gleichgewichtszustandes zwischen Salz und Lösung. Man kann annehmen, dass zur Zeit unserer Galvanometerablesungen letzterer Zustand eingetreten war. Es sprach dafür auch die erreichte Erschütterungsunempfindlichkeit der Zellen.

Die Zahlen für D_S in der folgenden Tabelle stützen sich auf Dichtebestimmungen von Grotrian[2]) und F. Kohlrausch.[3]) Bei der Berechnung von n nach Formel (9) ist $D_{Cal} = 7{,}10$ gesetzt worden. Zeile n_{beob} enthält auf die betreffenden Concentrationen interpolirte Werthe der bisherigen Ueberführungs-

1) F. Braun, Wied. Ann. **30**. p. 253. 1887.

2) Grotrian, l. c.

3) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **6**. p. 37. 1879; Kohlrausch u. Hallwachs, Wied. Ann. **53**. p. 39. 1893.

gen, wie sie jüngst F. Kohlrausch[1]) zusammen-

iz	NaCl	$BaCl_2$	LiCl	KCl	HCl	$CdCl_2$	
						Cal. El.	Amalg. El.
lt)	19,9	17,0	17,3	16,8	3,56	30,1	30,1
g)	2,64	6,11	2,01	2,38	1,92	5,29	5,29
	0,66	0,64	0,77	0,50	0,150	1,10	1,02
	0,65	0,65	0,75	0,52	0,175	0,82	

unter sich und gar nicht mit dem Werthe von
immen die Resultate beim Cadmiumsalze. Die
nmung von n_{ber} und n_{beob} bei den fünf übrigen
agegen ist den Umständen nach sehr befriedigend,
, als zu erwarten stand.

ohlrausch, Wied. Ann. **50.** p. 387. 1893.

5. *Ueber einen Apparat zum Variiren der Selbstinduction; von Max Wien.*

Für viele Messungen ist es wünschenswerth, das Selbstpotential eines Leiters in weiten Grenzen continuirlich variiren zu können. Bei den bisher zu diesem Zwecke construirten Apparaten ist entweder die Selbstinduction durch Stöpseln sprungweise veränderlich [1]), oder die Aenderung ist zwar continuirlich wie bei dem Secohmmeter von Airton und Perry [2]) jedoch ist der Bereich desselben nur sehr gering (0,004 — 0,04 Henry), sodass die Benutzung auf ganz bestimmte technische Messungen beschränkt bleibt.

Der Apparat, der im folgenden beschrieben werden soll, bietet zwar principiell nichts neues, ist jedoch in seiner Anwendung ausserordentlich bequem; er gestattet die Selbsinduction von $4 \cdot 10^6 - 1{,}2 \cdot 10^8$ cm continuirlich zu variiren, was für die allermeisten Messungen vollkommen ausreicht.

Der Apparat besteht im wesentlichen aus einer festen und einer beweglichen Rolle, die hintereinander geschaltet sind. Die bewegliche Rolle ist innerhalb der festen um eine verticale Axe um 180° drehbar, sodass die Stromrichtungen in den beiden Rollen einen beliebigen Winkel bilden, in den Grenzfällen also parallel bez. entgegengesetzt sind. Die feste Rolle enthält mehrere Wickelungen, von denen eine beliebige Anzahl durch Stöpseln eingeschaltet werden kann; dadurch wird das Selbstpotential sprungweise vergrössert. Zur Ausfüllung dieser Sprünge dient die bewegliche Rolle, durch deren Drehung das Selbstpotential des Ganzen in kleineren Grenzen continuirlich variirt werden kann.

Im Einzelnen ist die Construction folgende (vgl. Fig. 1): Die feste Rolle (A) hat einen inneren Radius von 12 cm, sie enthält 4 Wickelungen, der Reihe nach mit 2, 4, 8, 16 Lagen. Jede Lage hat nebeneinander 18 Windungen von 0,8 mm dickem,

1) Grätz, Wied. Ann. **50**. p. 766. 1893. Die vorgeschlagene Construction eines Inductionskastens nach Art eines Widerstandskastens erscheint wegen der gegenseitigen Induction der einzelnen Rollen unstatthaft.

2) L'Écl. électr. **3**. p. 169. 1895.

t Seide umsponnenen Kupferdraht. Die bewegliche hat einen inneren Radius von 10 cm und besitzt 2 en von 2 bez. 4 Lagen. Zur Schaltung der festen ıt ein kleines Schaltbrett *S*, wo mittelst dreier ne beliebige Anzahl der 4 Wickelungen hinter- ingeschaltet werden können. Die Schaltungsweise · Fig. 2 ersichtlich, darin sind die Rollen 1, 3 und 4 et. An der beweglichen Rolle ist ein Zeiger (*Z*)

nicht anzunehmen. Irgend grössere Metalltheile sind wegen eventueller Foucaultscher Ströme vermieden.[1])

Die Aichung des Apparates geschah nach der Maxwell'schen Methode mit Wechselstrom und Wheatstone'scher Brücke durch Vergleich mit Rollen, deren Selbspotential vorher absolut gemessen war.[2]) Die Resultate sind in der folgenden Tabelle gegeben.[3]) Fig. 3 stellt den mittleren, zu der beweglichen Wickelung 2 gehörigen Theil der Tabelle dar.

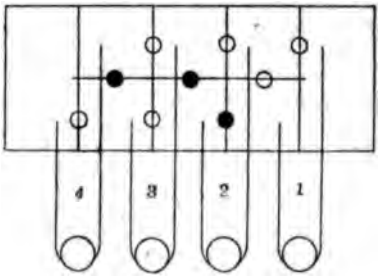


Fig. 2.

Die erste Spalte enthält die eingeschalteten Wickelungen der festen Rolle, die zweite die der beweglichen Rolle, die weiteren Spalten geben die Selbstpontentiale, die bei den betreffenden Stellungen (20—160°) der beweglichen Rolle gefunden wurden. Die Winkel 0° und 180° sind nicht angegeben, weil, wie gesagt, die Rolle nur von ca. 5—175° gedreht werden konnte. Wie aus der Figur ersichtlich, greifen die verschiedenen Curven immer übereinander, was für die Benützung bequem ist.

A	*B*	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	
1	1	0,562	0,765	0,907	1,020	1,137	1,235	1,362	1,509	10^6 cm
2	1	1,74	2,12	2,39	2,61	2,83	3,01	3,24	3,54	10^6 „
1+2	1	3,89	4,46	4,87	5,19	5,50	5,80	6,18	6,61	10^6 „
3	1	7,08	7,73	8,19	8,64	9,00	9,42	9,86	10,44	10^6 „
3+1	2	10,02	11,47	12,52	13,50	14,46	15,35	16,30	17,61	10^6 „
3+2+1	2	20,3	22,4	23,8	25,2	26,4	27,7	29,1	30,9	10^6 „
4	2	29,9	31,7	33,4	34,8	36,2	37,5	38,9	40,5	10^6 „
4+2	1+2	39,8	43,3	46,9	49,6	52,3	54,9	57,7	61,1	10^6 „
4+3	1+2	58,7	63,0	66,8	70,0	73,5	76,4	79,9	84,1	10^6 „
4+3+2+1	1+2	87,6	93,5	98,6	103,1	106,7	110,6	115,3	120,9	10^6 „

1) Der Apparat wurde von dem Mechaniker Hrn. Siedentopf hier zu meiner vollen Zufriedenheit hergestellt. Zur eventuellen Controlle liefert derselbe auch auf Marmor gewickelte Einheitsrollen mit den Selbstpotentialen 10^6; 10^7, 10^8 cm.

2) Bezüglich der hier und in folgenden verwandten Methoden, vgl. M. Wien, Wied. Ann. **44.** p. 689. 1891.

3) Dieselben beziehen sich auf den in meinem Besitz befindlichen Apparat. Zu jedem neuen Apparat liefert der Mechaniker eine auf ca. 1 Proc. genaue Aichungstabelle.

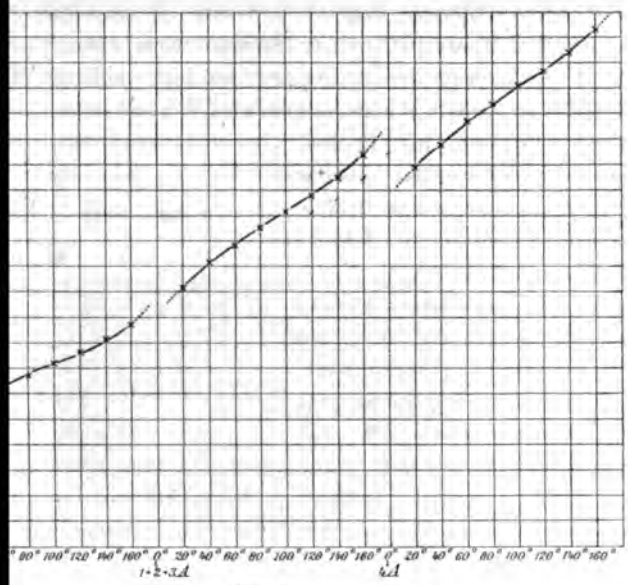

80° 100° 120° 140° 160° 0° 20° 40° 60° 80° 100° 120° 140° 160° 0° 20° 40° 60° 80° 100° 120° 140° 160°
1·2·3Δ
4Δ

Fig. 3.

in Zweig 2 zu dem Apparat, in dem Wickelung 1 gestöpselt ist, einen Widerstandskasten hinzu, schickt einen *constanten Strom* durch die Brücke und macht mittels des Widerstandskastens $w_1 = w_2$.[1]) Darauf schickt man einen Wechselstrom durch die Brücke und sieht zu, ob man durch Drehen der beweglichen Rolle ein Minimum erhält. Ist dieses nicht der Fall, so geht man zur nächsten Wickelung über und verfährt in derselben Weise, und so fort, bis man das Minimum[2]) erreicht hat, dann ist $p_1 = p_2$. Natürlich kann man in dieser Weise nur das Selbstpotential von Rollen bestimmen, das innerhalb der Grenzen des Apparates liegt, also von $4 \cdot 10^5 - 1{,}2 \cdot 10^8$. Indem man w_3 / w_4 anders wählt, kann man jedoch auch ungleiche Selbstpotentiale mit einander vergleichen, es lassen sich sogar bei einem Verhältniss von 1 : 100 bei geeigneter Anordnung noch brauchbare Einstellungen machen. *Demnach lassen sich mit Hülfe des beschriebenen Apparates Selbstpotentiale zwischen den Grenzen* $5 \cdot 10^3 - 10^{10}$ *cm messen.*

Bei allen diesen Einstellungen wirkt die gegenseitige Induction der verschiedenen Brückenzweige aufeinander als Fehlerquelle, besonders auch die zwischen der zu messenden Rolle und dem Apparat. Es ist deshalb räthlich, die zu messende Rolle, besonders, wenn sie gross ist, durch eine bifilare Leitung etwa 1—2 m von der ganzen Brückenverzweigung zu entfernen.

Der Apparat soll weiter dazu dienen, die *Capacität von Condensatoren — mit und ohne Leitung* — zu messen, und schliesslich lassen sich damit die *Inductionscoefficienten jedes Leiters, wie beschaffen er auch sei*, bestimmen. Es ist vortheilhaft, die Messung von Capacitäten auf den Vergleich mit Selbstpotentialen zu basiren[3]), weil es schwierig ist, Normal-

1) Zu dieser Einstellung kann man auch das Hörtelephon benutzen, indem man den Brückenzweig unterbricht. Die Abgleichung braucht im allgemeinen nur eine angenäherte zu sein.

2) Ein vollständiges Schweigen des Hörtelephons ist wegen weiter unten besprochener Umstände nur in besonders günstigen Fällen zu erreichen. Jedoch ist das Minimum meist scharf genug, um eine Einstellung auf ca. 1 pro Mille zu ermöglichen.

3) Allerdings muss man dabei auf die unter Umständen wünschenswerthe Symmetrie der Brückencombination verzichten.

ren zum Vergleich herzustellen, die sich wirklich Capacitäten verhalten, und mit der Zeit constant Hingegen ist das Selbstpotential einer Rolle merkängig von Temperatur und Zeit, und die einzige tracht kommende Fehlerquelle, die electrostatische liess sich mit den hier in Betracht kommenden Schwingungszahlen bei einfach — nicht bifilar — ge- Rollen erst bei einem Selbstpotential von über chweisen. [1])

Vergleich einer Capacität mit einem Selbstpotential wiederum nach einer Maxwell'schen Methode [2]) mit om und Hörtelephon.

Condensator c_1 befindet sich im Zweig 1 der Wheatn Brücke, ihm || geschaltet ein Widerstand w_1, der n Zweig 4, Zweig 2 und 3 einfache Widerstände. wenn der Brückenzweig stromlos ist,

$$w_1 = \frac{w_2 w_3}{w_4}, \quad c_1 = \frac{p_4}{w_2 w_3}.$$

er Einstellung verfährt man am besten in folgender

ist. Die Einstellung ist dann natürlich nur durch Näherung möglich.

In sehr vielen Fällen erreicht man auch mit Hülfe der variablen Selbstinduction kein scharfes oder sogar überhaupt kein erkennbares Minimum im Hörtelephon. Es liegt dies daran, dass in dem zu untersuchenden Leiter Widerstand, Selbstinduction oder Capacität nicht rein auftreten, sondern die Grössen durch einen Energieverlust oder irgend eine Complication anderer Art verändert erscheinen, und zwar so, dass sie von der Schwingungszahl des Wechselstromes abhängig sind. Die wichtigsten, hierher gehörenden Fälle sind folgende: Dicke Leiter, wo die Stromlinien durch die Selbstinduction nach aussen gedrängt werden, grössere bifilare Widerstände, wo die Capacität merklich wird, Flüssigkeitswiderstände mit Polarisation, Rollen mit Capacität, Rollen mit gegenseitiger Induction, (incl. Foucault'scher Ströme), Rollen mit Eisenkern (wo durch Hysterese, variable Permeabilität, Foucault'sche Ströme Complicationen entstehen), Condensatoren mit inhomogenem Dielectricum, leitende Condensatoren mit Polarisation, Condensatoren mit Zuleitung von merklichem Widerstand, Kabel und die meisten verzweigten Leiter.

In allen diesen Fällen gelingt es jedoch mit Hülfe einer variablen Selbstinduction in passender Schaltung einen *einfachen Sinusstrom* im Brückenzweig zum Verschwinden zu bringen, bez. bei beliebigem Wechselstrom, wenn sich ein *optisches Telephon* oder ein *Vibrationsgalvanometer*[1]) im Brückenzweig befindet, den Ausschlag Null zu erhalten.

Jeder Leiter, welcher Art er auch sei, verhält sich gegenüber einem einfachen Sinusstrom — entweder 1. wie ein Widerstand mit Selbstinduction oder 2. wie ein Widerstand mit || geschalteter Capacität oder 3. wie ein Widerstand mit dahinter geschalteter Capacität — d. h. er kann in seiner Wirkung auf den Sinusstrom ersetzt werden durch einen Leiter, der in einer der drei angegebenen Arten combinirt ist. Man nennt dann die „ersetzenden" Grössen: „wirksamen" Widerstand, „wirksame" Selbstinduction, „wirksame" Capacität. Sie hängen im Allgemeinen mehr oder weniger von der Periode

1) H. Rubens, Wied. Ann. **56.** p. 27. 1895.

selstromes ab. Die Messung bezieht sich also im-
f eine Schwingungszahl. Durch Messung der Grössen
iedenen Schwingungszahlen kann man jedoch even-
isse auf die wahre Natur des Leiters ziehen.

igen einfachen Fällen (z. B. Inductorium ohne Eisen-
n man die Erscheinung analytisch verfolgen; der
dsoperator des Leiters erscheint dann als compli-
complexer Ausdruck. Ordnet man nach Potenzen
wingungszahl in 2π Sekunden) und trennt den ima-
eil von dem reellen, so findet man folgende Formen,
sind Functionen von n^2) entweder 1. $A + in B$,
er Leiter durch einen Widerstand mit Selbstinduc-
etzen, oder 2. $A - in B$, dann ist der Leiter durch
lerstand mit $\|$ geschalteter Capacität zu ersetzen,
$-iB/n$, dann ist der Leiter durch einen Wider-
dahintergeschalteter Capacität zu ersetzen.

n Fällen 1 und 2 werden der wirksame Widerstand,
ne Selbstinduction oder Capacität in derselben Weise
des Apparates gemessen, wie oben die „wahren"
ur muss man einen reinen Sinusstrom anwenden,

im Brückenzweig, wenn: (der Einfacheit halber ist $w_3 = w_4$ gesetzt)

$$w_\alpha' = w_2 + \frac{w_2^2 (w_\beta = w_2)}{(w_\beta - w_2)^2 + n^2 p_1^2}, \qquad c_1' = \frac{(w_\beta - w_2)^2 + n^2 p_1^2}{n^2 p_1 w^2}.$$

Hierin ist w_α' und c_1' Widerstand und Capacität des zu messenden Leiters w_β und p_1 Widerstand und Selbstpotential des Parallelzweiges, in dem der Apparat sich befindet.

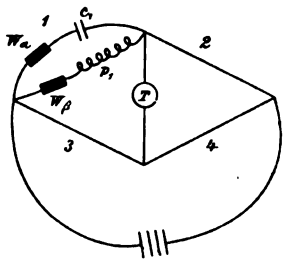


Fig. 4.

Die Einstellung geschieht durch Näherung, indem man abwechselnd vermittelst eines Rheostaten w_β und durch Drehen der beweglichen Rolle bez. durch Stöpseln p_1 ändert.

Hiermit ist der Nachweis gebracht, dass mit Hülfe einer variablen Selbstinduction mit Wechselstrom und Wheatone'scher Brücke die Inductionscoefficienten jedes Leiters gemessen werden können, d. h. die Grössen, welche das Verhalten des Leiters gegenüber einem Sinusstrom bedingen. In den einfacheren Fällen ist dies der „wahre" Widerstand, die „wahre" Selbstinduction bez. Capacität, in den complicirteren der „wirksame" Widerstand, die „wirksame" Selbstinduction bez. Capacität.

Würzburg, Phys. Inst. der Univ., November 1895.

6. ***Ueber magnetische Tragkraft;***
von E. Taylor Jones.

(Zweite Mittheilung.) [1])

er früheren Mittheilung [2]) hat der Verfasser Unter- beschrieben, durch welche die Uebereinstimmung chteten magnetischen Tragkraft eines durchschnitte- s mit dem Maxwell'schen Ausdrucke $\mathfrak{B}^2/8\pi$ für magnetische Spannung in der engen Luftfuge zwi- en beiden Hälften bis auf 1 Proc. bestätigt wurde, ür Inductionswerthe zwischen 5000 und 20 000 C. G. S. olgenden sollen weitere Untersuchungen mitgetheilt eren Hauptzweck die Prüfung jener Uebereinstim- iel höheren Inductionswerthen war. Da bei meinen Untersuchungen die magnetische Intensität, $\mathfrak{H}$, im gering war im Verhältniss zur Induction, $\mathfrak{B}$, so e Ergebnisse, streng genommen, noch nicht ganz all-

sind in Fig. 1 mittels eines axialen Verticalschnitts dargestellt; die linke Hälfte ist zur Rechten symmetrisch zu denken. Die Polschuhe waren konisch und zwar betrug ihr Oeffnungswinkel 78° 28′, wobei bekanntlich das Feld in der Nähe der Kegelspitze möglichst gleichförmig ausfällt [1]); sie waren der Axe nach in einer lichten Weite von etwa 5 mm durchbohrt. Je ein Paar cylindrische Eisen- bez. Stahlstäbe von gleichem Durchmesser, C_1 und C_2, waren in die beiden Bohrungen eingeschliffen und liessen sich mit sehr wenig Reibung darin hin und her schieben; davon war je einer (C_1) mit einer Flantsche

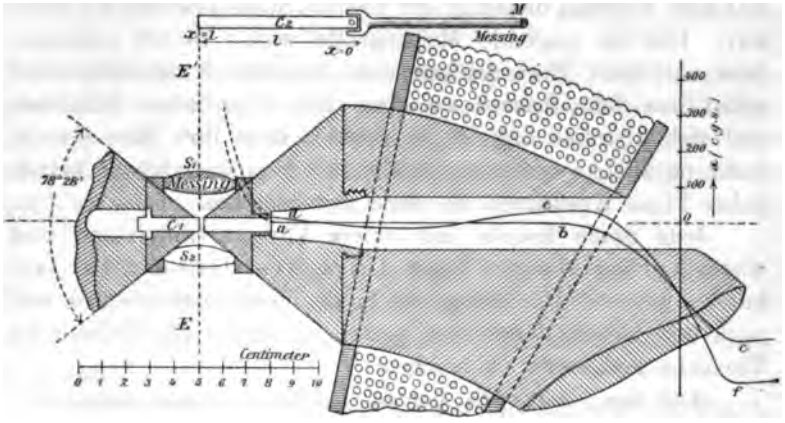


Fig. 1.
(1/2 natürl. Grösse.)

versehen, und hatte eine solche Länge, dass er nur bis zur „Aequatorialebene" $\overline{E\,E'}$ reichte; der andere Stab (C_2) war dagegen bedeutend länger und ist oben in Fig. 1 für sich gezeichnet. Die beiden Stäbe trafen sich in der Aequatorealebene derart, dass sie einen sogenannten „Isthmus" zwischen den Polstücken bildeten.

Dieser Apparat wurde möglichst genau centrirt, und die in Berührung befindlichen Stirnflächen der Stäbe eben geschliffen und polirt; bei dieser Bearbeitung dienten die Polstücke selbst als „Schutzringe", bevor sie konisch abgedreht

1) Ewing, Magnetic Induction in Iron and other metals § 97. 1893.

ie erhaltenen Spiegel wurden optisch geprüft, wie rüheren Versuchen [1]). Mittels einer langen Messing- und einer Schnur, welche über eine Rolle lief, konnte ngeren Eisenstab eine Waagschale gehängt werden, Tragkraft sich direct bestimmen liess.

Inductions- bez. Intensitätsmessung dienten nach ange der Hrn. Ewing und Low in der, bei der ethode üblichen Weise zwei kleine Probespulen, von indungen feinen Kupferdrahtes, die auf eine kleine le gewickelt waren. Die Windungsfläche der kleine- betrug nur wenig mehr als der Querschnitt des während diejenige der zweiten Spule bedeutend grösser sie tragende Messingrolle wurde derart befestigt, beim Herausziehen des längeren Eisenstabes von dem Raume zwischen den Polschuhen hinabfiel, überdies zugleich so drehte, dass ihre Ebene nicht llel, sondern senkrecht zur Aequatorialebene stand, ne Kraftlinien sie dann durchsetzten.

Spule konnte mit einem Vorschaltwiderstand und rton-Mather'schen d'Arsonval-Galvanometer ver-

Theorie.

Mit Hülfe der beschriebenen Einrichtung liess sich die Tragkraft ermitteln und nach der Maxwell'schen Theorie in folgender Weise interpretiren. Wenn A, B, C, und α, β, γ, die Componenten parallel den x-, y-, z-Axen der Magnetisirung eines ferromagnetischen Stabes, bez. des „äusseren" magnetischen Feldes, in welchem der Stab sich befindet, bedeuten, so beträgt die mechanische Kraft X, welche auf den Stab parallel der als seine Axe vorausgesetzten x-Axe, ausgeübt wird, nach Maxwell[1])

$$(1)\quad X = X_1 + X_2 + X_3 = \iiint \left(A \frac{\partial \alpha}{\partial x} + B \frac{\partial \beta}{\partial x} + C \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right) dx\,dy\,dz.$$

Betrachten wir zuerst nur das erste Glied, X_1, des Integrals, und nehmen wir an, dass die x-Componenten der Magnetisirung, A, wie auch der Feldintensität, α, in jedem Querschnitt des überall gleich dick gedachten Stabes unabhängig von y und z sind, so wird nach einer partiellen Integration,

$$\frac{X_1}{S} = \Big| A\alpha \Big|_0^l - \int_0^l \alpha \frac{\partial A}{\partial x}\, dx,$$

wo l die Länge, und S den constanten Querschnitt des Stabes bedeuten.

Kehren wir nun zu unserem Specialfall zurück (vgl. Fig. 1 oben). An dem zwischen den Polschuhen befindlichen Ende des Stabes C_2 $(x = l)$ ist offenbar $A = \mathfrak{J}$, weil letzterer Vector dort parallel der x-Axe gleichförmig vertheilt ist (dem gewählten günstigen Kegelwinkel gemäss). Dagegen ist dort $\alpha = \mathfrak{H} + 2\pi\mathfrak{J}$; das erste Glied entspricht hier der durch den ganzen Electromagnet an jener Stelle erzeugten Intensität; das zweite stellt die auf die gegenüberliegende Stirnfläche des Stabes C_1 zurückzuführende Intensität dar; beide haben in Betreff des Stabes C_2 als „äusseres" Feld zu gelten. Der Werth von α am andern Ende $(x = 0)$ des Stabes C_2 wurde dadurch gefunden, dass eine kleine Probespule, in Verbindung mit dem Galvanometer, von verschiedenen Stellen auf der Axe der weiten Bohrung rasch fortgezogen wurde. Es zeigte sich alsbald, dass ein gewisses

1) Maxwell, Electricity and Magnetism 2. § 639. 1881.

existirte, in welchem α immer sehr gering, und constant, war. Die Ordinaten der Curven $\overline{abc}$ und 1), stellen die Werthe von α an verschiedenen Stellen dar, bei Magnetisirungsströmen von 7 bez. 25 Amp. Länge des Stabes war so gewählt, dass er bis Gegend hineinreichte, wo die Feldintensität nur ungering war, im Vergleich zu den Werthen, welche nen den Polschuhen aufwies. Iu diesem Falle ist $= 0$, auch $\alpha = 0$ und es wird dann

$$\frac{X_1}{S} = \mathfrak{J}(\mathfrak{H} + 2\pi\mathfrak{J}) - \int_0^{\mathfrak{J}} \mathfrak{H}\, d\mathfrak{J}$$

r Berücksichtigung der Gleichung $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$,

$$\frac{X_1}{S} = \frac{\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{H}^2}{8\pi} - \int_0^{\mathfrak{J}} \mathfrak{H}\, d\mathfrak{J}.$$

ste Glied des Integrals (1) ist nur von den parallel gerichteten Componenten abhängig. Was die beiden Glieder X_2 und X_3 betrifft, welche durch die radialen

oder[1])

$$\frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi g} = \mathfrak{Z} + \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi g} + \frac{1}{g}\int_0^{\mathfrak{Z}} \mathfrak{H}\, d\mathfrak{Z},$$

sodass nach Maxwell der Wurzelausdruck

$$(4) \qquad \sqrt{\mathfrak{Z} + \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi g} + \frac{1}{g}\int_0^{\mathfrak{Z}} \mathfrak{H}\, d\mathfrak{Z}},$$

in dem das erste Glied aber immerhin überwiegt, bei meiner jetzigen Versuchsanordnung proportional der Induction $\mathfrak{B}$ sein sollte, statt wie früher — von Correctionen abgesehen — einfach $\sqrt{\mathfrak{Z}}$.

Das Integral

$$\int_0^{\mathfrak{Z}} \mathfrak{H}\, d\mathfrak{Z}$$

ist offenbar gleich dem Inhalt des von der Magnetisirungscurve, der Ordinatenaxe und einer der Abscissenaxe im Abstande $\mathfrak{Z}$ parallel verlaufenden Geraden eingeschlossenen Flächenstücks[2]). Dieses hat für harten Stahl eine grössere Ausdehnung als für weiches Eisen; aus diesem Grunde, und um die Prüfung möglichst allgemein zu gestalten, wurde auch ein Paar Stäbe aus glashartem Stahl untersucht.

Vorversuche.

Die Aichung des ballistischen Galvanometers geschah in üblicher Weise mittels eines langen Solenoids, welches eine Secundärspule trug. Der Kern des Solenoids bestand nach Hrn. Ebeling aus einem mit Hartgummi überzogenen Glas-

1) Bekanntlich führt Maxwell in dem unmittelbar folgenden Abschnitte (§ 641 ff.) seines Werkes diese Kräfte auf Zwangszustände im Medium zurück, für die er die bekannten Gleichungen entwickelt. Aus diesen lässt sich die oben hergeleitete Gleichung (3) noch unmittelbarer folgern. In etwas anderer Weise sind ganz ähnliche Ausdrücke entwickelt worden von du Bois, Wied. Ann. **35.** p. 146. 1888; sowie von Adler, Wien. Ber. **100.** 2. Abth. p. 897. 1891.

2) Vgl. du Bois, Wied. Ann. **35.** p. 146. 1888; Max Weber, Wied. Ann. **54.** p. 35. 1895.

eser wurde genau cylindrisch abgedreht, und sein
ser mit Hülfe eines Zeiss'schen Dickenmessers be-
wohl vorher, wie auch nachdem er mit einer Lage
ponnenen schellackirten Kupferdrahts bewickelt worden
diesen Bestimmungsstücken liess sich das Feld und
ngsfläche des Solenoids in bekannter Weise genau
. Der das Solenoid durchfliessende Strom wurde mit
s Kelvin'schen „Platform" Ampèremeters, welches
nittels Kupfervoltameters[2]) controllirt war, bestimmt.
Ausschlag des Galvanometers beim Commutiren des
mes liess sich seine ballistische Empfindlichkeit be-
diese war nicht vollkommen constant, sondern sie
ch erstens etwas mit der Zeit und der Temperatur,
ber auch mit dem vorgeschalteten Widerstande im
Stromkreise. Erstere Aenderungen wurden dadurch
tigt und corrigirt, dass vor und nach jeder Beobach-
eine Probespule von einem sehr constanten perma-
gnet abgezogen, und der dadurch verursachte Aus-
bachtet wurde.
wurde dann mit verschiedenen vorgeschalteten
den wiederholt; dabei wurde bei jedem solchen

Tabelle 1.

Temp. 21,3°.

R	σ	m	σ'
7,82	2112	1,231	2333
10,82	2142	1,187	2325
12,82	2149	1,184	2327
14,82	2164	1,180	2340
17,82	2165	1,161	2326
22,82	2191	1,143	2335

Der Werth von σ' ist demnach bis auf etwa $^1/_2$ Proc. constant; mit anderen Worten, der Einfluss des vorgeschalteten Widerstands auf die ballistische Empfindlichkeit des Galvanometers ist mittelbar durch seinen bekannten Einfluss auf die Dämpfung völlig erklärbar und konnte daher auch eliminirt werden, wie das dann bei sämmtlichen Beobachtungen geschah. Uebrigens war die Dämpfung zu gering, als dass sie die Proportionalität der Ausschläge mit den durchfliessenden Electricitätsmengen hätte beeinflussen können, wovon ich mich durch besondere Beobachtungen überzeugte.

Die Windungsflächen der beiden den Isthmus umschliessenden Secundärspulen wurden auf electromagnetischem Wege in einem möglichst gleichförmigen Felde zwischen flachen Polstücken verglichen; dabei diente als Normalspule eine einzige kreisförmige Windung eines sehr dünnen Phosphorbroncestreifens, welcher um eine sorgfältig abgedrehte und geschliffene, genau ausgemessene, Glasscheibe gewickelt war; die Zuleitungen waren derart aneinander gelegt, dass sie irgend welches weiteres Flächenstück parallel der Hauptwindungsfläche nicht umschliessen konnten. Dabei wurde der Einfluss des Spulenwiderstands auf die Empfindlichkeit des Galvanometers nach dem Vorigen in Betracht gezogen. Die Gesammtwindungsflächen der beiden Spulen betrugen 1,235 qcm bez. 2,553 qcm. die der Normalspule 1,530 qcm. Vorher waren die Windungsflächen auch noch aus den bekannten Durchmessern der Messingrolle und des Drahtes berechnet worden, und die so erhaltenen Werthe zeigten mit den auf electromagnetischem Wege gefundenen, oben angegebenen, eine Uebereinstimmung bis auf 5 bez. 3 pro Mille.

hst wurde nun eine Reihe vorläufiger Abreissversuche,
hzeitiger Beobachtung der durch das Hinausfallen
sspulen verursachten Galvanometerausschläge ange-
bei wurde der Electromagnet mit verschiedenen
en zwischen 0 und 25 Amp. erregt.

Schwierigkeit bei den Tragkraftsmessungen war
ückzuführen, dass der Eisenstab und besonders der
n leicht gekrümmte Stahlstab in der genau passenden
es betreffenden Polstücks sich zu „ecken" oder zu
eneigt war. Wenn der Stab indessen ganz genau
tung seiner und der Bohrung Axe gezogen wurde,
e Wirkung ausgeschlossen und die alsdann allein
nde Reibung nur sehr gering. Dies wurde in der
estellt, dass — um jegliche remanente Magnetisi-
rmeiden — das zweite Polstück entfernt, und der
net möglichst entmagnetisirt wurde. Durch passende
es Messingstabes *M* wurde dann die Lage gefunden,
das zum Herausziehen des Stabes erforderliche Ge-
inimum war, und zwar zeigte es sich, dass hierzu
5 g-Gewicht genügte, eine Kraft, welche im Ver-

wiefern die bei der gewöhnlichen Anordnung trotz des Polirens bestehende Fuge durch die auftretende geringe Streuung störend wirkte; es wurde festgestellt, dass diese Unregelmässigkeit bei den benutzten intensiven Feldern zwar eine Fehlerquelle bildete, dass diese aber viel geringer war, als nach gewissen Erfahrungen bei schwächeren Feldern vermuthet werden konnte.

Zur graphischen Auswerthung des Integrals

$$\int_0^{\mathfrak{J}} \mathfrak{H}\, d\mathfrak{J}$$

mussten die Magnetisirungscurven für das Eisen und für den Stahl bekannt sein. Für höhere Werthe von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{J}$ waren sie aus den Isthmusversuchen bereits zu entnehmen, während zur Bestimmung des anfänglichen Bereiches der Curven zwei Stäbe benutzt wurden, welche aus derselben Stange geschnitten waren, wie die oben beschriebenen Isthmusstäbe. Mit Hülfe einer, in der Reichsanstalt geaichten, du Bois'schen magnetischen Waage [1]) wurde dann die Bestimmung der Curven durchgeführt, und zwar bei aufsteigender Magnetisirung, wie das auch immer bei den Abreissversuchen der Fall war. [2]) Im übrigen spielte der numerische Werth jenes Integrals nur eine untergeordnete Rolle als Correctionsglied.

Endgültige Versuche.

Aus den Galvanometerausschlägen wurden die Werthe von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ berechnet, und deren Differenz ergab nach Division durch 4π die Magnetisirung $\mathfrak{J}$. Die höchsten Werthe von $\mathfrak{J}$ im weichen Eisen und im harten Stahl betrugen 1818 C. G. S. bez. 1556 C. G. S., und zwar kamen diese Werthe bei einer Feldintensität von etwa 10600 C. G. S. vor. In intensiveren Feldern scheint es, als ob $\mathfrak{J}$ etwas geringere Werthe aufweist; eine solche scheinbare Abnahme wurde auch von Hrn. Ewing beobachtet [3]). Es muss aber bemerkt werden, dass

1) du Bois, Zeitschr. f. Instrumentenkunde, **12**. p. 404. 1892.

2) Die mit der Waage erhaltenen Magnetisirungscurven sollen theilweise in einem anderen Zusammenhange noch veröffentlicht werden.

3) Ewing, l. c. §§ 93, 98. 1893; sie wurde jedoch auch von ihm auf rein secundäre Ursachen zurückgeführt.

methode für feinere Messungen überhaupt weniger
und dass die oben beschriebene specielle Einrich-
lers ungünstig ist zur genaueren Bestimmung der
ng aus Differenzbeobachtungen; und zwar erstens
oben erwähnten störenden Einflusses der zwischen
en befindlichen Fuge, und zweitens, weil die Stäbe
uirlich mit den Polstücken waren, wie bei der ur-
n Ewing-Low'schen Anordnung.

welche besondere Schlüsse betreffs des Verlaufs
isirung wären also hier unstatthaft; dagegen war
n im Isthmus, welche bei der vorliegenden Unter-
i weitem die wichtigste Grösse ist, infolge ihrer
stimmung mit genügender Genauigkeit bekannt.

er Stromstärke wurden die Abreissversuche mehrere
holt. Bei gegebenen Werthen der Galvanometer-
war die Tragkraft sehr constant, sodass diese so-
höchsten Werthen bis auf etwa 30 g-Gew. genau
erden konnte. Die grösste gemessene Tragkraft
g-Gew., der Querschnitt des Eisenstabes 0,1896 qcm;
cht bereits einem Zug von 49,73 kg-Gew. pro qcm.
Werth des Integrals

$$B - \frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{8\pi g}},$$

für Eisen bez. Stahl. Tab. 2 enthält die Resultate meiner früheren Untersuchungen [1]), welche hier wiederholt werden, um einen Ueberblick über die gesammte Versuchsreihe zu gewinnen.

Tabelle 2.

Frühere Resultate (l. c. p. 654, Tab. I).

$\mathfrak{J}$ C. G. S.	$\mathfrak{B}$ C. G. S.	$\frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{8\pi g}}$ berechnet	$\sqrt{\mathfrak{B}}$ beobachtet	Differenz
493	6198	39,2	39,2	0,0
551	6929	43,9	44,4	+ 0,5
646	8122	51,6	51,6	0,0
853	10726	68,1	68,4	+ 0,3
996	12517	79,4	79,0	− 0,4
1163	14635	92,9	92,0	− 0,9
1291	16261	103,3	102,9	− 0,4
1346	16975	107,7	107,3	− 0,4
1400	17690	112,3	111,9	− 0,4
1463	18545	117,7	117,1	− 0,6
1550	19729	125,3	123,5	− 1,8
1585	20234	128,4	126,7	− 1,7

Tabelle 3.

Ausgeglühtes weiches, steirisches Eisen.

Strom Ampère	$\mathfrak{H}$ C. G. S.	$\mathfrak{B}$ C. G. S.	$\mathfrak{J}$ C. G. S.	$\frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{8\pi g}}$ ber.	B beob.	Differenz
0	260 [2])	17740	1392	113,0	109,5	− 3,5
0,13	610	22050	1707	140,5	138,0	− 2,5
0,37	1440	23370	1745	148,9	147,0	− 1,9
0,93	3470	26140	1805	166,5	162,0	− 4,5
1,33	5070	27420	1779	174,7	172,0	− 2,7
2,6	8560	31220	1803	198,9	195,0	− 3,9
3,8	10520	33370	1818	212,5	207,5	− 5,0
5,6	12720	34660	1746	220,8	219,5	− 1,3
7,9	14230	35790	1716	227,9	228,3	+ 0,4
9,8	14850	36450	1719	232,1	232,8	+ 0,7
14,9	16030	38270	1770	243,8	239,8	− 4,0
25,6	17690	39260	1796	250,1	250,9	+ 0,8

1) l. c. p. 654.

2) Rührt vom remanenten Magnetismus der Polstücke her.

Tabelle 4.

Glasharter Wolframstahl.

$\mathfrak{H}$ G. S.	$\mathfrak{B}$ C. G. S.	$\mathfrak{J}$ C. G. S.	$\frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{8\pi g}}$ ber.	B beob.	Differenz
181[1])	11390	892	72,5	71,8	− 0,7
558	17550	1353	111,8	107,3	− 4,5
1615	19750	1444	125,8	121,3	− 4,5
3470	22510	1516	143,4	139,0	− 4,4
5050	24000	1508	152,9	148,7	− 4,2
8670	27950	1535	178,0	174,6	− 3,4
0750	30290	1556	193,0	187,6	− 5,4
2830	31950	1522	203,5	201,1	− 2,4
4220	32860	1484	209,3	207,3	− 2,0
4860	33470	1481	213,1	211,3	− 1,8
5970	35380	1545	225,4	221,9	− 3,5
7830	36110	1456	230,0	230,2	+ 0,2

sultate sind auch graphisch dargestellt in Fig. 2, die Punkte . . . +, . . . ⊙, die Werthe von B als

Die Punkte . . . * sind den früheren Untersuchungen entnommen, und zeigen die Werthe der Quadratwurzel aus der beobachteten Tragkraft pro Querschnittseinheit, welche in jenem Falle ohne weiteres gleich $\mathfrak{B}/\sqrt{8\pi g}$ sein sollen.

Die beobachteten Punkte liegen nun alle nahe der theoretischen geraden Linie; der grösste Unterschied beträgt etwa 3 Proc. Vorwiegend liegen die neu beobachteten Punkte etwas unter der Geraden; dies ist wahrscheinlich der Streuung an der Berührungsstelle zuzuschreiben, welche die Tragkraft etwas verringert. Doch ist, mit Rücksicht auf die geringere Genauigkeit der Isthmusmessungen, im grossen und ganzen die Uebereinstimmung derart, dass die Gleichung (3)

$$\mathfrak{Z} = \frac{\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{H}^2}{8\pi g} - \frac{1}{g}\int_0^{\mathfrak{Z}} \mathfrak{H}\, d\mathfrak{Z}$$

als bestätigt zu betrachten ist. Nach der Maxwell'schen Theorie ist nun das erste Glied, $\mathfrak{B}^2/8\pi g$, die gesammte electromagnetische Spannung, welche in der engen Luftfuge zwischen den beiden Stabenden existirt. Dagegen ist $\mathfrak{H}^2/8\pi g$ die nur durch die „äussere" Intensität $\mathfrak{H}$ bedingte, in der Fuge herrschende Spannung; die Richtigkeit dieser Auffassung des Gliedes $\mathfrak{H}^2/8\pi g$ geht schon aus den bekannten Versuchen des Hrn. Quincke u. A. hervor.

Letzterer Theil der Spannung kommt bei der gewählten Versuchsanordnung für das Abreissgewicht nicht in Betracht; er trägt nur dazu bei, die drei Messingsäulen S_1, S_2, S_3 (Fig. 1) zu comprimiren. Wenn der Stab C_2 indessen starr im Polstück befestigt wäre, statt in der Bohrung zu gleiten, und die beiden Hälften des Electromagnets voneinander gezogen werden könnten, dann würde die Zugkraft, corrigirt für die Spannung aller derjenigen Inductionsröhren, welche nicht durch den Isthmus, sondern durch die Luft von Pol zu Pol verlaufen, sich gleich ($\mathfrak{B}^2/8\pi g \times$ Berührungsfläche) ergeben.

Dieser Fall entspricht theoretisch der Anordnung meiner früheren Versuche, lässt sich aber praktisch selbstverständlich nicht durchführen.

Bestimmung hoher Inductionswerthe.

Nachdem durch das Vorige das Maxwell'sche Gesetz der Tragkraft bez. der electromagnetischen Spannung bis zu

erthen von rund 40 000 C. G. S. als bestätigt zu
ist, dürfte dessen allgemeine Gültigkeit wohl keinem
weifel mehr unterliegen. Und ebenso wie schon
e Physiker nun umgekehrt die Tragkraft zur Mes-
cher Inductionen herangezogen haben, erschien ein
Vorgehen jetzt auch den höchst erreichbaren In-
then gegenüber um so mehr statthaft, weil in diesem
e Methoden versagen. Ich habe daher noch einige
nde Versuche angestellt. Es wurden dazu zwei Pol-
120° Winkelöffnung aus dem allerbesten ausgeglühten
en Eisen angefertigt; die Spitze des Einen wurde
abgeplattet, eben geschliffen und polirt, sodass es
ge kreisförmige Stirnfläche darbot, deren Durch-
einen Bruchtheil eines Millimeters betrug. Durch
iberliegende Polstück wurde dagegen eine enge
nische Oeffnung gebohrt, welche ein langes Stück
genannten „Blumendrahts“ (von 0,586 mm Durch-
chliess, und zwar so, dass dieses vorne genau in
ng passte, dagegen hinten etwas lockerer sass.
en betrug die Reibung nur Bruchtheile eines Gramm-

Die Versuche wurden dann noch weiter geführt, indem der Blumendraht bis zur Stärke von 0,241 mm ausgezogen, und die im Polstück befindliche Oeffnung dementsprechend verengert wurde. Nachdem der Draht wieder mittels einer Spiritusflamme ausgeglüht, und das Ende eben geschliffen war, betrug jetzt die Tragkraft bei 40 Amp. Stromstärke 52,5 g-Gew., d. h. der entsprechende Zug 114,9 kg-Gew. pro qcm.

Hieraus folgt ähnlich wie oben

$$\mathfrak{B} = 74\,200 \text{ C. G. S.} \qquad \mathfrak{H} = 51\,600 \text{ C. G. S.};$$

die Permeabilität beträgt also nur noch $\mu = \mathfrak{B}/\mathfrak{H} = 1{,}44$. Der berechnete Werth der Intensität $\mathfrak{H}$ nach der Stefan-Ewing'schen logarithmischen Formel [1]), beträgt 50 450 C. G. S., unter der Annahme, dass die konischen Polstücke gleichförmig zum Maximalwerthe von 1800 C. G. S. magnetisirt sind. Hierzu sind noch etwa 750 C. G. S. zu addiren, welche der directen Wirkung der Spulen bei einem Strome von 40 Amp. entsprechen. Die so berechnete Gesammtintensität von 51 200 C. G. S. stimmt mit der oben angegebenen auffallend gut überein. Das Querschnittsverhältniss von Magnetschenkel und Isthmus betrug hierbei etwa 170 000.

Was den angegebenen Werth der Induction betrifft, so herrscht dieser des Continuitätsprincips wegen auch in der engen Luftfuge zwischen Drahtende und Stirnfläche, wo er nun seinerseits wieder als „äussere" Feldintensität zu gelten hat; letztere wird sich im Moment des Abreissens nur wenig ändern, solange der dadurch entstehende Schlitz noch eng ist im Vergleich zu seiner Querdimension. Es wurde nun mit der Lupe beobachtet, dass bei nicht allzu sorgfältiger Reinigung des Apparates mikroskopische Eisenfeilspähne beim Abreissen in den entstehenden Schlitz hineinflogen, und mit ihrer Längsrichtung wieder „Isthmen" bildeten, deren Dicke ihrerseits verschwindend war gegen diejenige des $^1/_4$ mm starken Eisendrahts, sodass ihre magnetische Rückwirkung zu vernachlässigen war. Die in diesen Partikelchen entstehende Induction $\mathfrak{B}'$ beträgt dann offenbar

$$\mathfrak{B}' = 74\,200 + 4\pi \times 1800 = 96\,800 \text{ C. G. S.}$$

1) Ewing, l. c. § 96.

dürfen daher behaupten, dass in Eisen Inductions-
nahe 100 000 C. G. S. stattfinden können; irgend-
sondere Erscheinungen wurden dabei nicht wahr-

der Draht noch weiter zurückgezogen, sodass sein
e Ebene des Randes der Bohrung zu liegen kommt,
h leicht berechnen, dass die Intensität des Feldes im
ume ca. 60 000 C. G. S. beträgt; seine Ausdehnung
freilich nur nach Zehntelmillimetern. [1])
oment des Abreissens wird nach dem Vorigen durch
ge eine Gesammtspannung von

$$(74\,200)^2 / 8\,\pi g = 224 \text{ kg-Gew. pro qcm}$$

welche die Bruchfestigkeit des Bleies gerade er-
n diesem Zusammenhang bietet die Bemerkung
dass zwischen den Platten eines Luftcondensators
ng bei Atmosphärendruck kaum 2 g-Gew. pro qcm
kann, ohne dass ein Funke übergeht. Freilich ver-
ohl ein absolutes Vacuum einerseits, wie auch Körper
Dielectricitätsconstante andererseits, bedeutend höhere

7. *Zur Aussenwirkung gleichförmig magnetisirter Rotationsellipsoide;* *von H. Nagaoka.*

Bei gewissen magnetometrischen Untersuchungen ist es nöthig oder doch wünschenswerth, die Längsrichtung des zu untersuchenden Körpers vertical aufzustellen. Bei dieser sogenannten unipolaren Methode[1]) kann man einmal das Magnetometer sehr nahe dem magnetisirten Körper aufstellen und zweitens bei Benutzung eines Drahtstückes den Fehler infolge der Polverschiebung, die überdies von der Magnetisirung abhängig ist, beseitigen. Bei solchen Versuchen stellt man nämlich das Magnetometer der Höhe nach derart ein, dass bei mässig starker Magnetisirung die Ablenkung eine maximale wird. Da die Vertheilung der Magnetisirung eines Cylinders von endlicher Länge theoretisch nicht bekannt ist, so geschieht die Orientirung des Magnetometers alsdann durch Ausprobiren. Diese empirische Orientirung ist überflüssig, wenn der Körper die Gestalt eines Rotationsellipsoids besitzt und gleichförmig magnetisirt ist, weil die Lage der maximalen Ablenkung sich dann aus den Dimensionen des Ellipsoids und dessen horizontaler Entfernung streng berechnen lässt, wie alsbald gezeigt werden soll. Gelegentlich einer ausgedehnteren Untersuchung ergab sich mir die Nothwendigkeit, das beregte Problem zu lösen; dasselbe dürfte an sich genügendes, namentlich methodisches Interesse bieten, um die erhaltenen Resultate hier kurz mitzutheilen. Führen wir zunächst folgende Bezeichnungen ein:

z-Axe: Rotationsaxe und Richtung der Magnetisirung;

x-Axe: Axe senkrecht zur z-Axe durch den Mittelpunkt des Ellipsoids;

c: halbe Rotationsaxe des Ellipsoids:

$\sqrt{c^2 - e^2}$: kleinere Halbaxe des *Ovoids*;

1) Ewing, „Magnetische Induction in Eisen und verwandten Metallen“ (deutsche Uebersetzung). p. 40. Berlin und München, 1892.

$\sqrt{\quad e^2}$: grössere Halbaxe des *Sphäroids*;
lbe Focaldistanz;
xenverhältniss;
lbe Rotationsaxe eines confocalen Ellipsoids; γ ge-
den Fall des Ovoids in einer Meridianebene $x\,z$, auf
Betrachtung beschränkt wird, der Gleichung:

$$\frac{x^2}{\gamma^2 - e^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1,$$

Wurzel folgende ist:

$$= \tfrac{1}{2}(x^2 + z^2 + e^2) + \tfrac{1}{2}\sqrt{(x^2 + z^2 + e^2)^2 - 4\,e^2 z^2}.$$

das Sphäroid genügt dagegen γ der Gleichung:

$$\frac{x^2}{\gamma^2 + e^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1,$$

Wurzel folgende ist:

$$= \tfrac{1}{2}(x^2 + z^2 - e^2) + \tfrac{1}{2}\sqrt{(x^2 + z^2 - e^2)^2 - 4\,e^2 z^2}.$$

netisches Potential;
netisirung.

Führt man diese zweifache Differentiation der Gleichung (2) aus, so erhält man die Gleichung:

$$(4) \qquad \frac{\partial \gamma}{\partial x} + z\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial z} - \frac{2x(2\gamma^2 - e^2)}{\gamma(\gamma^2 - e^2)}\frac{\partial \gamma}{\partial x}\frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0.$$

Aus der Gleichung (1a) für Ovoide findet man:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} = \frac{\gamma(\gamma^2 - e^2)z}{\gamma^4 - e^2 x^2}$$

und

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial z} = \frac{\gamma^4(3e^2 - \gamma^2) - e^2 x^2(3\gamma^2 - e^2)}{(\gamma^4 - e^2 x^2)^2}\frac{\partial \gamma}{\partial x}.$$

Nach der Substitution dieser Werthe in (3) lässt sich $\partial\gamma/\partial x$ als gemeinsamer Factor streichen und die Gleichung der Curve maximaler Ablenkung reducirt sich dann auf

$$(Ia) \qquad \gamma^6 + (3e^2 - 5\gamma^2)\gamma^2 z^2 + e^2 z^4 = 0$$

für den Fall des Ovoids. In gleicher Weise findet man

$$(Ib) \qquad \gamma^6 - (3e^2 + 5\gamma^2)\gamma^2 z^2 - e^2 z^4 = 0$$

für den Fall des Sphäroids.

Auf x, z-Coordinaten zurückgeführt, lautet, nach Eliminirung von γ, die Gleichung der Curve:

$$(IIa) \qquad \left\{ z^6 + \frac{7x^2 - 12e^2}{4}z^4 + \frac{x^4 + 9e^2x^2 + 6e^4}{2}z^2 - \frac{(x^2 + e^2)^2(x^2 + 4e^2)}{4} = 0 \right.$$

für Ovoide und

$$(IIb) \qquad \left\{ z^6 + \frac{7x^2 - 12e^2}{4}z^4 + \frac{x^4 - 9e^2x^2 + 6e^4}{2}z^2 - \frac{(x^2 - e^2)^2(x^2 - 4e^2)}{4} = 0 \right.$$

für Sphäroide.

Setzt man $\gamma = c$ in Gleichung (I), so stellt sie offenbar den Ort der maximalen Wirkung *auf der Oberfläche* des Ellipsoids von gegebener Focaldistanz $2e$ dar. Mit wachsendem e rückt dieser Ort der z-Axe näher, wie in der Figur durch die punktirte Curve dargethan wird; Tab. I gibt ihre Coordinaten für verschiedene Axenverhältnisse m als Vielfache der halben Rotationsaxe c.

Tabelle I.

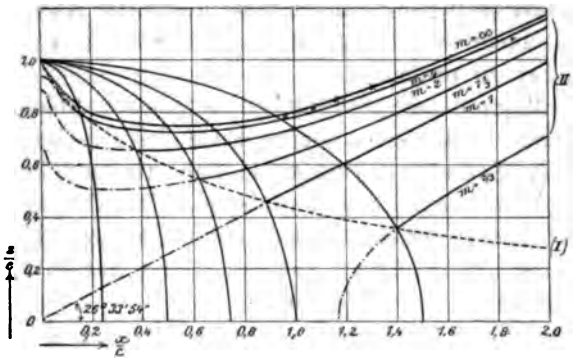
m	$\pm \frac{x}{c}$	$\pm \frac{z}{c}$	Specialfall
∞	0	1,000	Endlos
100	0,0014	0,990	Ovoid
50	0,0040	0,980	„
30	0,0084	0,967	„
20	0,0192	0,952	„
15	0,0234	0,937	„
10	0,0421	0,907	„
8	0,0579	0,886	„
6	0,0875	0,852	„
4	0,1533	0,790	„
2	0,3833	0,641	„
1	0,894	0,447	Vollkugel
$^2/_3$	1,413	0,335	Sphäroid
$^1/_2$	1,928	0,265	„
0	∞	0	Dünne Pla

Verlauf der ausgezogenen Curven (II), g (IIa) für Ovoide darstellen, lässt sich Hülfstabelle II erkennen.

Tabelle II.

Für die Vollkugel reduciren sich die Curven auf zwei Gerade $z = \pm x/2$, welche die Asymptoten zur Schaar der Curven (II) bilden. Diese Geraden schliessen einen Winkel von $\pm 26^0 33' 54''$ ($= \text{arc tg } \frac{1}{2}$) mit der positiven x-Axe ein. Mit wachsendem Axenverhältnisse entfernt sich die Curve für Ovoide von diesen Asymptoten, nähert sich aber rasch der Curve für unendlich grosses Axenverhältniss ($m = \infty$). Wie man aus der Figur ersieht, sind die Curven für grössere Werthe von m beinahe gleichlaufend, sodass es für praktische Zwecke meist genügend wird, die für $m = \infty$ geltende Curve zu betrachten.

Diese theoretischen Resultate wurden folgendermaassen experimentell bestätigt. Ein Eisenovoid (18 cm lang, 0,6 cm



dick, also $m = 30$ und $e = 8{,}995$ cm) wurde in einem Glasrohr, welches vertical beweglich war, befestigt. Dieses Rohr konnte in eine verticale Spule (45 cm lang, 2 cm weit) hineingeschoben werden. Westlich von der Spule und in halber Höhe derselben, also von ihr unbeeinflusst, stand ein Magnetometer, mit dem die maximale Ablenkung beobachtet werden konnte, während das Ovoid innerhalb der Spule vertical auf und ab verschoben wurde. Der Abstand des Magnetometers von der Axe sowie seine Höhe über der Aequatorialebene des Ovoids wurde dann jedesmal notirt und auf die halbe Rotationsaxe c als Einheit bezogen. Dabei ergaben sich folgende Resultate, welche gute Uebereinstimmung zeigen, wenn man die Schwierigkeit der genauen Bestimmung der Lage des Magnetometermagnets berücksichtigt.

Tabelle III.

$\frac{x}{c}$	Höhe $= \frac{z}{c}$ (beob.)	$\frac{z}{c}$ (ber.)	beob. — ber.
	0,787	0,788	− 0,011
	0,812	0,814	− 0,002
	0,856	0,858	− 0,002
	0,900	0,903	− 0,003
	1,005	1,003	+ 0,002
	1,092	1,112	− 0,020
	1,173	1,200	− 0,027
	1,306	1,311	− 0,005
	1,579	1,580	− 0,001

liche Versuche wurden auch mit einem 20 cm langen, = 200) dicken Eisendraht angestellt, um die even- ässigkeit der Analogie hinsichtlich der Aussenwirkung einem sehr langen Cylinder und einem länglichen ner zu prüfen.

Magnetometerstellung für maximale Ablenkung lag eder unter dem oberen Ende des Drahtes, und mit r Entfernung rückte sie aufwärts und befand sich h auch über dem Drahtende. Die Curve der maxi-

8. *Neue Deutung der magnetischen Drehung der Polarisationsebene; von R. Reiff.*

1. Seit der Zeit der Entdeckung der magnetischen Drehung der Polarisationsebene ist eine Reihe von Versuchen gemacht worden, eine vollständige Theorie dieser Erscheinung aufzustellen. Keiner von ihnen befriedigt jedoch ganz, sofern sie eben Annahmen zu Hülfe nehmen müssen, die selbst wieder sehr der Erklärung bedürftig sind; so namentlich die Rowland'sche, welche eine rotatorische electromotorische Kraft annimmt. Im Folgenden soll nun eine Deutung gerade der Rowland'schen Annahme gegeben werden, welche sich durch grosse Einfachheit auszeichnet. Diese Deutung nehmen wir aus der Helmholtz'schen Hypothese vom Mitschwingen der Atome bei den Lichtbewegungen. Helmholtz nimmt bei seiner electromagnetischen Theorie der Farbenzerstreuung an, dass die Atome des Molecüls um den Schwerpunkt desselben Schwingungen ausführen; dabei setzt er der Einfachheit halber voraus, dass die Geschwindigkeiten der Atome eines bipolaren Molecüls einander entgegengesetzt gleich seien.

Wenn man aber bedenkt, dass auf die Atome eines Molecüls ausser den äusseren electrischen Kräften und den inneren des Molecüls selbst auch noch die Kräfte der umgebenden Molecüle wirken, welche wegen des verschiedenen Verhaltens der Stoffe gegen positive und negative Electricität auch verschiedener Art sein müssen, so ist es wahrscheinlicher, dass die Atome eines Molecüls selbst wieder *verschiedene* Geschwindigkeiten haben. Bezeichnen wir die Componenten dieser Geschwindigkeiten nach der x-Axe mit α_1 und α_2 (wobei α_1 und α_2 verschiedenes Vorzeichen haben), so können wir setzen:

$$\alpha_1 = \alpha + \alpha'$$
$$\alpha_2 = \alpha - \alpha',$$

sodass also $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha$ ist. Dann bewegt sich also das Molecül mit der Geschwindigkeit α als ganzes und die relativen Geschwindigkeiten der Atome sind α' und $-\alpha'$. Ist σ_1

sche Dichtigkeit der positiven Atome, σ_2 die electrische
t der negativen Atome, so ist die x-Componente des
Bewegung der Atome herrührenden „Verschiebungs-

$$\alpha_1 \sigma_1 + \alpha_2 \sigma_2 = \alpha(\sigma_1 + \sigma_2) + \alpha'(\sigma_1 - \sigma_2),$$

ür ein bipolares neutrales Molecül $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma/2$
σ die absolute electrische Dichte des Stoffes ist, so
die Componente des Verschiebungsstromes

$$\frac{d\xi}{dt} = \alpha' \sigma.$$

ber die Veränderung der electrischen Polarisation in
nheit, wenn wir ein Dielectricum zu Grunde legen.
man zeigen, dass α klein ist gegen α', so kommt
den Helmholtz'schen Gleichungen. Das wird sich
hat ergeben. Nehmen wir dieses Resultat vorweg,
sich, dass unsere Annahme in Wirklichkeit keine
ung der Helmholtz'schen Theorie der Farben-
g bildet, sondern lediglich eine folgerichtige Aus-
erselben.

Nach dieser Voraussetzung, dass das Molecül als
it der Geschwindigkeit α hin und her schwingt

$+z$-Axe. Geht dann das Dielectricum in Richtung der $+x$-Axe, so wird unter dem Einfluss der magnetischen Kraft eine electromotorische Kraft nach der $+y$-Richtung im Dielectricum erzeugt unter Annahme eines links drehenden Coordinatensystems (wie bei Hertz); geht das Dielectricum in der Richtung der $-x$-Axe, so wird durch die magnetische Kraft eine electromotorische Kraft in der $-y$-Richtung erzeugt. Wirkt nun zu gleicher Zeit in der Richtung der x-Axe eine electromotorische Kraft mit derselben Schwingungszahl, wie die des Körpers ist, so setzen sich die beiden electromotorischen Kräfte zu einer zusammen, deren Richtung zwischen die x- und y-Axen fällt, man erhält also eine Drehung der Richtung der im Dielectricum wirkenden electrischen Kraft, d. h. im Falle der Lichtbewegung die Drehung der Polarisationsebene.

3. Nach unserer Annahme bedingen die electrischen Schwingungen des Lichtes zugleich auch körperliche Schwingungen der Molecüle. Die Geschwindigkeiten der letzteren hängen ab von den Geschwindigkeiten der electrischen Polarisationen; es ist aber auch möglich, dass neben den ersten Differentialquotienten auch noch die höheren eingehen [1]); wir haben also im allgemeinen:

$$(1)\qquad \begin{cases} \alpha = f_1\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t}, \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}, \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}, \frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} \cdots\right), \\ \beta = f_2\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t}, \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}, \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}, \frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} \cdots\right), \\ \gamma = f_3\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t}, \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}, \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}, \frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} \cdots\right). \end{cases}$$

Die einfachste Annahme, die wir machen können und welche mit der Helmholtz'schen übereinstimmt, ist die, dass α eine lineare Function von $\partial \mathfrak{X}/\partial t$ und seiner Differentialquotienten ist, dass also

$$(2)\qquad \alpha = f\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + g\frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} + h\frac{\partial^3 \mathfrak{X}}{\partial t^3} \cdots$$

Sind die Coefficienten der geraden Differentialquotienten von $\mathfrak{X}$ nicht Null, so tritt Dämpfung und Phasenverschiebung ein. Wollen wir Dämpfung ausschliessen, so ist die Phasenverschiebung 0 oder 180°.

1) Vgl. hierzu H. Ebert, Wied. Ann. **48.** p. 1. 1893; R. Reiff, Wied. Ann. **55.** p. 82. 1895.

wollen im Folgenden ein nicht absorbirendes Di-
betrachten, haben also den letzten Fall allein zu
und setzen:

$$\alpha = f_1 \frac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t}, \quad \beta = f_2 \frac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t}, \quad \gamma = f_3 \frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t},$$

f_2, f_3 noch Functionen des Quadrates der Schwingungs-
in können. Ist der Körper isotrop, so wird noch
$f_3 = f$ sein.

ir nehmen im Folgenden an, dass ein Dielectricum
Einfluss einer constanten magnetischen Kraft stehe.
onenten der magnetischen Polarisation, die von dieser
ührt, heissen wir $\mathfrak{L}_0$, $\mathfrak{M}_0$, $\mathfrak{N}_0$. Durch das Dielectricum
h eine Lichtbewegung fort, deren electrische Polari-
mit $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$, deren magnetische Polarisation wir
$\mathfrak{N}$ bezeichnen, sodass also die Componenten der
magnetischen Polarisation sind:

$$\mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L}_0 + \mathfrak{L} \text{ etc.}$$

unserer Annahme befinden sich die Theilchen des
ums in einem Schwingungszustande, dessen Ge-
keitscomponenten durch die Gleichungen (3) dar-

Setzen wir hierin die Werthe von α, β, γ ein und beachten, dass die Gleichung für $\mathfrak{L}_0 = 0$, $\mathfrak{M}_0 = 0$, $\mathfrak{N}_0 = 0$ sich auf die gewöhnlichen Gleichungen für die Bewegung des Lichtes reduciren müssen, dass wir also die Differentialquotienten der Producte der α mit den Polarisationen, die von der Lichtbewegung herrühren, vernachlässigen müssen, so folgen, wenn wir schreiben:

$$Af\mathfrak{L}_0 = p, \quad Af\mathfrak{M}_0 = q, \quad Af\mathfrak{N}_0 = r \tag{6}$$

die Gleichungen für die Lichtbewegung unter dem Einfluss äusserer constanter magnetischer Kräfte:

$$\begin{cases} A\dfrac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{\mathfrak{M}}{\mu} - \dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{\mathfrak{N}}{\mu}, \\ A\dfrac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{\mathfrak{N}}{\mu} - \dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{\mathfrak{L}}{\mu}, \\ A\dfrac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{\mathfrak{L}}{\mu} - \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{\mathfrak{M}}{\mu} \end{cases} \tag{7}$$

und

$$\begin{cases} A\dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{\mathfrak{z}}{\varepsilon} - \dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{\mathfrak{y}}{\varepsilon} + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(q\dfrac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t} - p\dfrac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t}\right) \\ \qquad\qquad - \dfrac{\partial}{\partial z}\left(p\dfrac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t} - r\dfrac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t}\right), \\ A\dfrac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{\mathfrak{x}}{\varepsilon} - \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{\mathfrak{z}}{\varepsilon} + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(r\dfrac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t} - q\dfrac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t}\right) \\ \qquad\qquad - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(q\dfrac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t} - p\dfrac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t}\right), \\ A\dfrac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{\mathfrak{y}}{\varepsilon} - \dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{\mathfrak{x}}{\varepsilon} + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(p\dfrac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t} - r\dfrac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t}\right) \\ \qquad\qquad - \dfrac{\partial}{\partial y}\left(r\dfrac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t} - q\dfrac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t}\right); \end{cases} \tag{8}$$

das sind aber die Rowland'schen Gleichungen. Die Bewegung findet also so statt, als ob die electromotorischen Kräfte

$$\begin{cases} X_1 = \dfrac{\mathfrak{x}}{\varepsilon} + r\dfrac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t} - q\dfrac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t}, \\ Y_1 = \dfrac{\mathfrak{y}}{\varepsilon} + p\dfrac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t} - r\dfrac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t}, \\ Z_1 = \dfrac{\mathfrak{z}}{\varepsilon} + q\dfrac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t} - p\dfrac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t} \end{cases} \tag{9}$$

wirksam wären.

gelangt also in sehr einfacher Weise zu jenen rota-
lectromotorischen Kräften Rowland's.

t man $\mathfrak{L}_2 = 0$, $\mathfrak{M}_0 = 0$ und lässt eine ebene Welle
Z-Axe ablaufen, so erhält man aus (7) und (8):

$$\begin{cases} A^2 \dfrac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2}{\partial z^2} \dfrac{\mathfrak{X}}{2\mu} + \dfrac{r}{\mu} \dfrac{\partial^3 \mathfrak{Y}}{\partial z^2 t}, \\ A^2 \dfrac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2}{\partial z^2} \dfrac{\mathfrak{Y}}{2\mu} - \dfrac{r}{\mu} \dfrac{\partial^3 \mathfrak{X}}{\partial z^2 \partial t}. \end{cases}$$

man hierin

$$\mathfrak{X} = B \cos(n t - l z) \cos \varrho z,$$
$$\mathfrak{Y} = B \cos(n t - l z) \sin \varrho z,$$

π/τ, $l = 2\pi/\lambda$, τ die Schwingungsdauer, λ die
ge im Dielectricum ist, so findet man nach einiger
:

$$\varrho = \frac{2\pi^2 i^3}{\lambda_0^2} f N.$$

N die magnetische Kraft, λ_0 die Wellenlänge im
für die Schwingungsdauer τ, i der entsprechende
index, f selbst ist nach dem, was wir oben gesagt

Nach unserer Formel ist

$$\alpha = f\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = \frac{\varkappa}{4\pi} f \frac{\partial X}{\partial t}$$

X gemessen in electrostatischem Maasse. Nun ist für Schwefelkohlenstoff in electrostatischem Maasse

$$\sigma = 3{,}81 \,.\, 10^{13}, \qquad \varkappa = 2{,}642,$$

wenn wir, wie wir hier thun müssen, für $\varkappa$ das Quadrat des Brechungsindex einsetzen. Man erhält also

$$\alpha : \alpha' = 3{,}17 \,.\, 10^{-2},$$

d. h. α ist ungefähr dreissigmal kleiner als α', womit wenigstens für CS_2 die Richtigkeit der Behauptung erwiesen ist, dass man α gegen α' vernachlässigen kann. Es kann aber auf dieselbe Weise gezeigt werden, dass die übrigen Dielectrika sich ebenso verhalten.

5. Die Entscheidung, unter welchen Umständen die Körper positive[1]) oder negative Drehung zeigen, ist in unserer Theorie darauf zurückgeführt, dass Molecüle, deren negativer Bestandtheil grössere Geschwindigkeit als der positive besitzt, positive Drehung zeigen (vgl. oben p. 283) und umgekehrt. Nun zeigen die meisten Stoffe positive Drehung, doch gibt es auch solche mit negativem Drehvermögen: Fe-Salze und $TiCl_2$.[2]) Danach besitzen in diesen die Fe- und Ti-Atome grössere Geschwindigkeiten, als die negativen Molecülreste. Trotzdem kann aber sehr wohl das Eisenmolecül als solches positive Drehung zeigen, da damit nur gesagt ist, dass der positive Bestandtheil des Eisenmolecüls kleinere Geschwindigkeit besitzt als der negative.

Es ist übrigens zu beachten, dass die Geschwindigkeiten der Molecüle nicht nur von der Natur der Molecüle selbst abhängen, sondern auch von der Natur der Umgebung. Demnach wird also bei gelösten Salzen die Dissociation ebenfalls eine Rolle spielen, sodass wir auf solche Gemische nicht ohne weiteres die Gleichungen für Dielectrica anwenden können. Es legen sich eben zwei Bewegungen übereinander, die Bewegung der freien und der gebundenen Ionen.

---

1) d. h. Drehung im Sinne der Ampèreströme.

2] G. Wiedemann, El. 3. p. 1065. 1895.

enn sich die Ionen unter dem Einfluss eines Potential-
$^{\circ}(g^{1/2}\,cm^{1/2}/sec)$ in Richtung der X-Axe bewegen, und
positiven Ionen mit der Geschwindigkeit

$$\alpha' = \frac{u}{A} X$$

iven mit der Geschwindigkeit

$$\alpha'' = -\frac{v}{A} X\,,$$

ın also schreiben kann:

$$\alpha' = \frac{u-v}{2A} X + \frac{u+v}{2A} X,$$

$$\alpha'' = \frac{u-v}{2A} X - \frac{u+v}{2A} X,$$

ɜn sich die Molecüle als Ganzes mit der Geschwin-

$$\alpha = \frac{u-v}{2A} X$$

7. Aus der Gleichung

$$\alpha = \frac{\varkappa}{4\pi} f \frac{dX}{dt} \tag{15}$$

erhält man durch Integration die Verschiebung ξ des Molecüls aus der Gleichgewichtslage

$$\xi = \frac{\varkappa}{4\pi} f X. \tag{16}$$

Nehmen wir einen eben polarisirten Lichtstrahl von der Intensität des Sonnenlichtes, so ist in

$$X = B . \sin n t$$

$B = \frac{1}{30} g^{1/2} \text{cm}^{1/2} \text{sec}^{-1}$ (= 10 Volt) zu setzen; n ist für Natriumlicht $= 3{,}5 . 10^{15}$ und wir erhalten die maximale Verschiebung der Molecüle in CS_2 für einen eben polarisirten Lichtstrahl von der Intensität des Sonnenlichtes die maximale Verschiebung

$$\xi_0 = 3{,}63 . 10^{-18} \text{ cm}, \tag{17}$$

die maximale Geschwindigkeit

$$\alpha_0 = 1{,}27 . 10^{-2} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}, \tag{18}$$

die Wellenlänge des gelben Lichtes in S_2C ist

$$\lambda = 3{,}628 . 10^{-5} \text{ cm}$$

und daher ergiebt sich für die „moleculare Welle", d. h. für die Wellenbewegung der Molecüle, das Verhältniss

$$\frac{\xi_0}{\lambda} = 1 . 10^{-13}.$$

Bilden wir also die Wellenlänge etwa auf die Länge des Erdquadranten (10^9 cm ab, so ist die Amplitude in der Grösse 10^{-4} cm darzustellen.

Heilbronn, 11. Nov. 1895.

er den Brechungsexponenten und das ısvermögen von Wasser und Alkohol für lectrische Wellen; von A. D. Cole.

die Arbeiten der Hrn. E. Cohn[1]) und D. A. Gold- ist zuerst darauf hingewiesen worden, dass die netische Lichttheorie in der Form, welche ihr von gegeben wurde, nur die Optik einer einzigen Wellen- ält, also nach dieser Richtung der Ergänzuug be- falls sie den Thatsachen der selectiven Absorption, sion und verwandten Phänomenen gerecht werden e Vervollständigung ist ihr bald darauf durch die H. v. Helmholtz[3]) über die Farbenzerstreuung rden, in welcher der Einfluss der individuellen elec- igenschaften des Molecüls zur Erklärung der ge- scheinungen herangezogen wird. Nach dieser Theorie nderung des Brechungsexponenten, bez. der Dielec-

Zu diesen Stoffen gehören in erster Linie wohl alle diejenigen, welche das Maxwell'sche Gesetz $n^2 = \mu$ in seiner ursprünglichen Form befriedigen; n bedeutet hierin den aus optischen Beobachtungen mit Hülfe der Cauchy'schen Dispersionsformel erhaltenen Grenzwerth des Brechungsindex für unendlich lange Wellen, μ die aus statischen Versuchen sich ergebende Dielectricitätsconstante. Für einige dieser Substanzen (Xylol, Benzol, Schwefelkohlenstoff) hat Hr. Rubens[1]) durch Dispersionsmessungen im ultrarothen Spectrum den Nachweis geliefert, dass sich dieselben bereits kurz hinter dem sichtbaren Spectralgebiet hinsichtlich ihres Brechungsexponenten einem festen Grenzwerth nähern, dessen Quadrat mit der auf electrostatischem Wege gemessenen Dielectricitätsconstanten sehr nahe zusammenfällt.

Für eine andere Reihe von Substanzen, bei welchen das Maxwell'sche Gesetz in der oben besprochenen Fassung keine Geltung besitzt, wie Ricinusöl, Olivenöl, einige Glassorten, ist von den Hrn. Arons und Rubens[2]) gezeigt worden, dass diese Körper für electrische Schwingungen von 6 m Länge Brechungsexponenten besitzen, welche mit den Wurzeln aus den Dielectricitätsconstanten gut übereinstimmen. Noch interessanter und wichtiger sind auf diesem Gebiet die Versuche von Hrn. E. Cohn[3]), welchem es gelang das gleiche von dem Wasser nachzuweisen, bei welchem sich das Quadrat des optischen Brechungsexponenten von der Dielectricitätsconstante am meisten unterscheidet. Auch diese Messungen wurden mit electrischen Wellen von einigen Metern Länge ausgeführt. Bald darauf hat Hr. Ellinger[4]) die electrischen Brechungsexponenten von Wasser und Alkohol nach der Methode der prismatischen Ablenkungen für Wellen von ca. 60 cm gemessen und auch unter diesen Verhältnissen vollkommene Uebereinstimmung mit den Wurzeln aus den nach electrostatischen Methoden bestimmten Dielectricitätsconstanten erhalten. In gleicher Weise liefern die Versuche des Hrn. Udny Yule[5]) für Wellen von 900 cm

1) H. Rubens, Wied. Ann. **45.** p. 238. 1892.
2) L. Arons u. H. Rubens, Wied. Ann. **42.** p. 581. 1891.
3) E. Cohn, Wied. Ann. **45.** p. 370. 1892.
4) Ellinger, Wied. Ann, **46.** p. 513. 1892 und **48.** p. 108. 1893.
5) Udny Yule, Wied. Ann. **50.** p. 742. 1893.

Wasser und Alkohol die Brechungsexponenten 8,33
welche den Dielectricitätsconstanten 69,5 und 26,7
n. Man wird hierdurch zu der Annahme genöthigt,
ossen Aenderungen, welche die Brechungsexponenten
stanzen mit wachsender Wellenlänge erfahren, in ein
reich fallen, welches dem sichtbaren Spectrum näher
die von Hertz erzeugten electrischen Strahlen.
s schliessen die Hrn. Grätz und Fomm[1]) aus ihren
röffentlichten Versuchen, dass für einige Substanzen
B.) noch bei wesentlich langsamer verlaufenden elec-
hwingungen erhebliche Dispersion der Dielectricitäts-
stattfindet, während sie bei anderen Stoffen so ge-
ss sie sich bei Benutzung der Beobachtungsmethoden,
Verwendung sehr kurzer electrischer Wellen ge-
ht constatiren lässt. Auch die nach dieser Richtung
n Versuche von Hrn. Drude[2]) ergeben bei Wasser
ol eine noch merkliche Dispersion der Dielectricitäts-
für lange Wellen, doch ist dieselbe sehr gering. Es
air daher von Interesse, bei einigen der oben ge-
toffe (Wasser und Alkohol) Bestimmungen des

Wiedergabe der Versuche vollkommen zu verzichten, da sie sich immerhin in einigen Punkten von denen des Hrn. Drude unterscheiden.

Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit langer electrischer Wellen in Wasser und Alkohol nach der Methode von E. Cohn.

Die Versuchsanordnung ist aus Fig. 1 ersichtlich. Das Inductorium J erzeugt mit Hülfe des primären Leiters electrische Schwingungen. Letzterer besteht aus 2 quadratischen Zinkplatten A und A' von 40 cm Kante, verbunden durch einen starken 4,5 cm langen Messingdraht, welcher in der Mitte eine Funkenstrecke enthält. Gegenüber den Platten des Erregers endigen die beiden parallel ausgespannten Drähte des secundären Leiters in zwei kleinen 10 cm im Quadrat messenden Zinkplatten B und B'. Der Abstand dieser beiden Drähte

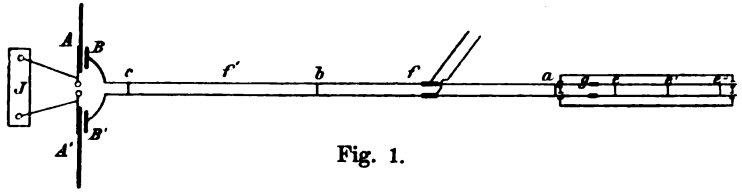


Fig. 1.

beträgt 2,5 cm. Diese durchlaufen bei a einen 68 cm langen, 7,5 cm breiten und 7 cm hohen Glastrog, dessen innere Oberfläche auf chemischem Wege versilbert ist. Die Drähte sind durch je zwei in den Glaswänden des Kastens angebrachten Bohrlöcher mit Hülfe von Gummistopfen wasserdicht hindurchgeführt. An der Eintrittsstelle der Drähte in den Kasten (a) und an mindestens 2 Punkten ausserhalb des Kastens (b und c) wurden die Drähte durch Metallbügel überbrückt und die Lage dieser Brücken so gewählt, dass die 3 Leiterkreise in Resonanz waren. Das Vorhandensein der Resonanz wurde mit Hülfe zweier in der Mitte zwischen den Punkten a und b befindlicher, kleiner Leydener Flaschen f und eines Dynamobolometers nach Paalzow und Rubens[1]) constatirt. Die kleinen Leydener Flaschen bestanden, wie bei den Versuchen von Hrn. Rubens[2]), aus kurzen Stücken einer dickwandigen Glascapillaren, welche über die

1) A. Paalzow u. H. Rubens, Wied. Ann. **37**. p. 769. 1889.
2) H. Rubens, Wied. Ann. **41**. p. 154. 1890.

Drähte geschoben waren und als äussere Belegung je eine einzige Windung von dünnem Kupferdraht enthielten, die mit den Enden des Dynamobolometers verbunden wurden. Ein zweites Flaschenpaar (g) befand sich im Innern des mit der zu untersuchenden Flüssigkeit angefüllten Glastrogs und diente dazu die verschiedenen Brückenstellungen (e, e' etc.) dort ausfindig zu machen, in welchen Resonanz mit dem äusseren System eintrat.

Wie man erkennt, schliesst sich die Versuchsanordnung eng an diejenigen des Hrn. E. Cohn an, dagegen weicht sie in folgenden Punkten von derselben ab.

1) Es wurden 2 Flüssigkeitsbehälter benutzt, von denen der eine aus Metall (Zinkblech), der andere aus Glas bestand, welches auf der Innenseite versilbert war. Die Anwendung metallischer Umhüllungen ist, wie die Hrn. Arons und Rubens gezeigt haben, hierbei von Wichtigkeit, wenn es sich um gut isolirende Substanzen mit nicht zu hohem Brechungsindex handelt. Für Wasser und Alkohol ist dagegen der Einfluss der Metallhülle nur sehr gering, wie weiter unten gezeigt werden wird. Die beiden Gefässe waren durch passende Metalldeckel verschlossen, welche eine Bewegung der Brücke sowie der Leydener Flaschen im Innern des Kastens von aussen her gestatteten.

2) Die beiden Flüssigkeitströge waren erheblich kleiner und enthielten an Stelle von 50 Litern nur 10 bez. 3,5 Liter[1]), was die Aufstellung erleichtert und die Kosten des Experimentes verringert. Der Abstand der Drähte betrug statt 7 nur 2,5 cm.[2])

3) Da ausserhalb und innerhalb des Flüssigkeitstroges stets mindestens 3 Ueberbrückungen stattfanden, (diejenigen an der Grenze mitgerechnet), so erhielt man 2 Werthe, sowohl für die Wellenlänge in Luft, als auch für diejenige in der Flüssigkeit, deren Differenzen dem Einfluss des Kastens zugeschrieben werden müssen. Es zeigte sich, dass diese Differenzen nicht einander gleich waren, d. h. dass der Einfluss

1) Hrn. P. Drude ist es bei Ausführung der oben erwähnten Versuche gelungen, mit noch wesentlich kleinerem Trog und dementsprechend verringerten Flüssigkeitsmengen zu arbeiten.

2) Durch besondere Versuche wurde festgestellt, dass die Verminderung des Abstandes der Drähte von 7 auf 2,5 cm der Resonanzverhältnisse sehr wenig beeinflusst, hingegen etwas grössere Galvanometerempfindlichkeit erforderlich macht.

der Kastenwand nach innen und aussen nicht bei der hier gewählten Versuchsanordnung als gleich angenommen werden darf, wie dies Hr. Cohn für die seinige voraussetzte. Es sind daher zur Berechnung des Brechungsindex die Längen der unmittelbar an die Kastenwand anstossenden Wellen in Flüssigkeit und Luft niemals benutzt worden. Bei der Untersuchung von Wasser konnte von der Verwendung dieser Grössen um so leichter Abstand genommen werden, als innerhalb des Trogs nicht weniger als 4 Brückenstellungen mit Sicherheit bestimmt werden konnten, bei denen Resonanz eintrat. Die Bestimmung der Wellenlängen in Luft sowohl als auch in Flüssigkeit geschah in zweierlei Art. Entweder es wurden, nach Aufsetzen der Brücke *a*, an jeder anderen Stelle des secundären Leiters, an welchen Resonanz zu erlangen war, eine besondere Brücke aufgesetzt, welche dauernd in dieser Stellung verblieb. In diesem Falle rechnete die Länge des Drahts, gemessen von der Mitte einer Brücke bis zur Mitte der benachbarten, d. i. der Abstand zweier benachbarter Brücken vermehrt um die Brückenlänge, als die halbe Wellenlänge. Oder man verschob ein und dieselbe Brücke, nach Herstellung der Ueberbrückung bei *a* längst der Paralleldrähte und markirte die Stellungen, in welchen Resonanz eintrat. Die halbe Wellenlänge war dann ohne weiteres gleich der Länge zu setzten, um welche die Brücke verschoben wurde. Experimentell lässt sich die Richtigkeit dieses Messverfahrens leicht erweisen, da die nach beiden Methoden (mit einer, bez. mehreren Brücken) sich ergebenden Wellenlänge einander gleich sind.

Die Resultate mehrerer in der oben beschriebenen Weise ausgeführter Versuche für destillirtes Wasser sind in der folgenden Tabelle enthalten. Die Buchstaben λ_L bez. λ_W bedeuten die halben Wellenlängen in Luft bez. in Wasser, $n = \lambda_L/\lambda_W$ mit den Brechungexponenten.

Benutzter Trog Material und Grösse	λ_L	λ_W	$n = \frac{\lambda_L}{\lambda_W}$	Temp. (Celsius)
Glas $68 \times 7{,}5 \times 7$ cm	261,3	27,8	8,5	18°
Zink $100 \times 10 \times 10$ cm	299,7	33,5	8,9	16—18
Glas versilbert $68 \times 7{,}5 \times 7$ cm	155,7	17,1 17,6 17,4 } 17,4	8,96	18—20

erste Bestimmung ist mit unbelegtem Glastrog aus-
nd liefert, wie man erkennt, einen nur wenig kleineren
index als die beiden anderen Versuchsreihen. Dass
schied so gering ist, erklärt sich zum grössten Theil
tarken Reflexionsfähigkeit, welche die Wasserober-
gen electrische Schwingungen besitzen, wodurch jene
e eine metallische Umhüllung wirken.

veitem am sorgfältigsten wurden die Versuche mit
versilberten Glastrog angestellt, welche in der Ta-
dritter Stelle aufgeführt sind. Nach diesen Beobach-
cheint der Werth 8,95 für den Brechungsexponenten
ers 19° C. am wahrscheinlichsten.[1])

kürzlich erschienenen Versuche von Hrn. P. Drude
Wellen von 60 cm Länge den Werth $n = 8{,}7$, eine Zahl,
en vorstehenden Beobachtungen gut übereinstimmt.
ngen mit käuflichem, sogenannten absolutem Alkohol,
ch unmittelbar an die Beobachtungen mit Wasser
n, zeigten, dass hierbei die Bedingungen zur Er-
starker und scharf ausgeprägter Maxima viel un-
waren. Der Alkohol scheint für Schwingungen von

schieden von der Zahl, die Hr. Drude für den Brechungsexponenten des Aethylalkohols bei Anwendung 60 cm langer Wellen erhalten hat (4,74), jedoch kann die Differenz Beobachtungsfehlern nicht wohl zugeschrieben werden. Wir werden im Folgenden Gelegenheit nehmen, hierauf zurückzukommen.

II. Brechungsexponenten der Flüssigkeiten für kurze electrische Wellen.

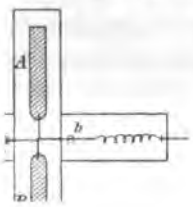
Die bisher mitgetheilten Versuche hatten die Thatsache festgestellt, dass der Brechungsexponent des Wassers für Wellen von 600—300 cm Länge und mit Berücksichtigung der Drude'schen Messungen selbst bis 60 cm Länge als nahezu constant betrachtet werden muss und sich von dem für unendlich lange Wellen sich ergebenden Werth nicht merklich unterscheidet.[1]) Für Alkohol dagegen lieferten unsere Versuche mit grosser Wellenlänge (259 cm) einen etwas höheren Brechungsindex als diejenigen von Hrn. Drude, welche für Oscillationen von vier- bis fünfmal kleinerer Periode gelten, doch war der Unterschied zu klein und die Beobachtungsmethode zu unsicher, um einen bindenden Schluss auf die Inconstanz des Brechungsindex zu gestatten. Besseren Aufschluss mussten hier Versuche mit sehr kurzen, nach Hrn. Righi's[2]) Methode erzeugten electrischen Wellen ergeben. Ich begann damit solche Wellen von 5 cm Länge in der von Hrn. Righi angegebenen Weise zu produciren und zu beobachten, und versuchte die Ablenkung zu messen, welche electrische Strahlen dieser Art in einem mit Flüssigkeit angefüllten Hohlprisma aus Spiegelglas erfahren. Die Dimensionen einer Seite des Hohlprismas betrugen 15×25 cm. Der brechende Winkel war gleich 10 Grad. Mit dieser Einrichtung liess sich der Brechungsindex von Ricinusöl (2,2) leicht feststellen, doch versagte dieselbe vollkommen, wenn sich Wasser oder Alkohol im Innern des Hohlprismas befand. Auf der von dem Erreger abgewendeten Seite des Prismas war mit Hülfe der Funkenmethode nicht die geringste Energiemenge

1) Die genauen Bestimmungen des Hrn. Heerwagen (Wied. Ann. **49.** p. 279. 1893) liefern für die Wurzel aus der Dielectricitätsconstante den Werth $n = 8{,}99$ bei 17° C.

2) A. Righi, Rendiconte della R. Accad. de Lincei, **2.** 1. Sem., (11). p. 505.

ır. Ausser dem Verlust an Absorption, welcher, unten gezeigt werden wird, sehr bedeutend ist, ıoch die Schwächung durch Reflexion sowohl an den n als auch an den Flüssigkeitsoberflächen hinzu, ı der auffallenden Energie nur ein verschwindend ɔruchtheil zum Austritt gelangt.

urde daher zunächst der Versuch gemacht, einen ıeren Empfangsapparat herzustellen. Zu diesem ırde analog der von Hrn. Klemenčič[1]) zur Unter- ınger Wellen benutzten thermoelectrischen Vorrich- Thermoelement construirt, welches sich als ausser- empfindlich erwies. Aus Fig. 2 ist die Einrichtung ingers zu ersehen. *A* und *B* sind Streifchen aus



Schablonenblech, 10mm lang, 1,5mm breit, durch einen 4 mm breiten Zwischenraum voneinander getrennt. An die beiden einander gegenüberstehenden Enden sind kurze Stückchen eines sehr feinen

der Empfänger nebst Hohlspiegel in einem leichten Kasten aus weissem Carton dauernd untergebracht, einem Material, von welchem vorher durch Versuche festgestellt worden war, dass es für die benutzten electrischen Strahlen sehr gut durchlässig ist. Bei Benutzung des Righi'schen Erregers lieferte dieser Empfänger in Verbindung mit einem Elliot'schen Galvanometer von 5 Ω Widerstand in 1 m Abstand Ausschläge von 100—200 mm, je nach der Regulirung des Erregerfunkens.

Der Theorie nach sollten die Galvanometerausschläge der Energie der aufgenommenen Schwingung proportional sein. Um diesen Satz zu prüfen, wurden die hinter dem Erreger und Empfänger befindlichen Hohlspiegel entfernt und die Angaben des Empfängers in 25 und 50 cm Entfernung untersucht. Es ergab sich, dass sich die Ausschläge in beiden Fällen fast genau von 1 zu 4 verhielten, ein Resultat, welches das Vorhandensein der genannten Proportionalität bestätigt. Durch Anwendung des Thermoelementes wurde also nicht nur eine bei weitem höhere Empfindlichkeit erzielt, sondern auch die Möglichkeit gegeben, quantitative Messungen dieser schnellen Schwingungen vorzunehmen.[1])

Nunmehr wurde der Prismenversuch unter Benutzung des verbesserten Empfängers für Wasser und Alkohol wiederholt, aber wiederum mit dem gleichen negativen Erfolg. Während man bei directer Gegenüberstellung des primären und secundären Leiters mehr als 100 mm Ausschlag erhielt[2]), war bei Einschalten des mit Wasser oder Alkohol gefüllten Prismas jenseits desselben an keiner Stelle des Raumes Energie nachzuweisen. Selbst eine zwischen Spiegelglaswänden eingeschlossene planparallele Schicht von destillirtem Wasser oder reinem Alkohol von 11 mm Dicke schwächte die hindurchgehenden

1) Ein ähnliches Verfahren hat neuerdings Hr. P. Lebedew zur Messung noch kürzerer Wellen mit gutem Erfolg angewandt (Wied. Ann. **56**. p. 1. 1895).

2) Bei diesen Versuchen befand sich zwischen Primär- und Secundärleiter stets ein grosser Metallschirm mit einem Diaphragma von 10×12 cm, vor welchem das Prisma aufgestellt wurde. Diese Vorrichtung, welche auch bei den im Folgenden beschriebenen Absorptionsmessungen zur Anwendung gelangte, diente dazu, die Wirkung aller Strahlen auszuschliessen, die nicht durch das Prisma gingen.

en Strahlen so beträchtlich, dass kaum 2—3 Proc. Empfangsapparat gelangten, während das leere Abgefäss 57 Proc. der auffallenden Strahlung hindurch-Versuche mit einem zweiten Absorptionsgefäss von nm lichter Weite ergaben folgende Resultate:

äss	Durchlässigkeit	55 Proc.	der	auffallenden	Strahlung
Alkohol	„	51	„	„	„	„
destill. Wasser	„	32	„	„	„	„

die Reflexion an einer 0,4 mm dicken absorptionsissigkeitsschicht für Wellen von 5 cm Länge nur sehr in kann, selbst wenn der Flüssigkeit der Brechungsukommt, muss die hier beobachtete starke Schwächung, ei dem Alkohol 8 Proc., bei dem Wasser 33 Proc. beect oder indirect durch Absorption hervorgebracht sein. e Erfahrungen haben mich dazu veranlasst, den Prismenufzugeben und die Erreichung des angestrebten Zieles, Ermittelung der Brechungsexponenten von Wasser und für kurze electrische Wellen, auf indirectem Wege zu . Da die oben beschriebene Untersuchungsmethode ive Messungen der electrischen Strahlung gestattete,

Reflexionsformeln in dem vorliegenden Falle wohl berechtigt ist. Für Wasser ist ferner die Unabhängigkeit des Reflexionsvermögens von dem Extinctionscoefficienten innerhalb weiter Grenzen durch besondere Versuche festgestellt worden, auf welche wir später zurückkommen werden.

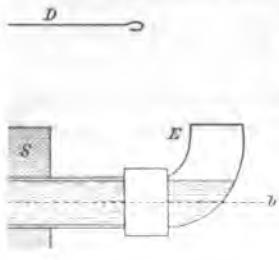
Zur Messung des Reflexionsvermögens der Flüssigkeiten ist es erforderlich, die von der Flüssigkeitsoberfläche reflectirte Strahlung mit der directen zu vergleichen. Es empfiehlt sich jedoch aus praktischen Gründen, diese Vergleichung nicht unmittelbar vorzunehmen, sondern es ist vortheilhafter, das Verhältniss des Reflexionsvermögens der Flüssigkeitsoberfläche zu demjenigen einer Metallfläche festzustellen und das Reflexionsvermögen der Metallfläche besonders zu bestimmen. Es zerfällt somit dieser Abschnitt der Untersuchung in zwei gesonderte Theile, von denen sich der erste mit der Messung des Reflexionsvermögens eines Metallblechs beschäftigt, während der zweite die Vergleichung des Reflexionsvermögens von Flüssigkeits- und Metalloberflächen zum Gegenstand hat.

Reflexionsvermögen einer Metallfläche für senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirte electrische Schwingungen.

Der von Hrn. Righi angegebene primäre Leiter, welcher zur Erzeugung kurzer electrischer Wellen dient, hat den Nachtheil, dass er nur in aufrechter Lage benutzt werden kann. Es war daher nöthig, denselben für den vorliegenden Fall etwas umzuändern. Nach mehrfachen Versuchen wurde demselben die in Fig. 3 dargestellte Form gegeben. A und A' bedeuten zwei 5 cm lange Stückchen eines Glasrohrs von 3 mm lichter Weite. In die einander zugekehrten Enden sind zwei Messingstückchen von 2 mm Dicke und 8 mm Länge eingekittet, deren Kanten sorgfältig abgerundet sind. Diese

leicht einzusehen, dass diese Zahl viel zu hoch ist, da entgegen unserer Voraussetzung zweifellos an der dünnen Wasserschicht Reflexion eintritt, denn die an ihrer Vorder- und Rückfläche reflectirten Strahlen besitzen infolge der Absorption zu ungleiche Intensität, um sich durch Interferenz vernichten zu können. Die Versuche mit der 11 cm dicken Wasserschicht würden, ebenfalls unter Vernachlässigung der Reflexion, den Werth $k = 1{,}3$ liefern, und auch diese Zahl wäre hiernach noch viel zu hoch. Für die benutzten 5 cm langen Wellen berechnen sich für Alkohol noch kleinere Werthe von k.

n sind in einem etwas weiteren T-Rohr mittels
n der in Fig. 3 dargestellten Weise befestigt und
ırt, dass sich das eine von beiden mit leichter Rei-
seinem Kork vor und zurück bewegen lässt, sodass
Entfernung zwischen den beiden Messingstücken nach
variiren kann. Zwei rechtwinklig gebogene Drähte
′ von 1 mm Dicke, welche an ihren Enden mit Oesen
sind, ragen in das Innere der Röhren *A* und *A′* und
ı mit Hülfe kleiner Holzstückchen befestigt, welche
igenden Halt gewähren, aber kleine Verschiebungen
te gestatten. Von den äusseren Oesen dieser Drähte
erbindungen nach den Polklemmen eines kleinen In-



ductoriums, dessen Entladungen also hier drei Funkenstrecken zu überspringen haben. Das Innere des T-Rohrs ist bis oberhalb der mittleren Funkenstrecke mit Paraffinöl angefüllt, welches durch den in der Rich-

durch Holzstäbe starr befestigt ist, sodass bei einer Drehung des Erregers die mittlere Funkenstrecke eine unveränderte Lage beibehält und stets im Brennpunkt des Hohlspiegels bleibt. Die mit diesem Apparat angestellten Versuche ergeben, dass die Intensität der Strahlung von der Länge der beiden äusseren Funkenstrecken nur wenig abhängt, dass hingegen die Länge der mittleren Funkenstrecke von sehr erheblichem Einfluss ist. Eine mikrometrische Verschiebung des einen Glasrohres *A* wäre daher sehr vortheilhaft gewesen, doch functionirte der Apparat auch in der von mir angewendeten Form zufriedenstellend.

Zur Bestimmung des Reflexionsvermögens der Metallfläche wurde die folgende in Fig. 4 dargestellte Versuchsanordnung gewählt. *c* bedeutet darin den sphärischen Concentrationsspiegel von 50 cm Oeffnung, in dessen Brennpunkte sich der Erreger *E* befindet. Vor demselben ist in 25 cm Entfernung ein Nagel senkrecht in die Platte des Experimentirtisches eingeschlagen, welcher einem Holzarm von 30 cm Länge als Drehpunkt dient. Am äusseren Ende dieses Armes ist der parabolische Cylinderspiegel befestigt, in dessen Brennlinie der oben beschriebene secundäre Leiter angebracht ist. Legt man den Arm gegen den Anschlageklotz *a*, so hat der Arm genau die Richtung der aus dem Hohlspiegel *c* austretenden Strahlen, dreht man ihn dagegen bis zu seiner Berührung mit dem Anschlagklotz *a'*, so steht er genau senkrecht zur Strahlenrichtung. Ueber dem Drehpunkte des Armes lässt sich ein ebenes, quadratisches Zinkblech *M* von 40 cm Seite und 1 mm Dicke unter 45° zur Strahlenrichtung vertical befestigen und ebenso leicht wieder entfernen. Es ist leicht einzusehen, dass man mit Hülfe dieser Vorrichtung das Reflexionsvermögen des Zinkblechs für 45° Incidenz dadurch bestimmen kann, dass man abwechselnd die directe Strahlung bei *a* beobachtet, während das Zinkblech entfernt ist, dann dasselbe in der oben genannten Lage über dem Drehpunkte des

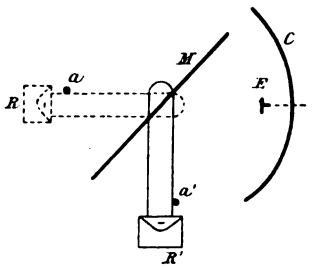


Fig. 4.

efestigt und die reflectirte Strahlung bei a' misst. ältniss beider Ausschläge ist das gesuchte Reflexions-. Um von den Schwankungen in der Intensität der aus- Strahlung möglichst unabhängig zu sein, wurden die eihen stets in folgender Weise angestellt. Es wurden chläge in der Stellung a beobachtet, hierauf vier in ng a', wiederum vier bei a etc., bis eine Reihe von s 24—32 aufeinanderfolgender Ablesungen vorhanden he an der Wiederkehr der gleichen Zahlen deutlich iess, dass eine Aenderung der ausgesandten Strahlungs- in merklichem Maasse nicht stattgefunden hatte, ls wurde die Versuchsreihe verworfen.

Electrische Componente parallel der Einfallsebene.

reflectirt	
60	
68	
70	
66	
	67
	71

gestatten, gebe ich eine Versuchsreihe, welche als „mittelgut" bezeichnet werden könnte, in aller Ausführlichkeit. Von den übrigen Serien sind nur die Resultate wiedergegeben.

Resultate sämmtlicher Versuchsreihen.

Electrische Componente senkrecht zur Einfallsebene	Electrische Componente parallel zur Einfallsebene
99,5	87,9
101,0	93,1
100,1	88,8
100,2	93,2
	92,9
	95,9
	93,8
	93,5
	92,4

Es ergiebt sich hieraus, dass eine Metallfläche unter 45° Incidenz diese Strahlung nahezu vollkommen reflectirt, wenn die electrischen Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene erfolgen, dass dagegen ca. 8 Proc. bei der Reflexion absorbirt werden, wenn die Schwingungsrichtung der electrischen Componente in die Einfallsebene fällt.

Reflexion der electrischen Schwingungen an Flüssigkeitsoberflächen.

Um die Vergleichung der an der Metalloberfläche und Flüssigkeitsoberfläche reflectirten Strahlungsmengen vornehmen zu können, musste die Versuchsanordnung in der in Fig. 5 angedeuteten Weise modificirt werden. Ein flaches, rechteckiges Gefäss (L) von 44 × 36 cm Oberfläche aus Papiermaché, wie solche zum Entwickeln photographischer Platten verwendet werden, wurde bis zum Rande mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Die Axe des Erregers und seines Hohlspiegels wurden in der einen Richtung, die Axe des Empfangsapparates in der anderen Richtung um 45° gegen die Horizontale geneigt, sodass sich die von dem primären Leiter ausgehenden Strahlen nach Reflexion an der Flüssig-

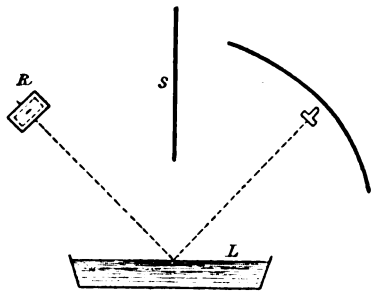


Fig. 5.

läche im Brennpunkte des secundären Hohlspiegels reinigten. Infolge der starken Absorption von Wasser hol für die zur Untersuchung benutzten electrischen ngen gelangt die an der Bodenfläche des Gefässes Strahlungsmenge nicht in merklichem Betrage zum Aus- ıss man es praktisch nur mit einer einmaligen Reflexion at. Ein Metallschirm *S* diente dazu, eine in geringem rhandene directe Einwirkung des primären Leiters secundären zu beseitigen. Ein bis zwei Millimeter Flüssigkeitsoberfläche befanden sich drei Glasspitzen, ıe das ebene Zinkblech, dessen Reflexionsvermögen ıtersucht worden war, aufgesetzt werden konnte, so- Reflexion dann an der Metallfläche stattfand, ohne dem Strahlengang etwas geändert war.

Electrische Componente *senkrecht* zur Einfallsebene.

Wasser-oberfläche	Metall-oberfläche
31	41
31	41
30	43
31	42

ponente der Einfallsebene parallel, so ist zur Erlangung des richtigen Reflexionsvermögens das Verhältniss der beiden Ausschlagsmittel noch mit dem Factor 0.924 zu multipliciren.

Electrische Componente *parallel* zur Einfallsebene.

Wasser-oberfläche	Metall-oberfläche
18,5	33
18,5	32
19,5	30
18,5	32,5
19,5	35
21,0	31
17,5	31,5
18,0	32
18,0	27
15,5	
19,0	
17,5	
Mittel 18,4	31,6

$$R_p = \frac{18{,}4 \times 0{,}924}{31{,}6} = 53{,}7\,\%$$

Die folgende kleine Tabelle enthält die Resultate dieser sämmtlichen Versuchsreihen für Wasser. Die Incidenz beträgt stets 45°.

Reflexionsvermögen.

Electrische Componente senkrecht zur Einfallsebene	Electrische Componente parallel zur Einfallsebene
R_0	R_p
73,6 %	45,6 %
73,9	53,7
69,8	57,1
73,0	54,6
71,8	Mittel 52,7 %
Mittel 71,8 %	

Setzt man diese Werthe für das Reflexionsvermögen in die beiden Fresnel'schen Formeln ein, welche für senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirte Strahlen gelten

$$(1) \qquad (u_p)^2 = \left(\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \cos i}\right)^2.$$

$$(2) \qquad (u_s)^2 = \left(\frac{n^2 \cos i - \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n^2 \cos i + \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right)^2$$

worin i den Incidenzwinkel (45°), n den Brechungsindex und u die Amplitude der Schwingung bedeutet, so erhält man unter der Annahme, dass die electrischen Schwingungen senk-

Polarisationsebene erfolgen, mithin $R_p = (u_s)^2$ und zu setzen ist, die Resultate:

aus Gleichung (1)	$n = 8{,}8$
aus Gleichung (2)	$n = 8{,}9$
Mittel	$n = 8{,}85$

sämmtlichen Reflexionsversuche wurden mit reinem n Wasser ausgeführt; es zeigte sich jedoch, dass bliche Verunreinigungen des Wassers das Reflexions- nicht merklich beeinflussen. Selbst ein Zusatz von :m Schwefelsäure war nach dieser Hinsicht voll- virkungslos, obwohl hierdurch die Leitungsfähigkeit rption des Wassers zweifellos stark erhöht wurde. rsuch bildet einen weiteren Beleg für die Richtig- :er oben gemachten Annahme, dass die Absorption ı Wassers nicht genügend gross ist, um die An- :it der Fresnel'schen Formeln in Frage zu stellen. dem Reflexionsvermögen dieser kurzen Wellen be- ich nahezu der gleiche Werth für den Brechungs- ı, welchen auch die Versuche mit langen Wellen atten. Wesentlich andere Ergebnisse lieferten da-

hiernach in hohem Grade wahrscheinlich, dass der Alkohol in diesem Spectralbereich noch starke Dispersion besitzt. Dem Sinn dieser Dispersion entsprechend wäre für Strahlen, deren Wellenlänge 5 cm (in Luft) überschreitet ein (oder mehrere) Absorptionsstreifen vorhanden, welcher zu anomaler Dispersion Veranlassung geben.[1]) Versuche mit Wellen von 1 cm und 8 cm Länge, welche in Vorbereitung sind, sollen hierüber weiteren Aufschluss geben. Es wäre ferner sehr erwünscht, dieses in etwas indirecter Weise gewonnene Resultat durch eine andere, hiervon unabhängige Methode zu prüfen.

Die Ergebnisse dieser Versuche waren so unerwartet, dass ich es für gut fand, zur Prüfung der Methode auch einige Reflexionsmessungen an Petroleum vorzunehmen, dessen Brechungsexponent für electrische Wellen von jeder Länge genügend sicher bekannt ist.[2]) Um die Reflexion von der Bodenfläche des Gefässes thunlichst zu vermeiden, war es hier erforderlich ein möglichst tiefes Gefäss zu benutzen. Es stand hierzu ein cylindrisches Glasgefäss von 20 cm Durchmesser und 21 cm Tiefe zur Verfügung; es stellte sich jedoch heraus, dass auch dieses den Anforderungen nicht vollkommen genügte, da auch das leere Gefäss eine noch merkliche Reflexionswirkung ausübte, welche zwar sehr schwach war, aber gegenüber der geringen Reflexionsfähigkeit des Petroleums nicht vernachlässigt werden konnte. Dieser Effect, welcher, wie Versuche zeigten, zum grössten Theil von der Reflexion an dem oberen wulstigen Rand des dickwandigen Glasgefässes herrührte, wurde deshalb genau gemessen und von den Resultaten in Abrechnung gebracht, welche für die Intensität der an dem mit Petroleum gefüllten Gefäss reflectirten Strahlung erhalten wurden. Es ergab sich so das Reflexionsvermögen des Petroleums für senkrecht zur Einfallsebene schwingende electrische Strahlen bei 45° Incidenz zu 9,2 Proc. Es entspricht dies einem Brechungsexponenten

---

1) Diese Vermuthung wird durch die oben erwähnte Thatsache bestätigt, dass der Alkohol für Wellen von 3—6 cm Länge ein Absorptionsvermögen besitzt, welches dasjenige des Wassers noch erheblich übertrifft.

2) Petroleum gehört zu der Klasse von Stoffen, für welche das Maxwell'sche Gesetz in seiner ursprünglichen Form mit guter Annäherung gilt. Vgl. auch die oben citirte Abhandlung von L. Arons und H. Rubens.

ıs mit den bisherigen Beobachtungen in guter Uebe r-
g ist. Für electrische Schwingungen, welche parallel
sebene erfolgten, war das Reflexionsvermögen des
unter den nämlichen Bedingungen so gering, dass
ıssen zuverlässige Resultate nicht erhalten werden
s hängt dies unzweifelhaft mit dem Umstand zu-
lass der Incidenzwinkel von 45° den Polarisations-
ıt mehr fern liegt.
esseren Uebersicht stellen wir schliesslich die Re-
nmtlicher Reflexionsversuche in einer Tabelle zu-

Reflexionsvermögen (in Procenten)		Entsprech. Brechungsindex berechnet nach	
electr. Comp. senkr. z. Einf.	electr. Comp. parall. z. Einf.	Formel (1)	Formel (2)
100	92,4	—	—
71,8	52,7	8,8	8,9
40,5	15,4	3,2	3,1
9,2	—	1,5	—

10. *Zur Gas- und Dampfdichtenbestimmung mittels der Drucklibelle; von M. Toepler.*

Es lassen sich bekanntlich, wie schon Hr. Recknagel mit dem von ihm angegebenen Differentialmanometer gezeigt hat[1]), auf die Anwendung hydrostatischer Druckmessungen brauchbare Methoden der Gasdichtenbestimmung gründen, bei denen von der Benutzung der Waage abgesehen wird. Diese Methoden sind wohl nur deshalb bisher wenig beachtet worden, weil Wägungen in Bezug auf Einfachheit und Sicherheit von wenigen physikalischen Operationen erreicht wurden.

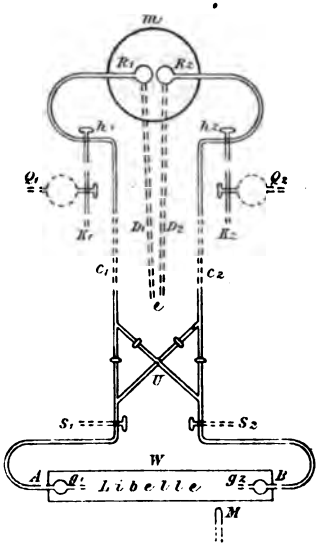


Fig. 1.

Nachdem mein Vater neuerdings nachgewiesen hat, dass die von ihm zu magnetischen und luftthermometrischen Studien construirte Drucklibelle[2]) enorm kleine Gasdruckdifferenzen misst, dürfte es nicht ohne Nutzen sein, an einem durchgeführten Beispiele zu zeigen, dass mit demselben Hülfsmittel Gasdichtemessungen in Druckrohrsystemen von handlichen Dimensionen möglich sind, und dass es sich der Mühe lohnen würde, Beobachtungen der Art zu analytischen Zwecken weiter auszubilden.

Der Apparat Fig. 1 der zuletzt citirten Abhandlung wurde zunächst in eine für Gasdichtenbestimmungen zweckmässigere

1) G. Recknagel, Wied. Ann. **2.** p. 291. 1877.

2) Vgl. A. Toepler, Wied. Ann. **56.** p. 609. 1895. Zur Demonstration der ungleichen Dichtigkeit kalter und warmer Luft eignet sich schon das Differentialmanometer von Recknagel (vgl. dessen Abh. p. 302).

racht; diese ist mit Benutzung derselben Buchstaben igegebenen schematischen Grundrisszeichnung (Fig. 1 r Seite) ersichtlich.

beiden verticalen Druckrohre R_1 und R_2 waren dies- passende Anordnung des *unteren*, genau horizon- llarensystems dicht nebeneinander gebracht, und von *einsamen* Mantelrohr (*m*) umgeben. Die Druckrohre en vorliegenden Zweck auf gleicher, hinreichend con- mperatur erhalten. Bei den mitgetheilten Beobach- schah dies durch Einfüllung von Wasser in *m*. Bei tebestimmungen würde natürlich für entsprechende ung in *m* zu sorgen sein. Die hierzu nöthigen Ab- n unseres Grundschemas, bei denen auch auf die ung störender Condensation in den Capillaren zu re, können der Praxis der chemischen Laboratorien bleiben.[1]) An die Druckrohre waren *oben* die punk- neten Rohre D_1 und D_2 seitwärts genau horizontal[2]) sie endigten getrennt aber dicht nebeneinander bei *e*. wurde wieder der Einfluss localer Störungen ver- n Umstand, der für Beobachtungen in Räumen, in

dunstung dürfte für feine Beobachtungen aus weiter unten entwickelten Gründen nicht unwesentlich sein.

An die Enden A und B der Libelle, deren Einrichtung und Theorie in der citirten Abhandlung eingehend behandelt ist, setzt sich ein *möglichst symmetrisches* Rohr- und Hähnesystem an. Auf der Libellenseite A kann man damit bei passender Hahnstellung folgende Operationen nacheinander ausführen.

Man verbindet zuerst K_1 mit R_1 und D_1. Bei K_1 befindet sich ein Gasentwickelungsapparat, welcher das zu untersuchende Gas liefert (in unserem Falle Kohlensäure); aus ihm fliesst dann das Gas nach R_1 und D_1, füllt beide und fliesst schliesslich durch das offene Rohrende bei e ins Freie.

Zweitens kann man dann C_1 mit R_1 und D_1 verbinden. K_1 ist jetzt ausgeschlossen, ebenso der Trockenapparat Q_1.

Genau ebenso kann man dann auf der Libellenseite B mit einem anderen Gase von bekanntem specifischen Gewichte verfahren. Man kann aber auch, wie ich der Einfachheit halber annehmen will, R_2 einfach mit Zimmerluft füllen. Das Hahnsystem benutzt man dann, um das Druckrohr R_2 ab und zu neu zu füllen und so etwa von B nach R_2 diffundirte Xyloldämpfe zu beseitigen.

Beobachtet wird nun die durch abwechselndes Umschalten des Hahnsystems U erhaltene Aenderung des *Gleichgewichtszustandes* der Libellenflüssigkeit, und zwar entweder direct durch Ablesung der Fadenverschiebung mit der Lupe an einer feinen Scala, oder zweckmässiger durch Compensation des Ausschlages und Beobachtung mit Fadenkreuz im Mikroskope M, wie es in der citirten Abhandlung p. 613 beschrieben ist. Hierzu ist es freilich nöthig die Libelle auf einem sogenannten Libellenprober oder einer ähnlichen Vorrichtung aufzustellen, welche den zur Compensation des Ausschlages nöthigen Drehwinkel mittels Elevationsschraube bestimmen lässt. In dem unten ausgeführten Beispiele stand die Libelle auf dem schon früher[1]) eingehend beschriebenen Libellenprober; meine Ablesungen geschahen nach der Compensationsmethode.

Während der Beobachtungen wird langsam das in D_1 befindliche Gas bei e hinausdiffundiren, bis schliesslich die

1) A. Toepler, l. c. p. 611 u. 612.

neindiffundirende Luft das Druckrohr R_1 erreicht.
ah z. B. bei 2 mm weiten und je 70 cm langen
und D_2 bei Benutzung von Kohlensäure in R_1 und
h mehr als 12 Min.[1]) Durch passende Construction
ohrenden kann man einerseits ihre vollständige
eichtern, andererseits auch den Einfluss der Diffu-
ie Ablesungen sehr verzögern. Indessen genügt
aum, wie meine Versuche zeigen, vollkommen, um
ten Beobachtungssatz auszuführen. Ist R_2 mit
gefüllt, so fällt der Einfluss der Diffusion an diesem
natürlich fort. Beginnt schliesslich die fortschrei-
ion die Ablesungen störend zu beeinflussen, so ge-
infache Drehung des Hahnes h_1, um R_1 und D_1 mit
zu füllen; ein einfaches Zurückdrehen des Hahnes
h_1 und D_1 wieder mit der Libelle, und die Ab-
nnen fortgesetzt werden.

nicht allein in D_1 findet Diffusion statt. Auch in
ntalen Rohre C_1 diffundirt von h_1 aus das Gas, von
ldampf. Weil C_1 nicht in den freien Raum mündet,
lie Diffusionsgeschwindigkeit nach einem bekannten

Man saugt vor jedem Beobachtungssatze mittels der l. c. beschriebenen einfachen Vorrichtungen bei S_1 und S_2 frische Luft durch die Trockenvorlagen Q_1 und Q_2, entfernt dadurch das Diffusionsgemenge aus den Capillaren und ersetzt es durch neue getrocknete Luft.

Beobachtet man direct (ohne Compensation) die *Verschiebungen der Kuppe bei der Umschaltung*, so gilt nach Gleichung (1) der citirten Abhandlung unmittelbar

$$(1) \qquad 2 \,.\, \Delta l \,.\, \sin \alpha \,.\, \sigma_1 = \frac{H \,.\, (s - s_0)\, b}{(1 + a\, t)\, b_0} \,.$$

Hierin bedeutet wie dort

Δl die beobachtete einseitige Kuppenstandsverschiebung;

α den auf verschiedene Weise bestimmbaren halben Knickungswinkel der Libelle;

σ_1 das specifische Gewicht der Libellenflüssigkeit (Xylol) *bei ihrer Temperatur während der Δl-Ablesungen* (bei ganz feinen Messungen unter Berücksichtigung des Xyloldampfes, vgl. p. 620 der citirten Abhandlung);

H die (nach Annahme bei beiden Rohren R_1 und R_2 gleiche) wirksame Druckhöhe, gemessen zwischen den beiden horizontalen Capillarensystemen oben und unten;

s das *gesuchte* specifische Gewicht (bei 0^0 und 76 cm Barometerdruck) des Gases in dem *einen* Druckrohre (R_1);

s_0 das bekannte specifische Gewicht des Gases in dem *anderen* Druckrohre R_2 (in unserem Falle feuchte Luft);

t die beiden Gasen gemeinsame Temperatur nach Celsius;

a ist gleich $1/272{,}5$ [1]);

b bedeutet den mittleren Barometerstand während der Versuche;

b_0 den Barometerdruck von 76 cm Quecksilber.

---

in der Ueberführung der gekreuzten Rohrstücke der Umschaltevorrichtung U aufsteigen, tritt eine zwar kleine aber bei feinen Messungen bemerkbare Störung der Ausschläge ein; diese verschwindet aber, sobald die in Rede stehende sehr kurze Ueberführung mit Xyloldämpfen im wesentlichen homogen gesättigt ist.

1) Bei sehr genauen Untersuchungen wird natürlich die Möglichkeit einer Verschiedenheit der Ausdehnungscoefficienten im Auge zu behalten sein; ohne weiteres werden die Beobachtungen aber die Dichten *bei der Versuchstemperatur* geben. Dasselbe gilt aber auch bei anderen Methoden der Gas- bez. Dampfdichtebestimmung.

eobachtungen dieser Art ist die Libelle jedesmal
Normallage (mit beiderseits ungefähr gleicher
gung) einzustellen, zu welchem Zwecke das Instru-
einer gewöhnlichen Standlibelle zu verbinden ist.
ɔmmen ist dabei vollkommene Geradheit der Li-
kel und — wegen des erheblichen Einflusses der
te — genaue Gleichheit der Rohrquerschnitte voraus-
as Libellenrohr muss deshalb vorher bezüglich der
·Werthe geaicht werden und zwar in beiden Schen-
eser Aichung kann (mit den nöthigen Abänderungen)
rn. Recknagel bereits empfohlenes sehr genaues
angewendet werden. Bei den Beobachtungen sind
llgemeinen die Kuppenverschiebungen an *beiden*
zu lesen; das arithmetische Mittel ihrer Aichungs-
dann in der Formel zu benutzen. Obgleich ich
nach dieser Methode nicht angestellt habe, so
doch nicht, dass man damit zu guten Resultaten
ird.

chtet man andererseits nach dem Compensations-
so gilt nach Gl. (2) der citirten Abhandlung über

suche zu bestimmenden [1]) Einflusses der Veränderung der Oberflächenspannung nach Gleichung (3) jener Abhandlung.

Man kann aber auch ohne Kenntniss dieser Correction zu guten Resultaten gelangen, wenn man folgendermassen verfährt: Der Apparat wird zunächst im Druckrohre R_1 mit einem Gase, dessen specifisches Gewicht s_1 *genau* bekannt sein möge, beschickt. Man erhält dann einen Werth Δz_1; die zugehörigen übrigen Werthe seien auch alle mit dem Index 1 versehen, so t_1, b_1, λ_1, σ_{11}. Dann ist, wenn der oben erwähnte Correctionsfactor mit F bezeichnet wird

$$F \cdot \frac{\varphi}{2} \cdot \lambda_1 \cdot \sigma_{11} \cdot \Delta z_1 = \frac{H(s_1 - s_0)}{(1 + a t_1)} \cdot \frac{b}{b_0} . \tag{3a}$$

Wird hierauf *dasselbe* Druckrohr R_1 mit dem Gase von *gesuchtem* specifischen Gewichte gefüllt, so ist

$$F \cdot \frac{\varphi}{2} \cdot \lambda \cdot \sigma_1 \cdot \Delta z = \frac{H(s - s_0)}{(1 + a t)} \cdot \frac{b}{b_0} \tag{3}$$

also, nach Elimination von F

$$s = s_0 + (s_1 - s_0) \frac{(1 + a t)}{(1 + a t_1)} \cdot \frac{b_1}{b} \cdot \frac{\lambda \sigma_1}{\lambda_1 \sigma_{11}} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta z_1} . \tag{4a}$$

Folgten die beiden Versuche unmittelbar aufeinander so ist $\lambda_1 \sigma_{11} = \lambda . \sigma_1$; $t_1 = t$; $b_1 = b$ zu setzen.

Dann reducirt sich die Formel auf den äusserst einfachen Ausdruck

$$s = s_0 + (s_1 - s_0) \frac{\Delta z}{\Delta z_1} . \tag{4}$$

Wesentlich ist hierbei der Umstand, dass auch die direct nie ganz genau bestimmbare Druckhöhe H aus den Gleichungen eliminirt ist, ebenso wie die Libellenconstante φ; man sieht, dass die letztere Beobachtungsweise für den praktischen Bedarf wohl die am meisten in Frage kommende sein dürfte, da nur die in chem. Laboratorien leicht zugänglichen Bestimmungsgrössen gefordert sind.

Die Entwickelung von Gleichung (4a) und (4) setzt voraus, dass F als wirkliche Constante anzusehen ist. Dies ist aber

1) Die Grösse dieses Factors wäre, wie man sieht, durch einen einzigen Versuch nach Gleichung (3a) mit zwei Gasen, deren specifische Gewichte allerdings *sehr genau* bekannt sein müssten, gegeben, wenn φ vorher gemessen ist.

gewissen einschränkenden Voraussetzungen hinrei-
Fall.
rsuche hierzu haben gezeigt, dass es, um die bei
gungen zu erzielende Genauigkeit zu erreichen, er-
st, die zur Compensation nöthigen Drehwinkel kleiner
Minuten zu halten. Um hierzu für die praktischen
se einen Anhalt zu geben, sei bemerkt, dass für
e von 40 cm Dreharm und ebensolcher Fadenlänge
Druckhöhe H von 50 cm, Luft und Kohlensäure als
ase genügen, um Gase bis zu einer Dichte von etwa
1) oder etwa dem Moleculargewichte 60 zu unter-
ir schwerere Gase würde man anstatt Kohlensäure
eres Vergleichsgas zu benutzen haben.
ziffernmässigen Mittheilung einer Gasdichtenbestim-
s noch eine Bemerkung zu dem oben besprochenen
sfactor F vorangeschickt werden, welcher wegen der
en der Libelle entstehenden Variationen der Capil-
ıg in den Xylolkuppen nöthig ist, wenigstens für
eobachtungen. Die Oberflächenspannung wird zu-
ı den Querschnittsungleichheiten der Libellenröhre

rechte Seite der Gleichung) unverändert bleiben. Dann bemerkt man, dass sich zwar die Ablesungen an der Schraube ändern, ihre Differenzen Δz jedoch merklich constant bleiben, wenn man in gleichen Zeitabschnitten umschaltet. Folgende Tabelle gibt ein kleines Beispiel; R_1 war mit Kohlensäure, R_2 mit Luft gefüllt.

Schraubenablesungen beim Umschalten der Libelle	Δz aus je drei successiven Einstellungen	Abweichungen vom Mittel
$z_1 = 56{,}6$		
$z_2 = 2045{,}5$	$z_2 - \frac{1}{2}(z_1 + z_3) = 1989{,}7$	0,0
$z_3 = 55{,}0$	$\frac{1}{2}(z_2 + z_4) - z_3 = 1989{,}6$	− 0,1
$z_4 = 2043{,}7$	$z_4 - \frac{1}{2}(z_3 + z_5) = 1989{,}5$	− 0,2
$z_5 = 53{,}4$	$\frac{1}{2}(z_4 + z_6) - z_5 = 1990{,}0$	+ 0,3
$z_6 = 2043{,}1$	etc.	
etc.		

Während also die z-Werthe sehr merklich (um drei Einheiten) abnahmen, beiben die Δz bis auf kleine Bruchtheile constant. Diese Wahrnehmung macht man bei Beobachtungen mit der Libelle häufig. Ist nun in Gleichung (3) die rechte Seite ungeändert, und bleibt links Δz konstant, so ist während des Beobachtungssatzes auch F constant geblieben, da die Factoren $\varphi/2$ und $(\lambda . \sigma)$ nach der Construction der Libelle von kleinen Variationen der Temperatur nicht abhängig sind, kurz, die Thatsachen zeigen, dass man bezüglich der Capillarkräfte vom Temperatureinfluss auf diese absehen kann, wenn man nach der Compensationsmethode mit ein und demselben Xylolfaden arbeitet, und die Temperaturschwankungen der Libelle durch das Bad W in engen Grenzen hält.

Beispiel zu der Beobachtungsweise nach Gleichung (2).

In das Druckrohr R_1 wurde ein Gasgemenge (Kohlensäure mit etwas Luft verunreinigt) geleitet, das andere Druckrohr war einfach mit Zimmerluft gefüllt. Da ein Vergleich der Ablesungen nur möglich ist bei Benutzung eines sicher bei allen Beobachtungssätzen *gleichen* Gasgemenges, so wurde ein grösserer Gasometer mit dem Gemenge gefüllt und dann einen Tag lang stehen gelassen; ich konnte dann annehmen ein hinreichend homogenes Gas zu besitzen.

ısse die vollständigen Ablesungen für die angestellten :htungsreihen in der hier beigegebenen Tabelle folgen.

Schraubenablesungen. Hahnsystem		Bemerkungen
direct eschaltet	umgeschaltet	
2349,4		$3^h 45'$: Temperatur d. Libelle 19,3°, Fadenlänge $\lambda = 19{,}35$ cm, neues Gas in das Druckrohr R_1 gefüllt, Temperatur t im Mantel = 19,85°.
	163,2	
2347,8		
	161,2	
2347,3		
	161,5	
2346,7		
	161,5	
2345,7		
	161,8	
		$4^h 20'$: Luftfeuchtigkeit = 65%: $t = 19{,}85°$, Barometerstand (auf 0° red.) 74,83, die Capillaren wurden ausgesogen, neues Gas in das Druckrohr R_1.
2344,4		
	161.3	
2343,3		
	161,0	

gegangenen Erläuterungen keineswegs mit für Absolutbestimmungen *günstiger* Auswahl der Versuchsbedingungen angestellt. Die Zahlen dürften deshalb vielleicht um so anschaulicher für die Beurtheilung sein.

Man sieht zunächst, dass die Temperatur t hinreichend constant geblieben ist. Die weniger constante Temperatur der Libelle hat nach den Ausführungen der vorausgeschickten Bemerkung keinen Einfluss bei Anwendung der dort angegebenen Mittelwerthsberechnung. Diese ergiebt als Mittel der Δz je eines Beobachtungssatzes:

Mittel: 2185,34; 2183,36; 2185,17; 2183,83.

Das Gesammtmittel $\Delta z = 2184{,}4$ ist sicher bis auf eine Einheit, d. h. mindestens bis auf $^1/_{2000}$ seines Werthes.

Löst man die hier anzuwendende Gleichung (3) nach s auf, so erhält man

$$s = s_0 + \frac{\lambda . \sigma_1 . \frac{\varphi}{2}(1 + \alpha t)}{H} \cdot \frac{b_0}{b} . F . \Delta z.$$

Hierin ist zu setzen:

$\lambda = 19{,}35$ cm	$t = 19{,}85^0$
$\sigma_1 = 0{,}8586$	$H = 74{,}3$ cm
$\frac{\varphi}{2} = 0{,}000\,001\,263$	$b_0 = 76{,}00$
$\alpha = \frac{1}{272{,}5}$	$b = 74{,}83.$

Nimmt man unter Berücksichtigung der Luftfeuchtigkeit das specifische Gewicht der Luft mit $s_0 = 0{,}001\,2857$ an, und setzt man für F den Näherungswerth 1,0025 ein, welchen dasselbe Libellenrohr mit ungefähr derselben Fadenlänge bei den Temperaturbestimmungen [1]) ergeben hatte, so berechnet sich das specifische Gewicht der untersuchten Kohlensäure aus den Mittelwerthen der Δz der einzelnen Beobachtungssätze zu

0,0019599
0,0019592
0,0019598
0,0019594
Mittel 0,0019596

Die Zahlen zeigen eine Uebereinstimmung, wie sie wohl nicht besser mit den feinsten Wägungen zu erlangen wäre,

1) A. Toepler, l. c. p. 635 u. 636.

jedesmal eine Neufüllung des Gasrecipienten vor-
Dies ist zum grossen Theile eine Folge der ausser-
en Einstellungssicherheit der Libelle. [1]) Es sei noch
dass bei diesem Versuche noch keine Vorkehrung
derung der Verdunstung am Xylolfaden angebracht
dass die Beobachtungen an einem windigen Tage
n, infolge dessen die Kuppe im Mikroskop nie voll-
hig war; die Schwankungen waren aber sehr klein,
ei einem möglichst symmetrisch gebauten Apparate
st.

erzielte Absolutwerth der Kohlensäuredichte kann
assgebend sein wegen der Verunreinigung. Ein
ngssatz mit einer später zu anderen Zwecken
en reineren Kohlensäurefüllung ergab die corrigirte
1 9703, welche mitten in die Angaben von Arago
, Dulong und Berzelius, endlich Regnault [2])
Nimmt man den Regnault'schen Werth als ent-
an, so kann der Unterschied (0,000 007) gegen
l auf nicht vollkommener Trockenheit des Gases
er kann aber auch zum Theil auf einen etwas zu

nissen werden ausgeführt werden können, welche bisher der Beobachtung gar nicht oder doch nur sehr schwer zugänglich waren; so z. B. die Dichtebestimmung gesättigter Dämpfe selbst bei gleichzeitiger Anwesenheit des Condensations- bez. Sublimationsproductes im Druckrohre, oder die zeitliche Verfolgung langsamer Reactionen zwischen Gasen.

Ein Vorzug der vorliegenden Methode vor Wägungen ist nach meiner Meinung in dem Umstande begründet, dass bei Verkleinerung des Querschnittes der Druckrohre (unter Beibehaltung der Symmetrie) *die wirksame Gasmenge sehr klein sein kann, ohne dass die Genauigkeit der Gasdichtebestimmung wesentlich geringer wird.* Schon bei dem mitgetheilten Beispiele betrug die wirksame Kohlensäuremenge nur etwa 100 mg; Versuche über Diffusion, auf die ich später zurückzukommen gedenke, haben aber gezeigt, dass Druckrohre von 1 qmm Querschnitt genügen würden, welche bei dem Versuche nur etwa *anderthalb Milligramm wirksame Kohlensäure zur Gasdichtebestimmung erfordern.* Noch einleuchtender wird diese charakteristische Eigenschaft der hydrostatischen Wägung, wenn man berücksichtigt, dass von der angewandten Gassäule $^1/_{2000}$ der Länge, wie aus den mitgetheilten Beobachtungen folgt, noch eine merkliche Libellenanzeige ergiebt; dieses Säulenstückchen besitzt aber nur eine Masse von $^1/_{1300}$ mg.

11. *Bemerkung zu meinem e über barometrische Temperaturmessung; von A. Toepler.*

e im letzten Bande der Annalen p. 609 veröffent-handlung „über absolute Temperaturbestimmung —“ ı Abschnitte IV den Vorschlag, die daselbst beschrie-cklibelle hinsichtlich des störenden Einflusses der äfte durch Anwendung der thermometrischen Methode h. durch Druckbeobachtungen zwischen zwei Luft-kannter ungleicher Temperaturen genauer zu studiren. n ausgeführte Versuche (vgl. die in diesem Hefte ar vorangehende Mittheilung meines Sohnes zur Gas-stimmung) veranlassen mich zu der Bemerkung, dass nde Druckmessungen zwischen Gassäulen ungleicher aber gleicher Temperatur gewisse leicht zu über-Vortheile bieten, von denen man bei den in Rede

je nach der Beschaffenheit der Libellenröhre experimentell zu entscheiden wäre.

Man würde zu diesem Zwecke mit einem passenden Libellenrohre, nachdem es mit dem Dreharm der Libelle fest verbunden ist, zunächst für eine *bestimmte Fadenlänge* λ und *bestimmte Druckdifferenz* den Gesammtwerth von F nach der empirischen Methode des Abschnittes IV meiner Abhandlung mit hoher Heiss- und Kaltluftsäule auszuwerthen haben, natürlich nach genauer Prüfung der Schraubenconstanten. Weitere Beobachtungen würden mit Beibehaltung *desselben Fadens* (wobei die Verdunstung in der von meinem Sohne angegebenen Weise vermieden werden kann) jedoch mit Anwendung *verschiedener Druckdifferenzen* auszuführen sein. Die letzteren sind hier zweckmässigerweise mit Kohlensäure- bez. Luftfüllung in den paarweise verbundenen Druckrohren anzustellen, schon deshalb, weil man damit bequemer zu hohen Druckdifferenzen gelangt. Diese Beobachtungen ermöglichen es, wie die Rechnung zeigt, unter Elimination der Gasdichten den Factor $\frac{1}{2} k_2 . \varphi . (1/\lambda\sigma)$ des zweiten Fehlergliedes direct zu ermitteln. Indirect folgt dann aus der ersten Beobachtung der corrigirte Werth des Gliedes $k_1 (1/\lambda\sigma)$. Unter gewissen Voraussetzungen kann dann freilich F für andere Fadenlängen gerechnet werden. Strenge genommen muss aber doch die Untersuchung für jeden anderen Faden wiederholt werden, da die Coefficienten k_1 und k_2 von der Lage, Grösse und Gestalt der Rohrquerschnitte an den Fadenenden beeinflusst werden, also in Wirklichkeit nicht genau constant sind; insbesondere würde man von k_2 grosse individuelle Verschiedenheiten je nach der Fadenlänge und Rohrbeschaffenheit zu erwarten haben.

Vom Standpunkte der gegenwärtigen Betrachtung würde also folgen, dass — unter sonst gleichen Umständen — der Einfluss des ersten Fehlergliedes mit λ, der des zweiten mit λ^2 abnimmt. Letzteres erkennt man sofort, da der Drehwinkel $\Delta z . \varphi/2$ auch mit $\Delta h/\lambda$ auszudrücken ist, unter Δh die vom zu messenden Drucke getragene Flüssigkeitshöhe verstanden.

Die gründliche experimentelle Untersuchung der Libellencorrectionen ist, wie man sieht, mühsam; eine solche hat in meinem Laboratorium (wegen baulicher Veränderungen) vorläufig nicht stattgefunden. Es sind nur mit dem mehr-

ihnten Libellenrohre von etwa 4,2° Knickung einige Orientirungsversuche bis zu Drehwinkeln von etwa minuten [1]) angestellt worden. Nach diesen Versuchen r für das Instrument unter den gegebenen Umständen nde Factor $k_2 . (\varphi/2)$ mit etwa anderthalb Einheiten en Decimale zu veranschlagen sein. Daraus würde gen, dass, wenn man bei genauen Temperaturmes- it Luftsäulen bis zu etwa 75 cm arbeiten will, kurze hon bei Temperaturen über 100° C. störend wirken Würde man aber einen Xylolfaden von 70—80 cm einem Rohre gleich geeigneter Beschaffenheit wie benutzen, so würde, wie die Rechnung zeigt, der les Gliedes mit k_2 selbst für die höchsten Tempera- den Bereich der Einstellungsfehler fallen. So lange würden zwar unbequem, in Laboratorien mit Stein- ber nicht unmöglich sein. Mit einer solchen Libelle im Abschnitt V meines Aufsatzes empfohlene Me- Absolutbestimmung *ohne weiteres innerhalb aller in kommenden Temperaturen statthaft sein.*

eich diese Folgerung noch der Bestätigung bedarf,

Da ferner für t_0 anstatt des Eispunktes eine höhere Fixtemperatur gewählt werden kann, so steht nichts im Wege, auch in höherem Gebiete mit kurzen Fäden zu operiren, wenn nur die Libellendrehungen hinreichend klein bleiben.

Nun muss aber noch ausdrücklich hervorgehoben werden, dass die bei den Probeversuchen beobachtete geringe Abweichung von der Proportionalität grosser Δz mit den zu messenden Drucken, welche den Ungleichheiten der Oberflächenspannung zugeschrieben wurde und zur Abschätzung des zweiten Fehlergliedes führte, ohne Zweifel zum grossen Theile auf Rechnung eines Constructionsfehlers des benutzten Schraubenmechanismus zu stellen ist. Eine ausführliche Mittheilung der Beobachtungen hätte daher keinen Werth gehabt. Der genannte Mechanismus ist nämlich so anzuordnen, dass eine durch das obere Stützgelenk der Messschraube s und durch die Drehaxe d gelegte Ebene (vgl. Fig. 2 meiner Abhandlung) die Richtung der Messchraube rechtwinklig schneidet, wenn sich das Instrument in der Normallage, d. h. in derjenigen Lage befindet, von der aus kleine Winkel gemessen werden. Bei meinem Apparate hat daher die Schraube eine geringe Neigung nach links; jedoch ist d ein wenig zu tief gelegt. Dieser Fehler wirkt im Sinne der beobachteten Abweichungen. Ich zweifle nicht, dass nach Beseitigung des Fehlers oder unter Anwendung einer Vorrichtung ganz nach Art der gewöhnlichen Libellenproben mit drei Spitzenschrauben auf horizontaler Stützfläche sich die Beobachtungen noch erheblich günstiger gestalten werden.

Auf die in meiner Abhandlung beschriebenen Experimente zwischen 0 und 100° C. hat der erwähnte Constructionsfehler keinen wesentlichen Einfluss gehabt. Die Winkelconstante φ ist für kleine Drehungen in bekannter Weise experimentell mit Fernrohr und Scala und zwar bei sehr starker Vergrösserung ermittelt worden.

Erzielung niedrigster Temperaturen. Gasverflüssigung; von C. Linde.

lie Erzielung sehr niedriger Temperaturen, wie sie ssigung schwer coercibler Gase nöthig sind, ist on ausgegangen worden, dass zunächst solche Gase ; und condensirt wurden, deren kritische Temperatur nlichen Mitteln erreichbar war. Indem man die- lann unter niedrigem Drucke verdampfen liess, ge- diejenige Temperatur, bei welcher ein flüchtigeres elben Processe unterworfen werden konnte und stieg Wege stufenweise zu der gewünschten bez. erreich- nperatur hinab. Den letzten Theil der Abkühlung rschiedene Experimentatoren so aus, dass sie das sigende Gas stark comprimirten und alsdann aus- iessen, wobei sich vorübergehend Nebelbildungen igkeitsstrahlen zeigten.

raume dem comprimirten Gase entgegengeführt und überträgt auf dasselbe die erlangte Temperaturerniedrigung, sodass fortdauernd die beiden Temperaturen t_2 und t_3 sinken, bis Beharrungszustand eintritt — sei es durch eine compensirende Wärmezufuhr von aussen, sei es durch innen freiwerdende Wärme (bei der Verflüssigung). Das Gas kehrt, nachdem es den Rücklauf durch den Gegenstromapparat vollendet hat, mit dem Drucke p_1 und einer Temperatur t_5 zum Compressor zurück,

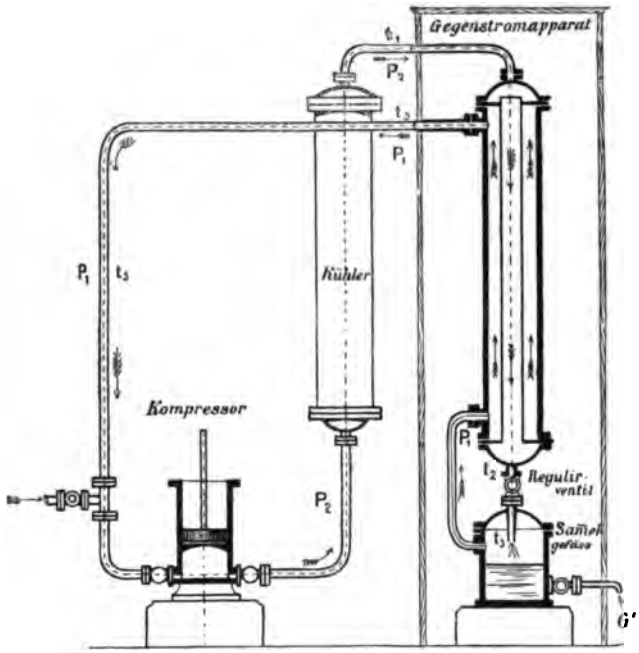


Fig. 1.

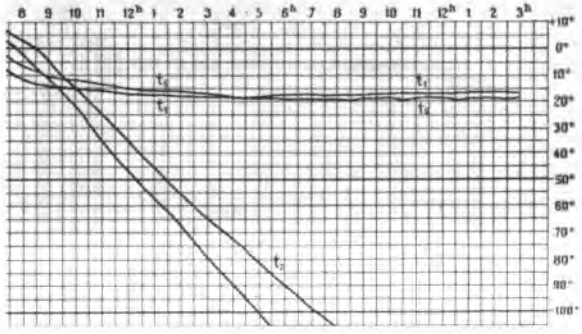
welche der Temperatur t_1 um so näher liegt, je vollkommener der Gegenstromapparat den Wärmeaustausch vollzieht.

Mit einem derartigen — in grossen Dimensionen ausgeführten — Apparate ist [1]) zunächst atmosphärische Luft verflüssigt worden.

Fig. 2 stellt den Verlauf der Temperaturänderungen der Luft während eines Versuches dar, bei welchem der Druck

1) In der Versuchsstation der Gesellschaft für Linde's Eismaschinen in München.

ır 65 Atm., der Druck p_1 ungefähr 22 Atm. betrug. ıressor transportirte ungefähr 20 cbm. Luft vom pro Stunde. Der Gegenstromapparat besteht aus n langen, spiralförmig aufgewundenen Röhren von 6 cm l. Durchmesser, deren Gänge mittels roher gegeneinander und nach aussen hin sorgfältig isolirt Gewicht des Gegenstromapparates mit dem daran nden „Sammelgefässe" für die verflüssigte Luft ubehör betrug ungefähr 1300 kg. In dem Sammel- urden nach Erreichung des Beharrungszustandes



Grenzen bestätigt, insbesondere bezüglich der Abhängigkeit der Abkühlung δ von der Ausflusstemperatur T.

Der thermodynamische Wirkungsgrad des vorbeschriebenen Arbeitsprocesses erscheint nicht ungünstig, wenn man berücksichtigt, dass die calorische Leistung (producirte Kältemenge) Q der *Differenz* der Drucke $(p_2 - p_1)$ proportional ist — wenigstens innerhalb der bisher beobachteten Grenzen — dass dagegen der Aufwand an mechanischer Arbeit L nur von dem *Verhältnisse* $p_2 : p_1$ der Drucke abhängt. Es lassen sich die Drucke demgemäss so wählen, dass das Verhältniss $Q:L$ demjenigen Werthe nahekommt, welcher bei sehr niedrigen Temperaturen (für Entziehung der Wärme Q) dem Carnot'schen Processe entspricht.

Schliesslich sei noch auf bestimmte Schlussfolgerungen hingewiesen, welche sich für die Veränderlichkeit der specifischen Wärme c_p der Luft aus den Angaben von Thomson und Joule über die Abkühlung von ausströmender Luft ergeben.

Die vorstehend beschriebenen Versuche lieferten (vgl. Fig. 2) für Ausflusstemperaturen bis zu -125^0 C. volle Uebereinstimmung mit dem Satze, dass die Abkühlung für eine gegebene Druckdifferenz dem Quadrate der absoluten Ausflusstemperatur umgekehrt proportional sei. Denkt man sich nun in oben beschriebenem Apparate unter Ausschluss jeder sonstigen Energieveränderung dem abwärtsgehenden Luftstrome vom Drucke p_2 die Wärmemenge W entzogen, sodass seine Temperatur von t_1 auf t_2 gebracht wird, denkt man sich alsdann beim Durchgang durch das Drosselventil denselben weiter auf t_3 abgekühlt und bei der Rückkehr durch den Gegenstromapparat dieselbe Wärmemenge W ihm wieder zugeführt, welche ihm soeben entzogen worden war, so muss die resultirende Temperatur t_4 dieselbe sein, welche sich ergäbe, wenn der Luftstrom direct (ohne Durchgang durch den Wärmeaustauscher) mit der Ausflusstemperatur t_1 vom Drucke p_2 durch Ausströmen auf p_1 gesunken wäre.

Man hat also

$$W = c_p'(t_1 - t_2) = c_p(t_4 - t_3).$$

Nach Thomson und Joule ist aber annähernd

$$\frac{t_1 - t_4}{t_2 - t_3} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2.$$

s folgt mit aller Bestimmtheit, dass die specifische der Luft mit dem Drucke wächst und zwar um so edriger die Temperatur ist. Für die Verhältnisse, wie vorbeschriebenen Versuchen im Beharrungszustande ist der Mittelwerth von c_p' bei dem höheren Drucke tens ein Fünftel grösser, als der Mittelwerth von c_p edrigeren Drucke.

kung. Nach einer Mittheilung der „Times" hat am r dieses Jahres Hr. Dewar in einer Versammlung itution) „einen neuen Apparat für die Herstellung er Luft mit bisher unerreichter Leichtigkeit" zur ion gebracht. Die ausführliche Schilderung zeigt, Apparat identisch ist mit dem hier beschriebenen. eschützung des Gegenstromapparates gegen Wärme- geschieht anders (nämlich durch doppelwandige eva- cylinder). Hr. Dewar scheint indessen bei dieser ion ebensowenig meiner Priorität Erwähnung gethan wie bei früherer Gelegenheit der Priorität von u. A., trotzdem die englischen Journale (infolge ugust dieses Jahres von Hrn. Schröter gehaltenen

13. *Notiz über die Abhängigkeit der specifischen Wärme des Wassers von der Temperatur;* *von C. Dieterici.*

Die Frage nach der Abhängigkeit der specifischen Wärme des Wassers von der Temperatur ist Gegenstand einer grossen Zahl von experimentellen und theoretischen Arbeiten gewesen[1]), ohne dass sie indessen zu einem befriedigenden Abschluss gebracht ist. Das Bedürfniss, hierüber Klarheit zu gewinnen, ist aber unabweisbar und hat in neuerer Zeit die British Association veranlasst, eine Commission zur Lösung des Problems einzusetzen; auch wir in Deutschland dürfen ja wohl hoffen, dass die zuständige Anstalt dieselbe Frage einer gründlichen experimentellen Untersuchung unterziehen wird.

Ich erlaube mir im Folgenden einige Bemerkungen mitzutheilen, welche darauf abzielen, eine einfachere Darstellung der in Rede stehenden Fragen anzubahnen, als sie bisher üblich war.

Die bei sehr vielen Experimentaluntersuchungen angewendete Methode ist die der Mischung verschieden temperirten Wassers. Das Resultat eines solchen Versuches, oder einer Reihe von Versuchen ist dargestellt durch die Gleichung:

$$C_{hm} = a \cdot C_{nm}, \tag{1}$$

worin C_{hm} und C_{nm} die mittleren specifischen Wärmen des Wassers bedeutet zwischen der hohen Temperatur und der der Mischung, bezüglich zwischen der niedrigen und der der Mischung und a der experimentell bestimmte Factor ist. Aus einer grösseren Zahl von Gleichungen derselben Art, in denen hmn und a verschiedene Werthe haben, sucht man dann C als Function der Temperatur t abzuleiten, indem man zwischen C und t eine Function ersten, zweiten oder dritten Grades mit empirisch zu bestimmenden Constanten ansetzt.

1) Eine vollständige Literaturübersicht findet sich in Winkelmann's Compendium.

issen nun, dass die in Gleichung (1) vorkommende Wärme nicht eine einfache physikalische Bedeutung n dass sie zusammengesetzt ist aus der specifischen ei constantem Volumen und der Ausdehnungsarbeit δ, nit diesem Ausdruck bezeichnen, die Arbeit, welche umenänderung pro Grad Temperatursteigerung gegen ılaren Kräfte geleistet wird. Demgemäss können ıergiegleichung (1) die Form

$$c_{hm} + \delta_{hm} = a\,(c_{am} + \delta_{am})$$

ısdehnungsarbeit δ kann nach den Gleichungen der en Wärmetheorie für je einen Grad bei jeder Tem- rechnet werden. [1]) Es ist

$$\delta = c_p - c_v = -\frac{\vartheta}{J}\frac{\left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta}\right)^2}{\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)},$$

e absolute Temperatur, $\partial v/\partial \vartheta$ die Volumenände- g Wasser pro Grad Celsius und $\partial v/\partial p$ die Vo- ung bei einer Druckänderung, also die Compressi-

darzustellen. Nun tritt in Gleichung (1a) zu dieser Function noch eine zweite uns unbekannte Function der Temperatur

$$c = f(t)$$

hinzu und aus den Mischungen suchen wir die Summe beider als Function der Temperatur

$$C = F(t) = f(t) + \varphi(t)$$

zu ermitteln. Es ist wohl anzunehmen, dass diese Function $C = F(t)$ nur schwer sich durch eine mässige Zahl von Gliedern in Form

$$C = C_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + \ldots)$$

wird ausdrücken lassen; es müsste sonst der unregelmässige Verlauf von δ gerade durch einen entsprechenden von c ausgeglichen werden. Das ist kaum anzunehmen.

Eine Vereinfachung der Berechnung kann man nur dadurch erzielen, dass man in der Mischungsgleichung (1a) die Ausdehnungsarbeiten δ gesondert nach der Gleichung (2) berechnet und somit aus den Mischungsversuchen die Grösse c also die specifische Wärme bei constantem Volumen zu erschliessen strebt.

Es kann zunächst scheinen, als ob durch diese Berechnungsart eine grössere Unsicherheit herbeigeführt wird, denn die Ausdehnungsarbeiten können wir nach den bisher vorliegenden Daten über die Compressibilität des Wassers wohl kaum genauer als auf 1—2 Proc. sicher annehmen. Indessen sind die Ausdehnungsarbeiten stets wesentlich kleiner als die in c enthaltenen Energiemengen, sie betragen bei den vorliegenden Mischungsversuchen selten 5—6 Proc. dieser und daher genügt es, sie mit mässiger Genauigkeit zu kennen. Jedenfalls wird dadurch nicht ein Fehler begangen von der Grösse des Fehlers, der, wie es scheint, bei sehr vielen Mischungen durch Vernachlässigung der Reibungswärme beim Umrühren der Mischung begangen ist.

Ich habe nach der Gleichung (1a) eine grosse Zahl der Mischungsversuche von Baumgartner-Pfaundler, Münchhausen-Wüllner, Velten, und der ausserordentlich exacten neuesten von Lüdin[1]) berechnet, unterdrücke aber das Zahlen-

1) Lüdin, Inaug. Diss. Zürich 1895.

ıd theile nur einige allgemeiner interessante Ergeb-

len Mischungen, deren Versuchsresultate durch die

$$c_{hm} + \delta_{hm} = a\,(c_{nm} + \delta_{nm})$$

ist, ist stets δ_{hm} wesentlich grösser als $a \,.\, \delta_{nm}$ d. h. Mischungsversuch wird ein beträchtlicher Theil der elche als Ausdehnungsarbeit latent in dem heissen halten war, in thermometrisch wahrnehmbare Wärme

zeitig geht eine erhebliche Volumencontraction vor Summe der Volumina des heissen und des kalten t stets grösser als das Volumen der resultirenden

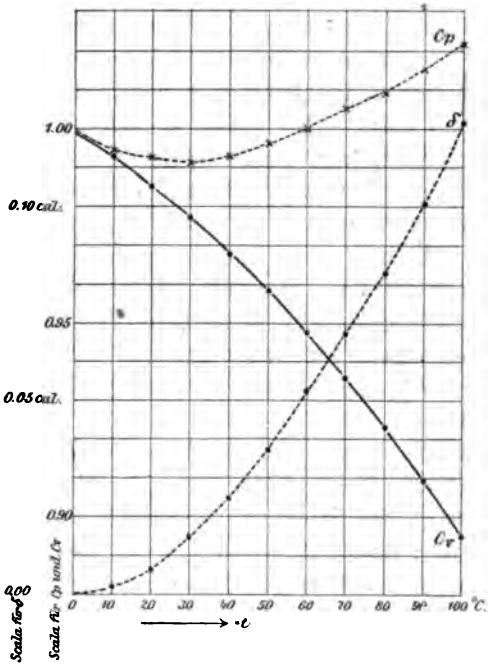
man die specifische Wärme bei constantem Volumen tion der Temperatur dar, so erhält man eine Curve chung gegeben ist durch

$$c_t = c_0 (1 - \alpha \,.\, t - \beta \,.\, t^2)$$

0,00062 $\beta = 0{,}0000042$ $\alpha = 0{,}9996$ $(\alpha) = 1$

muss aus dieser Superposition für c_p folgender Curvenverlauf resultiren:

Bei den Temperaturen 0° bis 4° wirken die Abnahmen von c_v und δ in gleichem Sinne und von 4° bis 30° übertrifft die Abnahme von c_v die Zunahme von δ, folglich muss c_p im Intervall 0° bis 30° abnehmen; dann muss eine Temperatur kommen, bei der die durch c_v bedingte Abnahme gleich der durch δ verursachten Zunahme ist. Diese Temperatur ist die-



jenige, bei welcher c_p ein Minimum hat, dasselbe ist zuerst von Rowland bei etwa 30° C. beobachtet. Unsere Berechnung ist so geführt, dass, wie das beistehende Diagramm[1]) zeigt, das Minimum für c_p bei derselben Temperatur liegt Das Auftreten des Minimums wird somit aus dem Zusammenwirken der Abnahme von c_v und der Zunahme von δ verständlich.

1) In dem kleinen Maassstabe der Zeichnung kommt der Curvenverlauf zwischen 0° und 4° nicht deutlich genug zum Ausdruck. Bei 4° ist $\delta = 0$, $c_p = c_v$; bei 0° ist $\delta = 0{,}0004$, $c_p = 1$, $c_v = 0{,}9996$.

reiteren Verlaufe überwiegt dann die Zunahme von δ, nimmt c_p zu; indessen ist zu beachten, dass nach (3) auch die Abnahme von c_v

$$\frac{de_t}{dt} = -c_0(\alpha + 2\beta t)$$

nder Temperatur wächst; hat β einen beträchtlichen kann es eintreten, dass die Abnahme von c_v noch C. noch einmal gleich der Zunahme von δ wird, daher n Maximum erhält. Mehrere der Mischungsversuche en und Lüdin deuten auf das Eintreten dieses Falles 90° C. hin; wenn ich diese Versuche hier nicht be- gt habe, so geschah es, weil mir die experimentelle noch nicht sicher genug erscheint. Indessen ist es Coefficienten β dementsprechend zu wählen, ohne Uebereinstimmung mit den Beobachtungen in den n Temperaturen zu stören.

aus geht hervor — und das zu betonen ist der hier Zweck — dass man die Berechnung und die Dar- infacher gestaltet, wenn man die Abhängigkeit des

14. *Die Wellensirene; von Rudolph König.*

Die Wellensirene ist, wie bekannt, ein Apparat, welcher den Zweck hat, in der Luft eine Schwingungsbewegung von beliebiger Form dadurch zu erzeugen, dass eine diese Bewegung darstellende Curve, welche am Rande eines Metallstreifens aufgeschnitten ist, vor einer anblasenden Windspalte vorbeigeht und diese somit ihren Ordinaten entsprechend periodisch verkürzt und verlängert. Ein aus bestimmten harmonischen Tönen bestehender Klang kann also vermittels dieser Methode entweder dadurch erzeugt werden, dass man die Zusammensetzung der diesen harmonischen Tönen zukommenden Sinuscurven ausführt und gegen die auf solche Weise entstandene Wellencurve durch die Windspalte bläst, oder indem man gleichzeitig jeden der harmonischen Töne gesondert für sich durch das Anblasen der ihm zukommenden Sinuscurve hervorruft. [1])

Wenn man diese Methode anwendet, um den Zusammenklang zweier Töne zu erzeugen, so findet man, wie ich früher beschrieben [2]), dass bei diesem dann ganz dieselben Erscheinungen auftreten, als beim gleichen Zusammenklang zweier Stimmgabeltöne. Ich habe auch gezeigt, dass der Einfluss der Phasendifferenz der harmonischen Töne auf die Klangfarbe, wie er aus den Erscheinungen beim Zusammklang zweier Stimmgabeln logisch hervorgeht, mit der Wellensirene sich ebenfalls nachweisen lässt. [3])

Dieses waren Resultate nach welchen schon allein der Methode ein gewisser Nutzen und eine beträchtliche Leistungsfähigkeit nicht mehr abgesprochen werden konnte, aber trotzdem wäre es noch nicht möglich gewesen durch sie die Grenzen dieser letzteren zu bestimmen und festzustellen, wie weit man in die Treue der Uebertragung der Curven in Luftschwingungen

1) Wied. Ann. **12.** p. 344. 1881, **14.** p. 378. 1881; Quelques Exp. p. 157 u. 226.

2) Wied. Ann. **12.** p. 345. 1881; Quelques Exp. p. 158.

3) Wied. Ann. **12.** p. 378. 1881; Quelques Exp. p. 378.

setzen könne. Für Experimente deren Ergebnisse
ı vorher durch andere, genauer bekannte Mittel er-
en waren, hatte ich daher bis jetzt die Wellen-
h nur bei meinen Untersuchungen „Ueber Klänge
:hförmigen Wellen“ [1]), geglaubt unbedingt anwenden
weil es sich bei diesen nicht sowohl um die ganz
lergabe bestimmter Wellenformen handelte, als viel-
um die Umgestaltungen, welche die aufeinander-
Wellen in ihrer Form erlitten. Damit das Princip
sirene, nach einer genaueren Erkenntniss desselben,
ıuch in anderen Fällen möchte angewendet werden
ıbe ich in Folgendem untersucht in wie weit die
en Bedingungen, auf welche dieses Princip gegründet
Wirklichkeit erfüllen lassen, und in welcher Weise
edenen materiellen Abweichungen von diesen theo-
Bedingungen die Resultate der Experimente beein-

:n meisten folgenden Experimenten bediente ich mich
ionsapparates mit zwei Axen auf welche die Schei-
:ren Rändern die Wellencurven ausgeschnitten sind,

Stellungen zur anderen übergehen zu können, ohne sie zu überschreiten. Die obere Windlade ist vermittels einer Kurbel mit Zahnrad zur Axe cnncentrisch um 135° verschiebbar, und ihre

Fig. 1.

Stellung wird durch einen an ihr befestigten Zeiger
latte angegeben, auf welcher die Unterabtheilungen
r Peripherie des Kreises eingravirt sind, und an
Zahlen stehen, durch welche $^1/_8$ dividirt werden
den Theil der Peripherie zwischen 0 und der be-
Zahl, oder zwischen zwei gleichen Zahlen auf der-
e von 0, anzugeben. Steht der Zeiger auf 0, so
acht Spalten gleiche Abstände voneinander, wird
B. auf 2 eingestellt, so sind die vier Spalten der
ndlade gegen die der unteren um $^1/_{16}$ der Peri-
schoben. Durch diese Anordnung wird es also
heiben, deren Curvenzahl acht oder ein Vielfaches
st, sowohl mit acht Spalten zugleich ohne Phasen-
nzublasen, wie auch durch zwei Reihen von vier
it jeder beliebigen Phasendifferenz.

ntere Windlade kann losgeschraubt und concentrisch
n Axe befestigt werden, wenn man zwei Scheiben
nutzen will, besonders um ihre beiden Klänge ab-
angegeben miteinander zu vergleichen. Für den
klang der Klänge zweier Scheiben ist jedoch in

lade selbst, empfängt den Wind aus einem unter dem Apparate befindlichen Blasebalg von 1 m Länge und 0,75 m Breite, durch zwei Zuleitungsröhren von 0,04 m Durchmesser.

I. Die Mittel der Tonerzeugung bei der Wellensirene.

1. Der anblasende Luftstrom.

Bei der gewöhnlichen Löchersirene werden bekanntlich während des Schliessens und Oeffnens der Löcher ganz ausserordentlich starke Druckveränderungen in der Luftmasse des Windkastens erzeugt, welche sogar durch die Windzuleitungsröhren bis in die Luftmasse des Blasebalgs zurückwirken, und man weiss, welche grosse Störungen diese Druckveränderungen beim Zusammenklang der Töne bewirken, die durch das gleichzeitige Anblasen mehrerer Löcherkreise auf der Scheibe und aus dem gleichen Windkasten erzeugt werden. Es fragt sich also hiernach, ob bei der Wellensirene ähnliche Verhältnisse stattfinden, besonders da bei dieser eine constante Ausflussgeschwindigkeit der Luft aus der Windspalte zu den ersten theoretischen Bedingungen gehört, welche erfüllt werden müssen, wenn sie ihrem Zwecke soll entsprechen können.

Bei der Löchersirene laufen die Löcherscheiben so dicht parallel über die Platte mit den Anblaseöffnungen, dass immer, wenn die anzublasenden Löcher sich nicht über den anblasenden befinden, der Luft fast jedes Ausströmen versagt ist, und man begreift, dass, wenn bei der Wellensirene, ohne dabei andere Uebelstände herbeizuziehen, die Wellencurven in einer genügenden Entfernung von der Windspalte angeblasen werden könnten, um der comprimirten Luft einen continuirlichen Ausfluss zu gestatten, damit schon jedenfalls ein Hauptgrund der Druckveränderungen im Zuleitungsrohre fortgeschafft sein würde. Es war aber nöthig, zuerst die Form der aus der Spalte frei heraustretenden Luftlamellen zu untersuchen.

a) Die Form der Luftlamelle.

Bläst man durch eine Spalte, welche nicht in einer dünnen Metallplatte ausgeschnitten sein darf, sondern durch 3—4 mm breite parallele Wände gebildet wird, einen Luftstrom unter etwa 12 cm Wasserdruck, während man in diesen durch eine seitliche Röhre etwas Talkpulver hineinschüttet, so sieht man,

seinem Austritt aus der Spalte eine der Spalten-
h dicke Lamelle bildet, welche nach etwa 10 mm
Erweiterung wahrnehmen lässt, und darauf bis zur
von etwa 20 mm von der Spalte, ihre Dicke un-
oppelt. Hierauf erweitert sich dann die Lamelle
mehr, während ihre beiden Begrenzungsflächen
iger scharf gezeichnet erscheinen und sie sich
in eine Wolke auflöst. Auf der Strecke in der
Spalte, auf welcher die Luftlamelle sich durch ihre
n ganz scharf begrenzt zeigt, bemerkt man neben
nflächen noch einen nur ganz schwach mit Staub
schmalen Raum, der sich ebenso wie die Lamelle
der Entfernung von der Spalte erweitert. Dieser
r nicht durch die aus der Spalte austretende Luft
ndern vielmehr durch die von dem Luftstrome mit-
ıssere Luft, welche bei der Reibung mit diesem
von dem reichlich in ihm enthaltenen Staube an-
hat.

charfe Begrenzung behält übrigens die Luftlamelle
in weiterer Entfernung von der Spalte bei, als

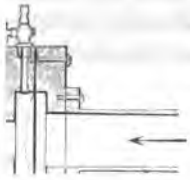
fernungen von der Spalte zu messen, wurde die Luftlamelle gegen die Oeffnung einer Röhre von 5 mm Durchmesser gerichtet, welche mit einem Manometer versehen war. Wenn der Rand der Röhre die Spalte fast berührte, zeigte dieses einen Wasserdruck von ungefähr 80 mm an, und bei der Entfernung von der Spalte von 10, 20 und 30 mm ziemlich genau entsprechend, 60, 40 und 20 mm. Die ganze Länge der hierbei angewendeten Spalte betrug 24 mm, ihre Breite 1 mm und der Druck, unter welchem durch sie hindurchgeblasen wurde, 120 mm.

b) Die Druckverhältnisse der Luft im Zuleitungsrohre.

Die vergleichende Untersuchung der Druckveränderungen der Luft im Zuleitungsrohre bei der Wellensirene und einer mehrstimmigen Löchersirene lässt sich am besten vermittelst einer manometrischen Flamme ausführen, welche man jedoch so einrichten muss, dass nicht der Druck der comprimirten Luft selbst, sondern nur die Veränderungen dieses Druckes auf sie wirken können. Man muss zu diesem Zwecke zwischen der manometrischen Kapsel und der Luft in der Zuleitungsröhre noch einen Hohlraum einschalten, welcher in seiner der Kapsel gegenüberliegenden Wand eine grössere, mit einer stärkeren Membran überspannte Oeffnung trägt und dessen Inneres durch einen Hahn mit der äusseren Luft in Verbindung gesetzt oder von ihr abgeschlossen werden kann. Comprimirt man nun die Luft in der Zuleitungsröhre bis zu 120 mm Wasserdruck, während die Luft des Hohlraumes mit der äusseren Luft in Verbindung steht, so wird die starke Membran in diesen hineingewölbt, ohne dass dieses auf die Membran der manometrischen Kapsel eine fortgesetzte Wirkung äussern kann, weil die Luft des Hohlraumes nach einer ganz momentanen Compression sofort wieder zu ihrer gewöhnlichen Dichtigkeit zurückkehrt, und schliesst man darauf den Hahn, so befindet sich also dann zwischen den beiden Membranen eine abgeschlossene Luftmasse von gewöhnlicher Dichtigkeit, welche alle Druckveränderungen, die vor der starken Membran wirken, sofort auf die der manometrischen Kapsel überträgt. Eine solche Vorrichtung (Fig. 2) bringt man am besten am Ende einer kurzen Röhre an, welche selbst unter rechtem

lie Mitte einer Röhre von gleichem Durchmesser en beide freie Enden gestatten, sie bequem in die hre zwischen dem Blasebalg und der Sirene ein-

r Doppelsirene angebracht, etwa 0,80 m von ihren entfernt, zeigt die manometrische Flamme im Spiegel beim Oeffnen der vier Löcherkreise des 5, 6, 8 Flammenbilder, welche ganz scharf ge- d und 3—4 cm tiefe Einschnitte haben, während in ungefähr gleicher Entfernung vor der unteren er oben beschriebenen Wellensirene eingeschaltet, en der Accordcurve durch vier Windspalten, selbst heibe vor dieser so nahe rotirt, dass sie dieselben nicht berührt, bloss verschwommene Flammenbilder von geringer Höhe sehen lässt. Entfernt man darauf durch untergelegte Metall- oder Kartenblätter die Wellenscheibe mehr und mehr von den Windspalten, so verringert sich diese schon an und für sich



die Schärfe ihrer Begrenzung in irgend merklicher Weise verändert, aber schon eine Entfernung der Wellencurven von der Windspalte von nur 3 mm hinreicht, um jede Rückwirkung der periodischen Veränderungen in der Breite der Lamelle auf die Ausflussgeschwindigkeit aufzuheben, so wird es natürlich immer leicht sein, die Experimente so anzuordnen, dass während ihrer Dauer die Ausflussgeschwindigkeit der Luft constant bleiben muss.

c) Die Anstauungen der Luft vor den vollen Theilen der ausgeschnittenen Curven.

Ferner ist nun zu untersuchen, wie sich eine solche unter constantem Druck ausströmende Luftlamelle verhalten wird, wenn, wie beim Anblasen von Wellencurven, Hindernisse plötzlich vor sie hintreten und wieder vor ihr verschwinden.

Wenn ein Theil der Luftlamelle gegen eine entgegenstehende Fläche prallt, so muss dadurch die sie bildende Luft natürlich die Kraft, durch welche sie vorwärts getrieben wurde, verlieren, und folglich unfähig werden, sich nach der Entfernung des Hindernisses wieder ausschliesslich in derselben Richtung wie zuvor zu bewegen, es würde also in solchem Falle nur eine nach allen Seiten hin gleiche Ausdehnung, welche auf ihre Compression folgen müsste, denkbar sein, wobei natürlich bloss ein äusserst geringer Theil in der Richtung des Luftstromes wirksam werden könnte. Diese Compression selbst dürfte aber auch schwerlich jemals beträchtlich werden können, da die Luft bei ihrem Anprallen durch nichts verhindert wird, sich sofort nach beiden Seiten hin zu verlieren. Es ist also schon hiernach wenig wahrscheinlich, dass diese problematischen Anstauungen der Luft die treue Uebertragung der Curven in Luftschwingungen merklich sollte beeinflussen können, und wird dadurch noch unwahrscheinlicher, dass man die Entfernung der Windspalte von der ausgeschnittenen Curve selbst in ziemlich weiten Grenzen verändern kann, ohne dadurch eine bemerkliche Veränderung des Klanges zu bewirken. Es ist aber klar, dass bei sehr verschiedenen Entfernungen zwischen der Spalte und der Curve auch sehr verschieden starke Anstauungen entstehen müssen, und wenn also sehr grosse und sehr kleine Anstauungen keinen

in ihren Wirkungen wahrnehmen lassen, so geht
ır, dass diese Wirkung auch überhaupt nicht gross

ır direct beobachten zu können, was von derlei
ıgen und ihrem Einflusse überhaupt existiren mag,
e von der Wirkung der Luftlamelle selbst isoliren,
gendermaassen ausführen lässt. Auf einer Scheibe
n der Peripherie und einem concentrischen Kreise
ıdiale Seiten begrenzte gleiche Oeffnungen von
erer Breite ausgeschnitten (Fig. 3), vor denen eine
/elche zu dem durch ihre Mitte gehenden Radius
, parallel zu sich selbst verschoben werden kann.
Spalte beim Anblasen eine solche Stellung, dass,
sich vor einem Ausschnitte befindet, auf ihren
n freie Luft ist (*a*). so erhält man die combinirte
r Luftlamelle und der, während die Spalte sich vor
der vollen Fläche der Scheibe befand, neben ihr auf beiden Seiten aufgestauten Luft, und hört dann natürlich einen

Curven (Fig. 4a und b) zu einander im Verhältniss der Ordinatenumkehrung stehen. Unter solchen Umständen bleibt eine anblasende Spalte länger und mehr verdeckt, wenn die ausgeschnittene Curve des ersten Klanges (*a*), als wenn die des zweiten (*b*) vor ihr vorbeigleitet, sodass die Luftanstauungen im ersten Falle stärker als im zweiten sein müssten, und man also vermuthen könnte, dass hierin, wenigstens zum Theil, der Grund der beträchtlichen Verschiedenheit beider Klänge zu suchen sei. Die vollständige Unhaltbarkeit einer solchen Ansicht zeigt sich aber sofort, wenn man eine Scheibe anbläst, an deren Rande Curven des schwächeren und sanfteren Klanges (*b*) in der Weise ausgeschnitten sind, dass sich zwischen einem Absteigen und einem Aufsteigen jeder Curve immer eine gerade Strecke eingeschaltet befindet (*c*), sodass die Spalte nun wieder vor dem vollen Theile dieser neuen Curve ebenso lange als vor dem vollen Theile der Curve *a* vorübergeht. Würden Explosionen von Luftanstauungen die Schärfe dieses letzteren Klanges bewirken, so müsste der Klang der neuen Curve *c* nun natürlich ebenso scharf geworden sein oder doch wenigstens schärfer, als er zuvor bei Curve *b* war, er ist aber in Wirklichkeit nicht nur nicht schärfer geworden, sondern sogar noch beträchtlich sanfter, weil offenbar die ursprüngliche Curve mit der eingeschalteten geraden Strecke zusammen die Wellencurve eines sanfteren Klanges ist, der Einfluss der vermutheten Luftanstauungen aber, wenn ein solcher wirklich existiren sollte, unter der Grenze der Wahrnehmbarkeit bleibt.

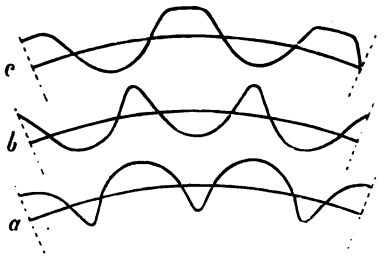


Fig. 4.

d) Die Luftwirbel an den Rändern der ausgeschnittenen Curven.

Schliesslich erfordert jetzt auch noch eine besondere Betrachtung das Verhalten der Luftlamelle an der Stelle, wo sie über den Rand der Wellencurve fortbläst. Wenn die angeblasene Curve sich im Ruhezustande befindet, so entstehen

Wirbelbewegungen, die nicht die geringste ton-
Wirkung haben. Gleitet die Curve darauf vor der
ei, so oscillirt der Punkt, an dem die Wirbel-
entstehen, dann auf und ab, und um zu sehen,
ch unter solchen Umständen tonlos bleiben, muss
sich allein und gesondert von der Wirkung der
Längenveränderungen der Spalte untersuchen und
Zwecke also den Punkt an einer Kante, über
Theil einer Luftlamelle bläst, oscilliren lassen,
ohne dabei Veränderungen der Spaltenlänge
zu bewirken.

Wenn man an den Zinken einer electrisch bewegten Stimmgabel zwei dünne Metallplatten befestigt (Fig. 5) und gegen eine dieser Platten durch eine Windspalte bläst, welche vor ihr so befestigt ist, dass im Ruhezustande der Gabel ein Theil ihrer Länge über den seitlichen Rand der Platte hinausreicht, so wird beim Vibriren nicht nur die Brechungsstelle der Luftlamelle an diesem

verkürzt, aber durchaus gar keine Tonwirkung des Luftstromes, wenn die Spalte die Breite der Platte auf beiden Seiten überragt, sodass die Summe dieser beiden Spaltenenden immer dieselbe bleibt, während die Wirbel an beiden Kanten fortbestehen.

In den hier angegebenen Fällen wurden Wirbelbewegungen immer an zwei Stellen zugleich erzeugt, welche eine entgegengesetzte Rotationsrichtung haben und somit ihre tonerzeugende Wirkung gegenseitig aufheben könnten; ich habe aber auch noch eine einzelne Wirbelbewegung mit oscillirendem Ausgangspunkte dadurch hergestellt, dass ich in die Canäle einer electrischen Stimmgabel, mit der Länge nach durchbohrten Zinken, zwei Röhren mit Spaltenenden einsetzte, durch welche beim Vibriren der Gabel gegen ruhende Platten oder auch gegen Platten, welche, wie die Spalten selbst, von den Gabelenden getragen wurden (Fig. 6), geblasen werden konnte. Auch mit dieser Vorrichtung erhielt ich in allen Fällen, in denen keine periodische Veränderungen der totalen wirksamen Spalte stattfanden, man mochte nur eine oder beide Spalten anwenden, keinen Ton, wogegen ein solcher bei jeder Disposition, bei welcher eine periodische Veränderung der Spaltenlänge entstand, sich beobachten liess.

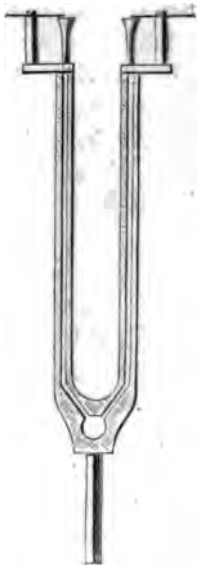


Fig. 6.

Bei allen diesen Experimenten war die tonerzeugende Wirkung der periodischen Längenveränderungen der Spalte, wegen ihrer Kleinheit, obgleich deutlich, doch immer nur schwach, und ihre Beobachtung ausserdem noch sehr erschwert durch den zugleich bestehenden weit stärkeren Ton der Stimmgabel selbst, ich habe daher auch versucht, mit der Wellensirene ebenfalls Wirbelbewegungen ohne Veränderung der Spaltenlänge und bei einer beträchtlich weiteren Amplitude ihres oscillirenden Ausgangspunktes herzustellen. Zu diesem Zwecke wurden auf zwei concentrischen Kreisen eine gleiche Anzahl Sinuscurven von derselben Amplitude und ohne Phasen-

gezeichnet und dann aus der Platte ausgeschnitten, diese Weise erhaltene Ring (Fig. 7), auf einer ützen in genügender Entfernung über einer Scheibe befestigt, welche auf den Rotationsapparat so aufgesetzt werden konnte, dass während der Drehung die beiden entgegengesetzten Curvenreihen vor einer Luftspalte vorbeihe die äusseren und inneren Ränder des Ringes weit überragten. Es wurde also hierbei der eine der Windspalte immer nur um ebensoviel verkürzt, re verlängert, weshalb beim Anblasen auch so gut Ton entstand. Von den Wirbeln war aber auch Umständen weiter nichts wahrzunehmen, als ein ohne jeden Toncharakter.

Fig. 7.

2. Die Luftspalte.

a) Die Breite der Luftspalte.

nn eine Spalte von beliebiger Breite immer wie

Phasendifferenz von $^1/_{40}$ aufeinander übertragen. Man ersieht aus derselben, dass die Amplitude mit der Breite der Spalte

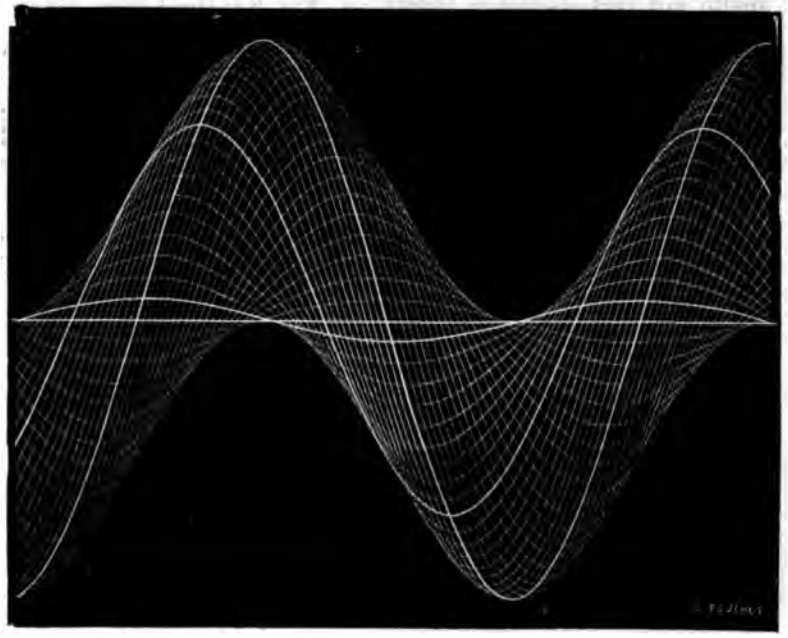


Fig. 8.

beständig wächst, bis diese zwanzig vierzigstel, oder die Hälfte der Curvenlänge erreicht hat, und dann wieder abnimmt, bis die Breite der Spalte der ganzen Länge der Curve gleich, und sie selbst = 0 geworden ist. Das Gesetz nach welchem die Zunahme und die Abnahme der Amplitude vor sich geht, entspricht selbst auch wieder dem der Sinuscurve, wie sich das ohne Schwierigkeit nachweisen lässt, sodass im gegenwärtigen Falle also die relativen Amplituden, welche durch die ersten, zweiten, etc. 40 Spaltenbreiten erzeugt werden, den Sinus der Winkel von $4^1/_2{}^0$, 9^0, $13^1/_2{}^0$... 180^0, entsprechen.

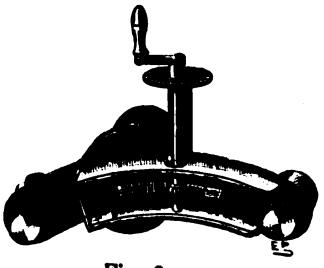


Fig. 9.

e Resultate dieser theoretischen Betrachtungen einer
ellen Prüfung zu unterwerfen, wende ich eine Wind-
veränderlicher Breite an, Fig. 9. Die Länge dieser
ägt 26 mm, und ihre beiden Seitenwände können
einer Zahnstange mit Zahnrad um etwas mehr als
und um einen mittleren Abstand von 40 mm von-
ntfernt werden. Auf der Axe des Zahnrades ist ein
stigt, welcher auf einer in 40 Theile getheilten Kreis-
e jedesmalige mittlere Breite der Spalte in Milli-
ibt. Der Durchmesser der Windröhre, über welcher
palte öffnet, beträgt gegen 50 mm.

man durch diese Spalte, während man ihre Breite
u 40 mm erweitert, eine Scheibe von 24 Sinuscurven,
0,6 mm Länge, anblässt, Fig. 10, so hört man den
r Spaltenbreite von 25,3 mm (*a*), mächtig anschwellen,

Der Unterschied zwischen der grössten und der geringsten Intensität ist bei allen diesen Experimenten so sehr beträchtlich, dass durch sie die vollständigste Uebereinstimmung zwischen den beobachteten Erscheinungen, und den Resultaten der theoretischen Betrachtungen, zweifellos erwiesen wird.

Dieses Gesetz, nach welchem die Amplitude mit der Spaltenbreite sich ändert, wird für den Grundton gewöhnlich von keiner besonderen Bedeutung sein, da meistens die Breite des Spalts im Verhältniss zur ganzen Curvenlänge nur so klein ist, dass die Amplitude praktisch wie proportional der Spaltenbreite betrachtet werden kann, denn in der That, ist die Amplitude bei der Spaltenbreite von $^1/_{40}$ gleich 1, so ist sie bei den Spaltenbreiten von $^1/_{20}$, $^3/_{40}$, $^1/_{10}$, entsprechend = 1,988; 2,975; 3,926, wofür man wohl, ohne dabei einen grossen Fehler zu begehen, die Werthe 2, 3, 4, setzen kann. Anders verhält es sich dagegen mit Klängen, weil bei diesen die Spaltenbreite im Verhältniss zur Curvenlänge, für die harmonischen Töne wie deren Ordnungszahl wächst, und somit ein für den Grundton nur schmaler Spalt für einen höheren Oberton eine Breite haben kann, welche schon einen beträchtlichen Theil der ihm entsprechenden Curvenlänge ausmacht. Die Veränderung, welche die Amplitude eines harmonischen Tones im Verhältniss zur Amplitude der ihn darstellenden Curve erleidet, hängt also sowohl von seiner Ordnungszahl ab, wie auch von dem Verhältniss der Breite des Spalts zur ganzen Curvenlänge.

Wie schon oben angegeben, verändert sich die Amplitude eines und desselben Tones mit der Spaltenbreite, wenn diese von 0 bis zu einer ganzen Länge der Curve dieses Tones, oder auch von einer Anzahl Curvenlängen desselben bis zu noch einer Curvenlänge mehr fortschreitet, immer nach dem Gesetze der Sinuscurve, und ist folglich vor einer Curve von der Länge l, für die Spaltenbreiten a/l, $2a/l$, $3a/l \ldots =$ $\sin a/l \,.\, 180^0$, $\sin 2a/l \,.\, 180^0$, $\sin 3a/l \,.\, 180^0 \ldots$, welche Werthe also für die harmonischen Töne mit ihren Ordnungzahlen multiplicirt werden müssen. —

Auch diese theoretischen Ergebnisse lassen sich wieder vermittels der Windspalte mit veränderlicher Breite prüfen. —

Blässt man durch dieselbe, indem man wieder ihre Breite immer von 0 bis zu 40 mm erweitert, gegen 16 Curven des

rvalles, Fig. 13, bei denen die Curvenlänge für die
en des Grundtones 76 mm, für die der Octaven
ägt, und gelangt zu der Breite von 19 mm, (Fig. 13 a),
dann für den Grundton $= {}^1/_4$ seiner Curvenlänge,
der Curvenlänge der Octaven, wo diese also das
hrer Amplitude erreicht haben muss, und man hört
ch dann sehr deutlich, dass ihre Intensität die des
überwiegt. Noch auffallender tritt aber die ver-
Wirkung der Breite des Spalts auf die beiden Töne
n man zur Spaltenbreite von 38 mm gelangt (Fig. 13 b),
sie $= {}^1/_2$ der Curvenlänge des Grundtones und
ganzen Curvenlänge der Octave ist. Der Grund-
liesem Falle mächtig stark geworden, während die

Für die Spaltenbreite von 19 mm, welche der halben Curvenlänge des Grundtones entspricht, trat dieser sehr stark hervor, und um so auffallender, als zugleich die Octave bei dieser Spaltenbreite, welche ihrer ganzen Curvenlänge gleich ist, fast ganz verschwand. Ebenso trat bei der Spaltenbreite 9,5 mm, auch die Octave sehr stark hervor, obgleich der Grundton in diesem Falle, wie natürlich, weit weniger verschwunden war, als im vorhergehenden die Octave. Bei den Spaltenbreiten zwischen 9,5 und 19,5 mm, vernahm man beständige Veränderungen in der ganzen Klangmasse, doch trat bei 15,2 mm und 12,7 mm, die Verstärkung der Töne 5 und 6, welche sich erwarten liess, nicht mehr deutlich hervor.

Schliesslich prüfte ich auch noch die Resultate, welche man beim Anblasen von 24 Curven mit 50,6 mm Länge erhält, die einem Klange entsprechen, in welchem der Grundton von der ganzen Reihe seiner harmonischen Töne mit regelmässig abnehmenden Amplituden begleitet ist. — Die halbe Curvenlänge des Grundtones beträgt hier 25,3 mm, und eine solche Spaltenbreite ist denn auch für jeden der harmonischen Töne gleich der seiner Ordnungszahl entsprechenden Anzahl halber ihm eigener Curvenlängen, woraus hervorgeht, dass alle ungeraden harmonischen Töne in diesem Falle ihre grösste, die geradezahligen dagegen ihre geringste Amplitude haben müssen. Bei der Spaltenbreite von 12,6 mm, welche $= 1/4$ der Curvenlänge des Grundtones ist, erreichen 2, 6, 10 ihre grösste, die Töne 4, 8 ihre kleinste Amplitude, während die Amplituden der anderen Töne zwischen den äussersten Grenzen liegen. Hiermit übereinstimmend hört man im ersten Falle einen mächtigen Klang mit stärkstem Grundtone, und im zweiten einen schwächeren, in welchem mehr die Octave hervortritt. Bei der Spaltenbreite von 8,4 mm, bei welcher der Ton 3 mit grösster Stärke gehört werden müsste, ist dieses Intensitätsmaximum schon schwer zu beobachten, jedoch wird es mitunter ganz plötzlich deutlich gehört.

Es ist wahrscheinlich, dass man hier, wie in vorhergehendem Falle bei dem Accord, in der Beobachtung der Wirkung der Spaltenbreite auf die Intensität der einzelnen Töne würde noch weiter gehen können, wenn man sie bei durchaus gleichmässiger Rotationsgeschwindigkeit der Scheiben, und somit ohne alle

gen der Tonhöhe anstellen möchte, aber auch so
er Gesammtheit der hier beschriebenen Experimente
vollständige Uebereinstimmung der beobachteten
gen mit den Resultaten der theoretischen Betrach-
vor, und diese Uebereinstimmung gestattet nicht nur,
ler Art und Grösse des störenden Einflusses der
te bei der Uebertragung der Curven in Luftschwin-
edem einzelnen Falle Rechenschaft geben zu können,
erlaubt auch das Mittel zu finden, durch welches
ger störender Einfluss der Spaltenbreite vermieden
ın, denn wenn die Amplituden der harmonischen
Verhältniss zu den Amplituden ihrer Curven, mit
ıungszahl nach einem genau bekannten Gesetze
ıo hat man bei der Construction der Curve eines
ı welchem alle harmonischen Töne genau mit dem
Amplituden auftreten sollen, nur die Amplituden
ırven dieser harmonischen Töne mit der nach diesem
berechnenden Correctur zu versehen. Dieses Gesetz
sich aber in den meisten Fällen auch noch ohne
vereinfachen lassen, dann wählt man die Spalten-

einen Kreis bildet. In der That, gibt man der Spalte irgend eine Neigung, so wird sie nicht mehr entsprechend den Ordinaten dieser Curve verlängert und verkürzt, sondern wie die Geraden, welche parallel zur Spaltenneigung diese Curve schneiden, und es entsteht somit eine Luftbewegung, welche durch eine von der ursprünglichen ganz verschiedenen Curve dargestellt wird, deren Ordinaten diese Geraden sind.[1])

Man kann hiernach also mit ein und derselben Curve sehr verschiedene Klangfarben erzeugen, indem man der Windspalte verschiedene Neigungen gibt, und da man in jedem einzelnen Falle sich auch immer genau von der Curve Rechenschaft geben kann, welche dem auf solche Weise entstandenen Klange entspricht, so besitzt man in der Vergleichung solcher Klänge mit den Curven, denen sie der Theorie nach entsprechen müssten, ein ganz besonders vorzügliches Mittel, die Genauigkeit der Uebersetzung von Curven in Luftbewegungen durch die Wellensirene zu prüfen.

Ich habe schon früher gezeigt[2]), dass der einfache Ton, welchen man beim Anblasen einer Reihe von Sinuscurven erhält, durch die Neigung der Spalte in einen Klang verwandelt wird, der aus einem Grundton, begleitet von der ganzen Reihe der harmonischen Töne mit gleichmässig abnehmenden Amplituden besteht, welche bei der Neigung der Spalte in der Richtung der Bewegung der Curve die Phasenübereinstimmung von 0, und bei ihrer entgegengesetzten Neigung, die von $^1/_2$ haben. Von der normalen Stellung der Spalte bis zu ihrer grössten Neigung, bei welcher sie durch den Mittelpunkt des auf- oder absteigenden Theiles der Curve gehend, die beiden Hälften dieses Theiles tangirt, wächst sowohl die Schärfe jedes der beiden Klänge, wie auch der Unterschied zwischen ihnen, um aber nur überhaupt den Uebergang des einfachen Tones in einen Klang, und einen Unterschied zwischen beiden Klängen deutlich hervortreten zu lassen, reicht schon eine nur sehr geringe Abweichung der Spaltenstellung von der Normalen aus.

Bei einer Scheibe mit 8 Sinuscurven, die eine Länge von 152 mm und eine Amplitude von 38 mm haben, würde der grösstmögliche Neigungswinkel der Spalte 50° betragen, aber

1) König, Wied. Ann. **12.** p. 348. 1881.
2) König, Quelque Exp., p. 161 und 241.

)° wird der Uebergang des einfachen Tones in einen die Verschiedenheit der beiden Klänge bei dieser Spalte in den beiden Richtungen ganz deutlich. die Amplitude der neuen, ihnen entsprechenden twa 1 mm grösser geworden, und ihr Gipfel hat va 6 mm von der Mitte entfernt, sodass nun die issenlängen, auf denen der wirksame Theil der Spalte seine grösste Verlängerung, von 0 bis zu echselnd erreicht und wieder verliert, oder um- und 70 mm betragen (Fig. 15).

die Sinuscurven bei der Länge von 152 mm eine on nur 18,5 mm haben, vor denen sich die Spalte neigen kann, werden die beiden Klänge und der zwischen ihnen, bei einem Neigungswinkel zwischen 10° und 15°, deutlich.

Bei Sinuscurven von der halben Länge mit Amplituden von 38 mm, 19 mm, 9,5 mm, welche entsprechend

sammen mit denen zwischen den primären Tönen, erzeugen sehr beträchtlich verschiedene Klangfarben, deren Charakter sich aber natürlich immer nur mehr oder weniger annähernd gut beschreiben lässt. Mit diesem Vorbehalt will ich sie als Beispiel, beim Octavenintervall angeben, wie man sie hört, wenn man die Beobachtungen bei gleicher Tonhöhe und gleichem Neigungswinkel der Spalte anstellt.

Die ersten vier der folgenden acht Klänge (Fig. 16), konnten

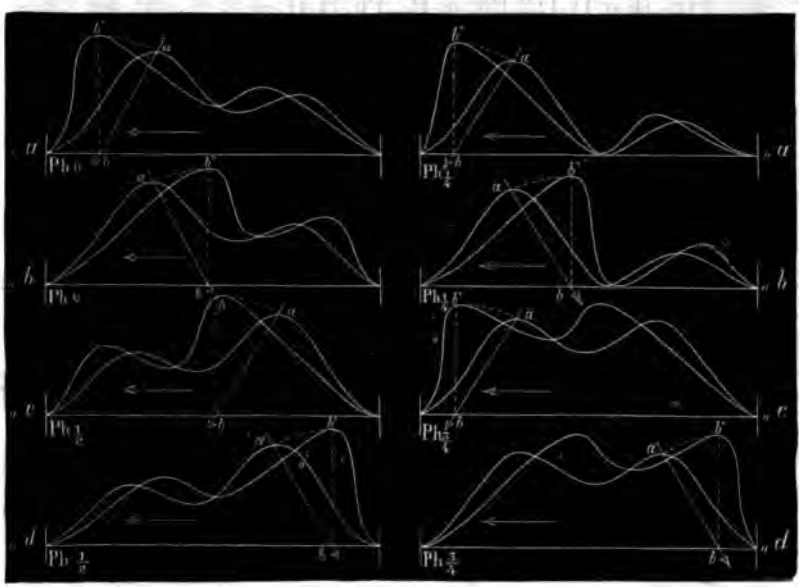


Fig. 16.

Fig. 17.

mit zwei Scheiben erzeugt werden, welche beide Curven für 1 : 2 Ph. 0, trugen, aber auf den beiden Axen des Apparates zu einander umgekehrt aufgesetzt waren, sodass bei der gleichen Rotationsrichtung, wenn die eine 1 : 2 Ph. 0, die andere 1 : 2 Ph. $^1/_2$ gab. — Für die andern vier (Fig. 17), mussten zwei Scheiben mit Curven für 1 : 2 Ph. $^1/_4$, und 1 : 2 Ph. $^3/_4$, verwendet werden, für welche bei der normalen Spaltenstellung die Rotationsrichtung gleichgültig ist. Sowohl die ersten, wie die letzten vier Klänge verglich ich paarweise in allen sechs möglichen Fällen miteinander, sodass also jede Klangfarbe immer mehrmals, und

mit verschiedenen anderen beobachtet und beschrie-
vobei sich schliesslich eine sehr gute Uebereinstim-
en diesen mehrfachen Aufzeichnungen herausstellte.
folgenden Angaben über die Beobachtungen be-
e Phasenübereinstimmung der Grundtöne, *Ph. H. G.*,
den harmonischen Tönen und ihren Grundtönen,
enneigung in der Rotationsrichtung, *E. R.* die in der
tzten Richtung, *K.*, die Klangfarbe des Intervalles.
a 1) 1:2 Ph. o, R., Ph. H. G. = 0, K. hat den Cha-
klaren vollen *a*, welches sich etwas dem *o* nähert;
2 Ph. o, E. R., Ph. H. G. = $^1/_2$, K. ist ähnlich
r *æ*;
2 Ph. $^1/_2$, R., Ph. H G. = 0, K. ist ähnlich einem *o*;
2 Ph. $^1/_2$, E. R., Ph. H. G. = $^1/_2$, K. klingt wie
und *æ*.
a 5) 1:2 Ph. $^1/_4$, R, Ph. H. G = 0, K. gleich einem
o;
2 Ph. $^1/_4$, E. R., Ph. H. G. = $^1/_2$, K. ist leer und *æ*

2 Ph. $^3/_4$, R., Ph. H. G. = 0, K.entspricht ungefähr

Vor der Curve AaB, (Fig. 18), welche einen solchen Klang darstellt, bei dem die Amplituden der harmonischen Töne im Verhältniss ihrer Ordnungszahlen abnehmen, kann die Spalte auf einer Seite ungefähr bis zu 10°, auf der underen bis zu 40° geneigt werden. Bei der äussersten Neigung parallel der steilsten und kürzesten Hälfte der Curve, also von 10°, entsteht eine Schwingungsbewegung, deren Curve $Ab'B$, einen nur wenig weiter von der Mitte entfernten Gipfel, und auch eine nur sehr wenig grössere Amplitude hat, als die ursprüngliche Curve, wogegen bei der entgegengesetzten Neigung der Spalte, von 40°, der Gipfel der Curve AcB sehr viel weiter

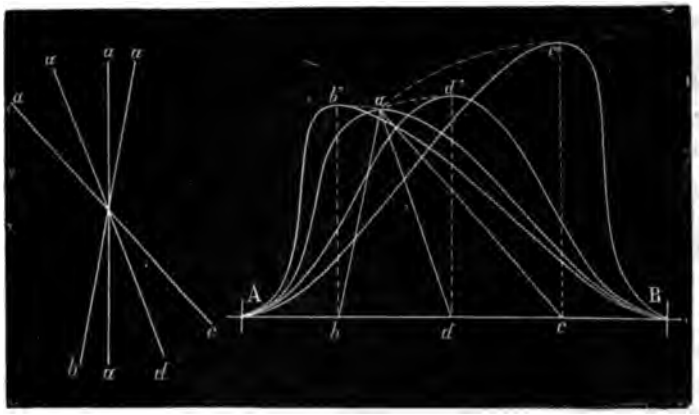


Fig. 18.

von ihrer Mitte entfernt liegt, und auch ihre Amplitude beträchtlich grösser ist. Dem entsprechend erhält man dann auch, wie selbstverständlich, im ersten Falle einen Klang, der nur wenig schärfer und stärker, im zweiten aber sehr viel schärfer und stärker ist, als der Klang der ursprünglichen Curven bei der normalen Stellung der Anblasespalte, und jeder dieser beiden Klänge hat auch, wenn die Gipfel seiner Curve zuerst vor der Spalte vorbeigehen, den Charakter aller derartigen Klänge mit der Phasenübereinstimmung von 0, d. h. er ähnelt mehr einem *æ*, als einem *æ*, und im entgegengesetzten Falle den Charakter der Klänge mit Ph. H. G = $^1/_2$, d. h. er nähert sich mehr einem *æ*, als einem *æ*. Da die Gipfel der

ussersten Spaltenstellungen entsprechenden Curven den beiden entgegengesetzten Richtungen von der sprünglichen Curven liegen, so muss natürlich auch Stellung der Spalte existiren, bei welcher der urven genau in ihre Mitte fälft, und man findet man den Mittelpunkt der Grundlinie, *d*, mit dem ferntesten Punkte des Gipfels der Curve, *a*, ver- der hier angewendeten Curve beträgt der auf gefundene Neigungswinkel der Spalte, bei welchem rve entsteht, ungefähr 20°. — Dreht man also in der Richtung der Gipfel der ausgeschnittenen neigt auch die Spalte zuerst in derselben Rich-, Fig. 18 *ab*, dreht sie darauf aber zurück, bis ch zur entgegengesetzten Neigung von 40°, *ac*, ört man dabei den Klang mit Ph. *o*, bis zur Neigung 20°, *ad*, in einen einfachen Ton übergehen, und aus, bis zu 40°, diesen einfachen Ton sich in einen er und schärfer werdenden Klang mit Ph. $^1/_2$, ver- erfährt man ganz in derselben Weise während eibe die entgegengesetzte Rotationsrichtung gibt,

Scheiben ganz derselbe, welche Drehungsrichtung man ihnen auch geben mag, was einen neuen Beweis dafür liefert, dass er wirklich ein praktisch ganz einfacher Ton ist.

Indem ich untersuchte um wieviel man die Spalte von ihrer mittleren Richtung für den einfachen Ton müsse abweichen lassen, um den Uebergang desselben in einen Klang zweifellos deutlich wahrnehmbar zu machen, fand ich ungefähr 10^0, nach beiden Seiten hin, doch wurde der Klang mit Ph. $^1/_2$, wegen seiner grösseren Schärfe, immer schon etwas früher bemerklich, als der Klang mit Ph. 0. —

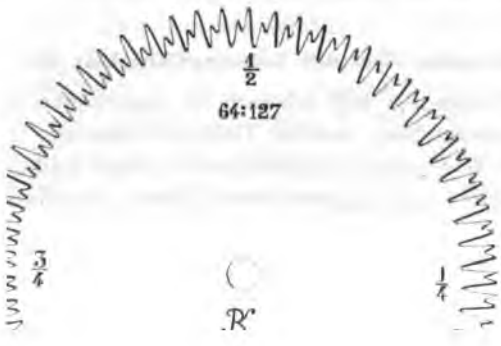
II. Experimente über die Leistungsfähigkeit der Wellensirene.

In Folgendem will ich nun an einer Reihe von Beispielen direct untersuchen, welche Uebereinstimmung zwischen den durch die Wellensirene erhaltenen Resultate und den bekannten Eigenschaften der angewendeten Curven stattfindet. —

1) Stösse und Stosstöne.

Wenn man die Curven für die Beobachtung der Stosstöne beim Zusammenklang zweier Töne statt, wie ich es früher gethan, durch nur eine Spalte, nun zugleich durch acht anbläst, so treten natürlich diese Stosstöne jetzt mit sehr beträchtlich grösserer Intensität hervor, und es liess sich also erwarten, dass sich unter solchen Umständen der secundäre Stosston, welchen man bei den Intervallen 8 : 11, und 8 : 13, beobachten kann, wenn sie durch hohe und starke Stimmgabeln in der Tonhöhe von $8 = ut_6$ ($\overline{\overline{c}}$), hervorgebracht werden, auch vermittels der Wellensirene würde zur Wahrnehmung bringen lassen. Eine Scheibe mit Curven des Intervalles 8 : 11, oder 8 : 13, allein durch acht Spalten angeblasen, liess jedoch trotz der sehr grossen Intensität der primären Stosstöne 3 und 5, oder 5 und 3, den secundären Stosston 2, nicht vornehmen, offenbar aber nur weil die Intensität dieser beiden Töne zu verschieden ist, und im ersten Falle der Ton 3 viel stärker als der Ton 5, im letzteren der Ton 5 viel stärker als der Ton 3 gehört wird, denn setzt man diese beiden Scheiben zugleich auf die zwei Axen des Apparates auf, und bläst sie gleichzeitig, jede durch vier Spalten an, so tritt sofort der Ton 2 auf das deutlichste hervor, weil durch den Zusammen-

eiden Paare primärer Stosstöne, die Intensitäten
e bildenden Töne 3 und 5, ausgeglichen werden. —
as abwechselnd stärkere Hervortreten der beiden
ne, welches man bei den Stössen der aus Stimm-
gebildeten harmonischen Intervallen wahrnimmt,
s jetzt noch nicht mit der Wellensirene dargestellt.
iese Tonschwankungen nur deutlich während einer
verfolgen, wenn diese genügend langsam vor sich
abei der Grundton des Intervalles hoch genug ist,



dass man an den betreffenden Stellen die Scheibe in einem Winkel von etwa 30° bis 40° hin und her bewegt. Bei allmählich vergrösserter Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe konnte man die Tonschwankungen noch gut erkennen bis die Zahl der Stösse etwa zwei in der Secunde betrug, verlangsamte man dagegen die Drehung mehr und mehr, so nahm die Intensität des Grundtones schnell ab und man hörte bald

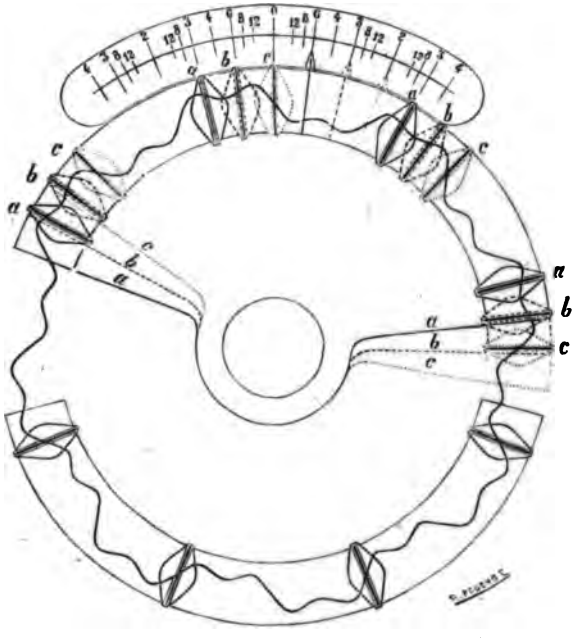


Fig. 20.

nur noch die Octave periodisch aus einem Geräusche hervortreten. —

2) Interferenzerscheinungen.

Wenn man die Curven eines Intervalles, Accordes, oder Klanges, kurz eines Zusammenklanges von Tönen, durch acht Spalten zugleich anbläst, so kann man die Sache natürlich auch so ansehen, als würde dieser Zusammenklang gleichzeitig zweimal ohne Phasendifferenz durch das Anblasen von je vier Spalten erzeugt, und da die eine der concentrischen Windladen mit vier Windspalten des oben beschriebenen Apparates um

in Fünftel der Peripherie drehbar ist, während die
ner unverändert an derselben Stelle bleibt, so kann
beliebige Phasendifferenz zwischen diesen beiden
id mit derselben Seheibe erzeugten Zusammenklängen
wie, als ein Beispiel, die schematische Fig. 20, zeigt,
die Stellungen der oberen Windlade vor der Scheibe
ven des Intervalles 1:3, für die Herstellung der
renzen von $^1/_6$ (*a*), $^1/_3$ (*b*), $^1/_2$ (*c*), bezeichnet sind.

man die Ergebnisse der Beobachtungen mit den
erscheinungen, welche der Theorie nach bei ver-
Phasendifferenzen zwischen zwei Zusammenklängen
müssten, leichter vergleichen kann, habe ich diese
ür einige Fälle in folgenden Tabellen zusammen-
welchen die Amplituden jedes einzelnen Tones (A.),
schiedenen Phasendifferenzen (Phd.), angegeben sind,
lie Stellungen, welche man dem Zeiger der beweg-
dlade auf der getheilten Platte geben muss, um diese
renzen herzustellen (Zst.).

ntervalle 1:2, und 1:3, wurden jedes mit zwei
ntersucht, welche 8 und 16 Intervallcurven trugen

Accord 4 : 5 : 6 : 8.

Ton 4		Ton 5		Ton 6		Ton 8		Zst.
Phd.	A.	Phd.	A.	Phd.	A.	Phd.	A.	8 C.
0	2	0	2	0	2	0	2	0
$^1/_4$ ($^4/_{16}$)		$^5/_{16}$		$^3/_8$ ($^6/_{16}$)		$^1/_8$ ($^5/_{16}$)	0	16
$^1/_3$ ($^4/_{12}$)		$^5/_{12}$		$^1/_2$ ($^6/_{12}$)	0			
$^2/_5$ ($^4/_{10}$)		$^1/_2$ ($^5/_{10}$)	0			$^2/_3$ ($^8/_{12}$)		12
$^1/_2$	0			$^3/_5$ ($^6/_{10}$)		$^4/_5$ ($^8/_{10}$)		10
		$^5/_8$		$^3/_4$ ($^6/_8$)		0 (1)	2	8
$^2/_3$ ($^4/_6$)		$^5/_6$		0 (1)	2			
$^4/_5$		0 (1)	2			$^1/_2$ ($^8/_6$)		6
0 (1)	2			$^1/_5$ ($^6/_5$)		$^3/_5$ ($^8/_5$)		5
		$^1/_4$ ($^5/_4$)		$^1/_2$ ($^6/_4$)	0	2 ($^8/_4$)	2	4

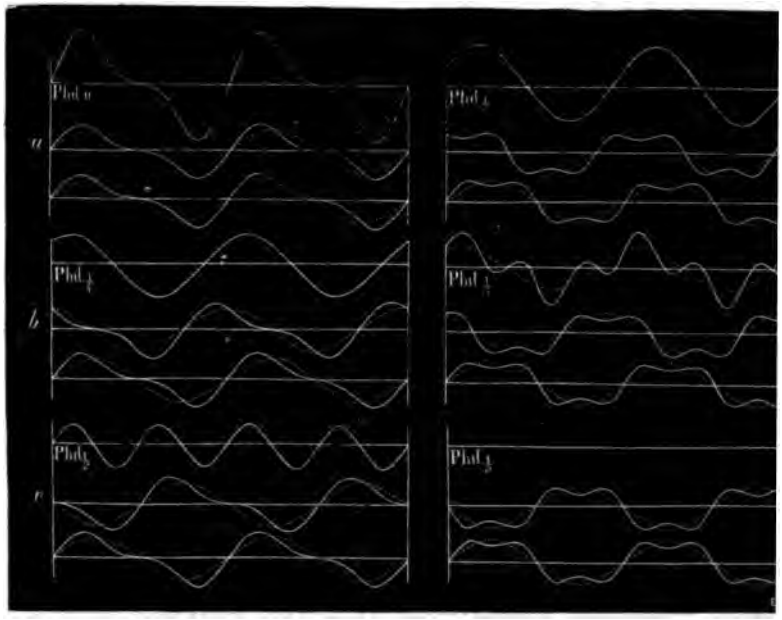


Fig. 21. Fig. 23.

Beim Octavenintervalle sollen hiernach also die Phasendifferenzen von $^1/_4$ und $^3/_4$, die Octave gänzlich verschwinden, und nur den Grundton allein hören lassen, bei der Phd. $^1/_2$ dagegen, müsste der Grundton verschwinden, und die Octaven mit grösster Intensität hervortreten. Weder der Grundton, noch auch die Octave verschwinden jedoch in den betreffenden

lständig, sondern erleiden nur sehr beträchtliche gen, welche für den Grundton bei Phd. $^1/_2$, noch ist, als die der Octave bei Phd. $^1/_4$ und $^3/_4$, was rwarten stand, denn bei Phd. $^1/_2$, ist die grösste g des Grundtones, von der Octave mit doppelter begleitet, welche ihn somit weit stärker übertönt, ıd. $^1/_4$ und $^3/_4$, die geschwächte Octave von dem dominirt werden kann, dessen Amplitude sich in len von 2, bis fast zu 1, verringert hat.

man diese Experimente mit Curven des Octaven- bei denen die Phasenübereinstimmung am Grund- er Octave von $^1/_4$ oder $^3/_4$ stattfindet, so erhält ıaus dieselben Resultate wie mit den Curven von). —

dert man beim Intervall 1 : 3, die Phasendifferenz von 0, bis zu $^1/_2$, so verschwindet bei Ph. $^1/_6$, der t ganz gegen den Grundton, obgleich dieser auch vächer geworden ist. Bis zur Phd. $^1/_3$, bei welcher ton noch mehr von seiner Intensität verloren hat, r Ton 3 wieder sein Maximum mit der Amplitude 2,

den Phasendifferenzen von $^1/_4$, $^1/_3$, $^2/_5$, schwer mit Bestimmtheit herauszuhören ist. Bei der Phd. von $^1/_2$, bei welcher die Amplitude des Grundtones = 0, die der Octave aber = 2 geworden ist, tritt letztere dagegen sehr stark hervor, und ebenso werden auch die anderen Töne des Accords in absteigender Folge sehr deutlich einzeln aus der ganzen Tonmasse heraus hörbar bei den Phasendifferenzen von $^2/_3$, $^4/_5$, 1 oder 0, bei welchen ihre Amplituden = 2 sind, nur dass dabei der letzte, nämlich der Grundton, von seiner ebenso starken Octave begleitet ist, wodurch sein besonders starkes Hervortreten weniger deutlich wird.

Zwei Klänge 1, 2, 3 .. *n*, Phd. 0 (Fig. 23).

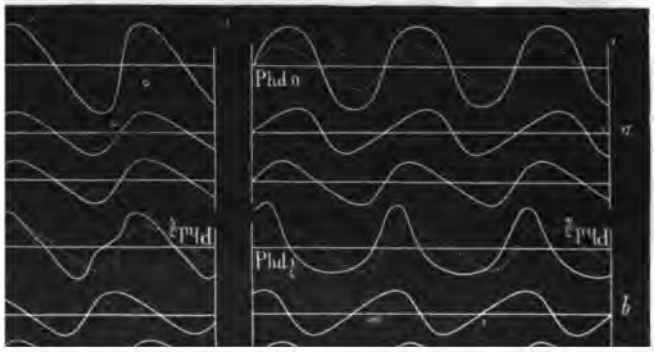
	Ton 1		Harmonische Töne			Zst.
	Phd.	A.	Ordnungszahl	Phd.	A.	24 C.
a	0	2	2, 3, 4 . . . *n*	0	2	0
b	$^1/_4$		5, 9	$^1/_4$		12
			3, 7	$^3/_4$		
			2, 6, 10	$^1/_2$	0	
			4, 8	0	2	
c	$^1/_2$	0	3, 5, 7, 9	$^1/_2$	0	6
			2, 4, 6, 8, 10	0	2	
	$^3/_4$		5, 9	$^3/_4$		4
			3, 7	$^1/_4$		
			2, 6, 10	$^1/_2$	0	
			4, 8	0	2	

Zwei Klänge, 1, 2, 3 . . . *n*, Phd. 0 und 1, 2. 3 . . . *n*, Phd. $^1/_2$ (Fig. 24).

	Ton 1		Harmonische Töne			Zst.
	Phd.	A.	Ordnungszahl	Phd.	A.	24 C.
a	0	2	3, 5, 7, 9	0	2	0
			2, 4, 6, 8, 10	$^1/_2$	0	
b	$^1/_4$		5, 9	$^1/_4$		12
			3, 7	$^3/_4$		
			2, 6, 10	0	2	
			4, 8	$^1/_2$	0	
c	$^1/_2$	0	2, 3, 4 . . . *n*	$^1/_2$	0	6
	$^3/_4$		5, 9	$^3/_4$		
			3, 7	$^1/_4$		
			2, 6, 10	0	2	
			4, 8	$^1/_2$	0	

nge 1, 2, 3 ... n, Ph. 0 und Ph. $^1/_2$, kann man rschiedene Arten erzeugen, indem man nämlich einer Scheibe die Curven eines solchen Klanges e Spalten anbläst, oder Sinuscurven durch ge- beiden Erzeugungsarten der Klänge sind die Re- ganz dieselben. —

Tabelle zeigt, werden bei zwei Klängen 1, 2, 0, mit der Phasendifferenz $^1/_2$, die Amplituden



reichend sein würde, um wahrnehmbar zu sein. Wenn man, um von einem dieser Klänge zum anderen überzugehen, die Windlade von der Theilung 12 zur Theilung 4, oder umgekehrt dreht, kommt man auf dem Wege durch die Stellung auf der Theilung 6, bei welcher der ganze Klang, wie schon erwähnt, in die Octave übergeht, und die Wirkung hiervon ist so stark, dass das Ohr dabei die Erinnerung an dem ersten Klang nicht mehr sicher genug bis zum zweiten bewahrt, um mit Bestimmtheit die Verschiedenheit der Klangfarbe in beiden Fällen erkennen zu können, es gelingt ihm dieses aber sehr gut, wenn man beide Klänge voneinander nur durch Tonlücken, und nicht durch andere Klänge getrennt, abwechselnd angiebt. Hat also z. B. die obere Windlade die Stellung auf der Theilung 12, so schliesst man plötzlich und zugleich die zwei Schieber, durch welche der Wind in beiden Windladen abgeschnitten wird, und nachdem darauf die obere Windlade schnell auf die Theilung 4 eingestellt worden ist, öffnet man dann beide Schieber wieder plötzlich und zugleich. Man erhält aber schon ein ganz gutes Resultat, wenn man statt der vollständigen Stille zwischen beiden Klängen, immer den gleichen primären Klang, wie er durch die Spalten von nur einer Windlade gegeben wird, einschaltet und also während des Stellungswechsels der oberen Windlade, nur einen Schieber schliesst.

Die Interferenzerscheinungen endlich zwischen zwei verschiedenen Klängen, lassen sich, wenigstens für einen Fall, auch an derselben Scheibe mit Sinuscurven beobachten, da die anblasenden Spalten vor derselben in der Richtung der einen Rotationsbewegung geneigt, den Klang 1, 2, 3 ... n, Ph. 0, und in der entgegengesetzten Richtung geneigt, den Klang 1, 2, 3 ... n, Ph. $^1/_2$, erzeugen.

Gibt man den vier Spalten auf der unteren festen Windlade die gleiche aber entgegengesetzte Neigung als den vier Spalten auf der oberen, beweglichen, welche den Klang 1, 2, 3 ... n, Ph. 0, hervorbringen, so erhält man den Zusammenklang der beiden Klänge mit der Phasendifferenz von $^1/_2$, Fig. 24 *c*, wenn der Zeiger der oberen Windlade auf 0, eingestellt ist, und man muss ihn auf die Theilung 6 bringen, um die Phasendifferenz von 0, zu erzeugen, Fig. 24 *a*. — Bei

lungen der Windlade auf den Theilungen 12 und 4
prechend die Phasen $^1/_4$ und $^3/_4$ des Grundtones
3 . . . n, Ph. $^1/_2$, mit der Phase 0 des Grundtones
. . . n, Ph. 0 znsammen, oder die Phasen von $^3/_4$
s Grundtones von 1, 2, 3 . . . n, Ph. 0, mit der
es Grundtones von 1, 2, 3 . . . n, Ph. 0, mit der
s Grundtones von 1, 2, 3 . . . n, Ph. $^1/_2$, Fig. 24 *b*.
elt man die Spaltenneigung auf beiden Windladen,
dieses nichts an den Interferenzerscheinungen beider
den Stellungen der oberen Windlade auf den Thei-
nd 6; auf den Theilungen 12 und 4, fallen jetzt
rechend, die Phasen $^3/_4$ und $^1/_4$ des Grundtones
. n, Ph. $^1/_2$, mit der Phase 0, des Grundtones von
n, Ph. 0, oder die Phasen $^1/_4$ und $^3/_4$ des Grund-
1, 2, 3 . . . n, Ph. 0, mit der Phase 0, des Grund-
1, 2, 3 . . . n, Ph. $^1/_2$ zusammen.
er Einstellung der oberen Windlade auf 0, müssten,
4 *c*, zeigt, die Amplituden aller Töne in diesen bei-
en $= 0$ werden, man erhält jedoch nur eine be-
Schwächung der Intensität dieser Töne, welche be-

umkehrung der anderen ist (Fig. 24 *b* und *b'*), während bei der oben beschriebenen Interferenz der beiden gleichen primären Klänge, von den die Phasendifferenzen $^1/_4$ und $^3/_4$ darstellenden Curven die eine die Abscissenumkehrung der anderen war, und die Beobachtung dieser Klänge ergiebt, dass auch hier, wie schon sonst bemerkt, die Ordinatenumkehrung eine beträchtlich grössere Veränderung der Klangfarbe bewirkt, als die Abscissenumkehrung einer Curve.

Man kann bei diesen Untersuchungen auf zwei Arten die beiden Klänge sehr plötzlich aufeinanderfolgen lassen, indem man nämlich entweder, während die beiden Spaltenneigungen unverändert bleiben, die bewegliche Windlade abwechselnd und immer so plötzlich als möglich auf die Theilungen von 12 und 4 einstellt, oder indem man die auf 12 oder 4 eingestellte Windlade unverändert an ihrem Platze lässt und die Neigungen der Spalten auf beiden Windladen zugleich abwechselnd umkehrt, was der Apparat in einem Augenblick zu thun gestattet.

Man könnte sich fragen, ob man vermittelst der im Vorhergehenden immer angewendeten Methode auch könne zwei Stosstöne miteinander interferiren lassen, dieses wird jedoch durch die Interferenzerscheinungen an ihren primären Tönen unmöglich gemacht. In der That, z. B. bei den achtmal am Rande der Scheibe wiederholten Curven des Intervalles 8:9, verschwindet jeder dieser beiden Töne 8 und 9 fast gänzlich in allen Stellungen der Windlade, die um ein ungerades Vielfaches seiner halben Curvenlänge von der Theilung 0 entfernt sind. Bei der Verschiebung der Windlade von 0—2 wird also der Grundton 8 viermal geschwächt und erlangt bei 2 zum vierten mal wieder seine ursprüngliche Intensität, während der Ton 9 fünf Schwächungen erleidet, von welchen die letzte bei der Stellung auf 2 erfolgt, es ist aber klar, dass immer, wenn einer der primären Intervalle im Verhältniss zum andern sehr schwach wird, auch die Stösse oder Stosstöne dieses Intervalles so gut wie ganz verschwinden müssen, was auch das Experiment bestätigt.

Um diese Interferenzerscheinungen an den primären Tönen recht deutlich wahrzunehmen, thut man gut, die Reihe der Einstellungen für jeden der beiden Töne einzeln auszuführen,

la die ersten Interferenzstellen beider Töne vom
aus gerechnet ziemlich nahe aneinanderfallen.
hält mit anderen Intervallen, wie z. B. mit 2 : 3,
96 Wellen ganz gleiche Resultate wie im vorher-
eispiele bei beträchtlich weiteren Intervallen, wie
15, treten jedoch nur noch die Interferenzen am
mit derselben Deutlichkeit auf, und die am höheren
schwer wahrzunehmen, wegen der Kürze seiner
, welche eine zu grosse Genauigkeit der Einstellung

sammtresultat dieser Experimente mit der Wellen-
die Interferenz zweier Zusammenklänge ist also,
bachtung alle theoretisch geforderten Erscheinungen
uf die relative Intensität der verschiedenen Töne
auf das vollständigste bestätigt, wogegen in allen
duter Interferenz, in welchen die Intensität eines
rer Töne Null werden sollte, diese in Wirklichkeit
ein Minimum erreicht. Letzteres wird man aber
rlicher finden, wenn man bedenkt, dass eine voll-
terferenz bei der Vertheilung der acht Tonquellen

und es war nun nöthig, den Einfluss zu prüfen, welchen es auf die Eigenschaft dieser Töne haben konnte, wenn sie mit sehr bedeutend grösserer Intensität hervorgebracht wurden, sei es vermittelst einer grösseren Anzahl gleichzeitig anblasender Windspalten, oder auch durch die beträchtliche Erweiterung einer einzigen Windspalte. Ich konnte zu diesem Zwecke nicht nur die bei Klanganalysen gebräuchlichen Resonatoren anwenden, sondern auch die Interferenzmethode, durch welche es möglich wird, wie ich im Vorhergehenden beschrieben, bei bestimmten Phasendifferenzen zweier Grundtöne die Amplituden eines ihrer harmonischen Töne zu verdoppeln und somit seine Intensität im Verhältniss zu den anderen Tönen so beträchtlich zu vergrössern, dass er sich aus der ganzen Tonmasse heraushören lässt.

Ich wendete bei diesen Experimenten sechs gleich grosse Scheiben an, von denen zwei auf ihrer Peripherie acht Sinuscurven mit Amplituden von 37 und 18,5 mm, drei, 16 Wellen mit Amplituden von 37, 18,5 und 9,25 mm, und eine, 24 Wellen mit der Amplttude von 25 mm, trugen, und welche ich immer kurz durch 8 W. A. 1, 8 W. A. 2, 16 W. A. 1, 16 W. A. 2, 16 W. A. 3, 24 W. bezeichnen werde, sodass also z. B. 16 W. A. 2, $u\,t_2$ bedeutet: der Ton c ($u\,t_2$) hervorgebracht vermittelst der Scheibe von 16 Wellen, deren Amplitude 18,5 mm beträgt.

Vermittelst der Resonatoren erhielt ich folgende Resultate, wenn alle Scheiben durch acht Spalten von 1,5 mm Breite und unter 0,12 m Wasserdruck angeblasen wurden:

8 W. A. 1, c ($u\,t_2$) ist deutlich von der Octave (2) begleitet, einer weit schwächeren Duodecime (3) und einer Doppeloctave (4), die beträchtlich stärker ist als die erste Octave, und über welche hinaus man auch noch den Ton 5, $\overline{\overline{e}}$ (mi_4) erkennen kann. Bei 8 W. A. 2, *c*, sind die harmonischen Töne noch weit schwächer, und Ton 5 lässt sich nicht mehr wahrnehmen, die relative Intensität der Töne scheint aber ganz dieselbe geblieben zu sein.

8 W. A. 1, 2, 3, c ($u\,t_2$) ist bei A. 1 wieder von einem deutlichen Tone 2, einem schwächeren 3 und stärkeren 4 begleitet, über welchen hinaus sich auch noch ein ganz schwacher Ton 5 erkennen lässt, der aber bei A. 2 schon ganz verschwindet, wo die anderen drei harmonischen Töne in gleichem

so beträchtlich schwächer geworden sind, dass der
n wie ganz fehlend betrachtet werden kann. Bei
ich schliesslich dann von den harmonischen Tönen
mehr als die schwache Doppeloctave wahrnehmen.
c ($u\,t_2$) ist von einer schwachen Octave und einer
oppeloctave begleitet, zwischen denen der Ton 3
h fehlt.
($u\,t_2$) gestattete den Rotationsapparat nicht mehr
zustellen.
l. 1, 2, 3 $\bar{c}$ ($u\,t_2$). Bei A. 1 scheinen die Töne 2, 3, 4 fast
nsität zu haben, von dem darauffolgenden Tone 5
r noch eine Spur zu entdecken. Mit A. 2 nehmen
ischen Töne 2 bis 4 regelmässig ab, wobei die
e schon kaum mehr wahrgenommen werden kann,
3 ist die Octave sehr schwach, der Ton 3 noch
und die Doppeloctave existirt gar nicht mehr.
$\bar{c}$ ($u\,t_2$). Die harmonischen Töne werden regelmässig
ppeloctave schwächer, welche selbst nur noch eine
e Intensität hat.
nan die Scheibe von 24 Wellen durch eine Spalte

auch die Octave bei ihrer Phd. $^1/_4$ noch mehr geschwächt ist, als der Grundton bei seiner Phd. $^1/_8$, so scheint bei dieser Disposition die ganze Klangmasse am vollkommensten den Charakter eines einfachen Tones anzunehmen. Der Ton 3 konnte auch durch die für seine Verstärkung günstigsten Phasendifferenzen von $^1/_3$ und $^2/_3$ nicht zur Wahrnehmung gebracht werden. Bei A. 2 waren die Töne 2 und 4 bei Phd. $^1/_2$ nur sehr schwach, die ganze Klangmasse schien aber auch wieder in der Gegend von Phd. $^1/_8$ dem einfachen Tone am nächsten.

16 W. A. 1, 2, 3 c ($u\,t_2$) liess bei A. 1, Phd. $^1/_2$, die Töne 2 und 4 sehr deutlich hervortreten. Die Doppeloctave war dabei stärker als die Octave und konnte auch bei Phd. $^1/_4$ und $^3/_4$ einzeln verstärkt vernommen werden. Bei A. 2, Phd. $^1/_2$, waren beide Töne 2 und 4 schwächer, doch liess sich die Verstärkung des Tones 4 allein noch sehr gut bei Phd. $^1/_4$ und $^3/_4$ beobachten. In diesem Falle gelang es auch bei Phd. $^1/_3$, den Ton 3 wahrnehmbar zu machen. Man verfuhr dabei am besten so, dass man die obere Windlade auf Phd. $^1/_2$ einstellte, die Scheibe erst durch die untere Windlade allein anblies, dann durch die beiden Windladen zugleich, und hierauf die obere Windlade ruckweise von Phd. $^1/_2$ nach Phd. $^1/_3$ und $^1/_4$ bewegte, wo dann die vier Töne 1, 2, 3, 4 sehr gut hintereinander hervortreten, gehört werden konnten. Merkwürdigerweise gelang dasselbe Experiment nicht mit 16 W. A. 1, obgleich die Resonatoren in diesem Falle einen stärkeren Ton 3, als bei A. 2 hatten erkennen lassen, vermuthlich überwiegt aber die Intensität der stärkeren Doppeloctave, obgleich sie bei Phd. $^1/_3$ noch nicht ihre Amplitude ganz verdoppelt hat, hier doch schon so sehr die grösste Stärke, welche der Ton 3 bei der vollständigen Verdoppelung seiner Amplitude erreicht, dass es schwer wird, ihn herauszuhören.

16 W. A. 3, c ($u\,t_2$). Es scheint bei Phd. $^1/_2$ nur noch die Octave hervorzutreten, die Doppeloctave war aber bei Phd. $^1/_4$ und $^3/_4$ nicht mehr wahrnehmbar.

24 W., c ($u\,t_2$) liess bei Phd. $^1/_2$ auch wieder die Töne 2 und 4 hervortreten, während man bei Phd. $^1/_4$ und $^2/_4$ die Doppeloctave allein hörte.

16 W. A. 1, 2, 3, $\bar{c}$ ($u\,t_3$). Die Resultate der Untersuchungen an diesem höheren Tone unterscheiden sich von den Vorher-

durch, dass bei ihnen die Doppeloctave ihre Be-
en die der Octave verloren hat, sodass z. B. A. 3,
ur die Octave, aber keine Spur mehr von der
e erkennen lässt. Auch bei *24 W.* $\bar{c}$ ($u\,t_3$) konnte
ctave nicht mehr bei $^1/_4$ und $^3/_4$ vernommen wer-
d die Octave bei Phd. $^1/_2$ stark hervortrat.

tave allein lässt sich bei genauer Einstellung für
auch noch bei weit kürzeren Wellen als den bis
tzten, also z. B. bei 32 und 48, auf gleich grossen
obachten. Verschiebt man aber die vier beweg-
en continuirlich, so hört man nur noch Stösse wie
nfachen Tönen, ohne die momentanen Uebergänge
ve bemerken zu können.

man zuerst bei gleicher Anzahl der Anblasespalten
ur bei einer festen und einer verschiebbaren Spalte
rke nach und nach von 0,12 bis zu 0,02 m Wasser-
ngert, so kann man dabei ungefähr die Grenzen
bei welcher, ausser der Octave, alle anderen har-
öne aufhören, die Grundtöne noch mit genügender
begleiten, um nachweisbar zu sein.

Bei den Experimenten mit nur zwei Spalten findet man, dass c ($u\,t_2$) von seiner Doppeloctave nur begleitet ist bei 16 W. A. 1 mit verschiedenen Windstärken, und auch noch ganz schwach bei 24 W. und 0,12 m Wasserdruck, in allen anderen Fällen lassen sich aber weder bei c noch bei $\bar{c}$ andere harmonische Töne nachweisen, als die einzige Octave.

Man hätte erwarten sollen, dass beim Anblasen von Sinuscurven in allen Fällen die harmonischen Töne, welche etwa den Grundton begleiten könnten, nach der Höhe zu an Intensität regelmässig abnehmen würden, und es ist jedenfalls auffallend, dass bei dem tiefen Grundton c ($u\,t_2$) die Doppeloctave zwischen der Duodecime, welche immer beträchtlich schwächer als die Octave war, und dem ganz schwachen oder schon ganz fehlenden Tone 5 stärker hervortrat und sogar mitunter mit unbewaffnetem Ohr vernommen werden konnte. Wollte man dieses einer fehlerhaften Uebertragung der Curven in Luftschwingungen zuschreiben, so würde dagegen der Umstand sprechen, dass bei höheren Grundtönen eine derartige Unregelmässigkeit in der Intensitätsabnahme ihrer harmonischen Töne sich nicht bemerken lässt, und es scheint mir daher wahrscheinlich, dass es sich bei diesem starken Auftreten des Tones $\bar{\bar{c}}$, beim Grundton c, um irgend eine Resonanzerscheinung in den Windladen und Zuleitungsröhren des Apparates handelt, obgleich ich dieselbe nicht mit Bestimmtheit habe feststellen können, denn die tiefsten Eigentöne der beiden Windladen mit vier Spalten bei geschlossenen Windzuleitungsröhren lagen bei h ($s\,i_2$) und $\bar{c}$ ($u\,t_3$), und wenn die Schieber dieser Röhren geöffnet waren, bei a und $a\#$. Einer ihrer höheren Eigentöne schien allerdings dem $\bar{\bar{c}}$ sehr nahe zu sein, da eine Stimmgabel für diesen Ton eine ganz gute Resonanz hören liess, doch war die Intensität derselben sehr verschieden, je nachdem die vibrirende Gabel vor der einen oder der anderen der offenen Spalten gehalten wurde.

Diese eben erwähnte Unregelmässigkeit bei Seite gesetzt, geht aus der Gesammtheit dieser Untersuchungen hervor, dass ein durch Anblasen von Sinuscurven erzeugter Grundton bei geringer Intensität und mittlerer Tonhöhe nur von einer leisen Octave und bei beträchtlicher Tiefe ebenfalls von der leisen Octave und einer noch schwächeren Duodecime begleitet ist.

Intensität, wie man sie durch eine grössere An-
zeitig anblasender Windspalten, die beträchtliche
einer einzigen Anblasespalte oder die Vergrösserung
ıden der Wellencurven erhält, kann er jedoch von
en Tönen begleitet sein, welche sich in einigen
st bis zum fünften Tone nachweisen lassen, wenn
bsolute Intensität immer nur sehr gering ist. Man
ach bei sehr delicaten Untersuchungen meistens
, Töne geringerer Intensität, wie sie beim Anblasen
eine schmale Spalte erhalten werden, zu benutzen,
nmal bewiesene Thatsachen vortheilhaft mit be-
ırkeren Tönen zur Darstellung gebracht werden

b) Vocalklänge.

der Untersuchung der durch das Anblasen von
erzeugten Töne, sind es natürlich die Vocalklänge,
besonders gut eignen die Leistungsfähigkeit der
e zu prüfen, da diese Klänge so ziemlich die ein-
welche sich kurz mit solcher Bestimmtheit be-
ssen, dass nie ein Zweifel darüber entstehen kann,

gegeben werden, als wenn sie eine längere Dauer haben, und dann auch, wenn sie im Vergleich mit anderen beobachtet werden können, als wenn sie nur allein gehört werden. — An den sechs möglichen Klangpaaren liess sich Folgendes bemerken:

A und *O*. Das *A* war gut aber etwas näselnd, und schien noch klarer und deutlicher zu werden, wenn der Grundton etwas tiefer gewählt wurde. Das *O* war noch besser als das *A*.

A und *U*. Das *U* war schlecht, etwa wie ein Klang zwischen *A* und *Ae*, wogegen eine Scheibe mit 16 Sinuscurven ein durchaus tadelloses, vorzügliches *U* hören liess.

A und *E*. Das *E* war nicht schlecht, besonders sehr kurz und abwechselnd mit *A* angegeben.

O und *U*. Das *U* blieb auch bei der Vergleichung mit dem *O* schlecht, erzeugte man aber das gute *U* mit den Sinuscurven, so erschien jetzt das *O* in Vergleich mit diesem etwas mehr nach einem *Oe* hinzuneigen, als dieses bei seiner Vergleichung mit dem *A* der Fall gewesen war.

O und *E*. Das *E* war wieder nicht schlecht, und das *O* schien jetzt sich etwas dem *A* zu nähern.

U und *E*. Das *E* blieb wie zuvor, es mochte mit dem schlechten *U* der *U*-Curve, oder dem guten der Sinuscurven verglichen werden.

Da das *O*, bei den drei verschiedenen Vergleichungen doch natürlich thatsächlich immer ganz dasselbe war, so ersieht man aus der verschiedenen Art, wie es in diesen drei Fällen aufgefasst wurde, wie sehr das Ohr, selbst wenn es schon ziemlich daran gewöhnt ist, auf Klangfarben und ihre Unterschiede zu achten, in seiner Beurtheilung durch äussere Umstände beeinflusst werden kann.

Die Curven für *A*, *O*, *E*, gaben also in Bezug auf die Deutlichkeit der Vocale, welche sie darstellen sollten, durchaus befriedigende Resultate, und nur von der *U*-Curve konnte dasselbe nicht gesagt werden. Es ist möglich, dass ich bei dieser die absolute Ordinatenhöhe vielleicht zu hoch gewählt hatte, da jedoch in keinem Falle auch bei irgend welcher andern absoluten Ordinatenhöhe dieser Curve die Vortrefflichkeit des *U*-Klanges der Sinuscurven übertroffen werden konnte, so habe ich die Construction dieser Curven in noch andern Dimensionen

, besonders da es sich hier ja in keiner Weise um
ngen über Vocalklänge, sondern nur um die Prüfung
ngsfähigkeit der Wellensirene handelt. Diese liess
mit allen vier Vocalcurven auch noch weiter ver-
Interferenzmethode vornehmen.

die vier Windspalten der oberen Windlade gegen
er unteren allmählich von der Phasendifferenz 0,
von 1, des Grundtones der Klänge verschiebt, so
dass bei der *A*-Curve eine Reihe von 5 bis 6 den
nliche Anschwellungen und Schwächungen eines
en Tones entstehen, der bald der 5., bald der 6.
a die ersten und letzten Minima- und Maximapunkte
len Töne sehr nahe aneinander liegen, gelingt es
Reihe der Stösse, welche jedem allein zukommen,
zur Darstellung zu bringen, und nicht unwillkürlich
nen Reihe in die andere zu gerathen. Jedenfalls
aber der 5. und 6. harmonische Ton, welche sich
Weise als die bei weitem stärksten im Klange heraus-
rchaus entsprechend den Angaben von Hermann,
en die für diese angewandte *A*-Curve berechneten

den aus ihr berechneten Amplituden der Theiltöne zeigen, beweist, dass die schlechte Wiedergabe des *U*-Klanges, wie ich sie oben beschrieben, offenbar nicht der mangelhaften Uebertragung der Luftschwingungen durch die Wellensirene, sondern vielmehr der Fehlerhaftigkeit der Curve selbst zugeschrieben werden muss.

Wenn man diese hier beschriebenen Experimente macht, muss man nie vergessen, dass man bei einer Phasenverschiebung zwischen zwei gleichen, an harmonischen Tönen reichen Klängen, nicht nur auf den Theilton allein einwirkt, welchen man gerade einer Untersuchung unterwirft, sondern immer zugleich auch noch auf alle anderen im Klange enthaltenen, die man dabei theils verstärkt, theils schwächt, denn in diesen bei jeder Phasendifferenz verschiedenen Intensitätsverhältnissen der andern Theiltöne ist der Grund zu suchen, warum die Deutlichkeit der Maxima- und Minimastellen des untersuchten Tones nicht überall gleich erscheint, wie ich z. B. am 15. Tone der *E*-Curve besonders bemerkte.

Es finden, wie man sieht, bei der hier angewendeten Interferenzmethode durchaus andere Verhältnisse statt, als bei der, welche darin besteht einzelne Töne oder Tonreihen aus einem Klange durch Interferenzröhren auszuscheiden, wie sie von G. Quincke[1]) schon 1866, für die Untersuchung verschiedener musicalischer Klänge angewendet worden war, und auch ich sie 1872[2]) für die Untersuchung der Vocalklänge vermittels der manometrischen Flammen vorgeschlagen und an einigen Beispielen erläutert hatte, und welche Grätzner und Sauberschwarz[3]) nun neuerdings in hohem Maasse vervollkommnet, bei ihren Untersuchungen angewendet haben.

Schliesslich will ich jetzt nur noch bemerken, dass auch diese vier Vocalcurven, wie die beiden schon von Hermann versuchten *A*-Curven, bei der Umkehrung ihrer Bewegungsrichtung vor den Luftspalten ihre Vocalklänge nicht verändern, und sich also an der Wellensirene gerade ebenso verhalten,

1) G. Quincke, Pogg. Ann. **78.** p. 181. 1866.

2) R. König, Pogg. Ann. **146.** p. 37. 1872 und „Quelque expériences" p. 81.

3) Grützner u. Sauberschwarz, Archiv f. d. ges. Physiologie **61.** p. 1. 1895.

wie die Eingravirungen der Vocalklänge am Phonograph, denn man weiss, dass Fleming Jenkins und J. A. Ewing, bei Gelegenheit ihrer Untersuchungen über Vocalklänge mit dem alten Phonograph von Edison, in der That gefunden haben[1]), dass dieses Instrument die Vocale, wie die Consonanten, bei der umgekehrten Drehung eines Cylinders ebenso wie bei der directen hören lässt, was seitdem durch Experimente von Hermann, auch mit dem vervollkommneten Phonograph von Edison bestätigt worden ist. Die Beibehaltung des Vocalklanges bei der Abscissenumkehrung jeder dieser Curven an der Wellensirene, wie am Phonograph, schliesst aber natürlich die Möglichkeit nicht aus, dass mit beiden Instrumenten bei der Umkehrung der Bewegungsrichtung, kleine Unterschiede in der Klangfarbe, welche an dem specifischen Vocalcharakter derselben nichts ändern, vielleicht bemerkbar werden könnten, wenn man die beiden Klänge abwechselnd ganz schnell aufeinander folgen liesse.

Kurz zusammengefasst sind die Ergebnisse obiger Untersuchungen der Hauptsache nach folgende:

1) Die aus einer schmalen Windspalte unter 0,12 m Wasserdruck austretende Luftlamelle zeigt auf einer Strecke von 0,010—0,012 m, noch keine merkliche Erweiterung, auch keine Abnahme ihrer scharfen Begrenzung.

2) Die Druckveränderungen der Luft im Zuleitungsrohre durch die Rückwirkung der anblasenden Luftlamelle sind, selbst wenn die Curven ganz nahe vor den Luftspalten vorbeigehen, immer nur sehr schwach, und der Abstand der Curven von den Spalten hat nicht nöthig, mehr als 3 mm zu betragen, damit sie sogar vollständig verschwinden.

3) Von Luftanstauungen, welche vor den vollen Theilen der Curven entstehen, und dann vor den ausgeschnittenen wie Explosionen wirken sollen, und somit eine treue Uebertragung der Curven in Luftschwingungen verhindern, lässt sich bei der genauesten Prüfung keine Spur entdecken.

4) Die Wirbelbewegungen, welche am Rande einer ausgeschnittenen Curve entstehen, wo die anblasende Spalte ihn

---

1) Fluming Jenkins u. J. A. Ewing, Nature 438. p. 423. 1878.

überragt, sind nicht nur wenn dieser Punkt sich in Ruhe befindet, sondern auch wenn er periodische Bewegungen annimmt, ohne jede tonerzeugende Wirkung.

5) Die Amplitude eines Grundtones, wie eines harmonischen Tones der Wellensirene wächst nach dem Sinusgesetze mit der Spaltenbreite, bis diese die halbe Länge der Curve des betreffenden Tones erreicht hat, und nimmt nach demselben Gesetze wieder ab, bis sie der ganzen Länge dieser Curve gleich geworden ist.

6) Wenn die Anblasespalte vor einer Curve geneigt wird, so erzeugt die Wellensirene einen Klang, welcher einer neuen Curve entspricht, deren Ordinaten die Länge der Geraden haben, welche parallel zur Spalte die ursprüngliche Curve schneiden.

7) Beim Anblasen der Curven, welche den Zusammenklang zweier Töne darstellen, beobachtet man dieselben Erscheinungen wie beim Zusammenklang zweier Stimmgabeltöne.

8) Die bei der Phasenverschiebung zweier Stimmgabeltöne eines harmonischen Intervalles entstehenden Tonschwankungen, wie auch der Einfluss der Phasendifferenz der harmonischen Töne auf die Klangfarbe, welche eine nothwendige, logische Folge dieser Erscheinung ist, lassen sich beide mit der Wellensirene zur Wahrnehmung bringen.

9) Alle Interferenzerscheinungen, welche beim Zusammenklange zweier Tongemische mit verschiedenen Phasendifferenzen von der Theorie gefordert werden, lassen sich mit der Wellensirene, was die relative Intensität der einzelnen Töne zu einander anlangt, auf das deutlichste darstellen, jede geforderte absolute Auslöschung einzelner, oder auch ganzer Reihen von Tönen aus den Klängen, wird jedoch immer nur annähernd erreicht.

10) Der durch das Anblasen von Sinuscurven erzeugte Ton ist bei geringer Intensität und mittlerer Tonhöhe nur von einer leisen Octave begleitet, bei grösserer Tiefe auch wohl noch ausser diesen leisen Octave, von einer noch schwächeren Duodecime. Bei sehr grosser Intensität kann er aber von harmonischen Tönen begleitet sein, die, wenn auch nur sehr schwach, sich doch mitunter sogar bis zum fünften erkennen lassen.

enn man Vocalcurven anbläst, deren harmonische
le bekannt sind, so findet man bei der Analyse
ge in diesen dieselben Bestandtheile wieder, die
er geringere Deutlichkeit der Vocale, welche man
hängt also hauptsächlich von der Treue der Curven
nd kann im Falle eines ungünstigen Resultates nicht
aften Art ihrer Uebertragung in Luftschwingungen
en werden.

, September 1895.

15. *Eine Aufstellungsweise des Rowland'schen Concavgitters; von H. Haga.*

Bei der Aufstellung des Rowland'schen Gitters habe ich folgende Bedingungen zu erfüllen gesucht:

1. Die Vorrichtung sollte transportabel sein, damit nicht fortwährend ein ziemlich grosser Raum in Beschlag genommen und für andere Zwecke unbrauchbar wird, und man nicht genöthigt ist, immer denselben Ort zu benutzen.

2. Die Vorrichtung sollte möglichst eisenfrei sein; in erster Linie sollten, ihrer grossen Länge wegen, die Schienen aus nicht magnetisirbarem Material bestehen.

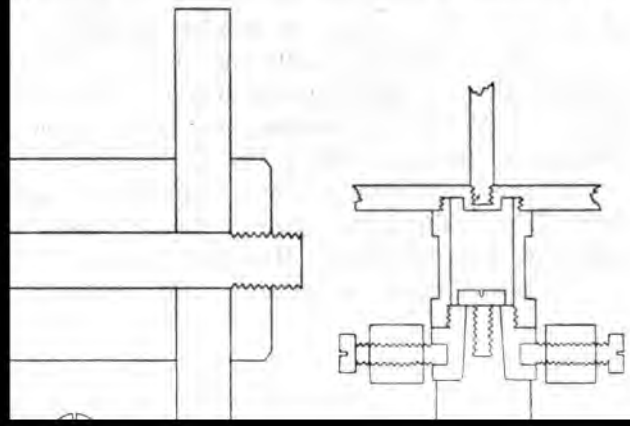
3. Das Material sollte sich nicht verziehen; eine erste Aufstellung, wobei Messingschienen auf, aus eichenhölzernen Brettern zusammengesetzten Hohlbalken befestigt waren, veränderte sich durch Verziehen bald dermaassen, dass sie unbrauchbar wurde.

4. Die Vorrichtung sollte weder zu kostspielig, noch zu complicirt sein, damit sie in einer guten Werkstatt eines Institutes anzufertigen sei.

Da es mir gelungen ist diesen Anforderungen zu genügen und der im hiesigen Institute angefertigte Apparat sehr leicht und schön functionirt, erlaube ich mir hier eine Beschreibung desselben zu geben.

Da das Gitter einen Krümmungsradius von $\pm$ 3 m hat, müssen die Schienen ebenfalls diese Länge haben; jede Schiene besteht aus zwei 3 m langen, 10 cm hohen und 1 cm dicken Spiegelglasstreifen, welche an fünf Stellen durchbohrt und durch Schraubenbolzen und Ebonitcylinder in gleicher Entfernung voneinander gehalten werden; eine solche Doppelschiene wird durch drei auf Messingdreifüssen befestigten buchsbaumhölzernen Scheibe getragen (Fig. 3 und 4). Wiewohl die Spiegelglasstreifen bereits geschliffen bezogen waren, zeigte es sich doch, dass ein Nachschleifen, mittels mit Schmirgel bekleideten Holzstücken, nothwendig war.

auf zwei sich drehenden cylindrischen Rollen über die
n hingleitenden Schlitten ist einerseits das Ocular,
s das Gitter befestigt: Fig. 3 und 4 geben eine
sicht der beiden 16,5 cm langen Schlitten; Fig. 1
/3 der wahren Grösse, den Querschnitt durch die
n, einen der Ebonitcylinder mit Schraubbolzen, eine
grollen und eine der beiden Messingscheiben, die



schiebung des Schlittens kommt dann mit einer Aenderung der Wellenlänge von 589 $\mu\mu$ überein; mittels dieses Werthes wird die Theilung weitergeführt.

Auf dem schwach conischen oberen Theil des im Schlitten verschraubten Messingcylinders ist ein Hohlconus drehbar, worauf ein hohler Messingcylinder geschraubt ist (Fig. 2). Dieser Hohlcylinder trägt ein Messingstäbchen und eine mit Schwalbenschwanzführung versehene Platte; da das Stäbchen

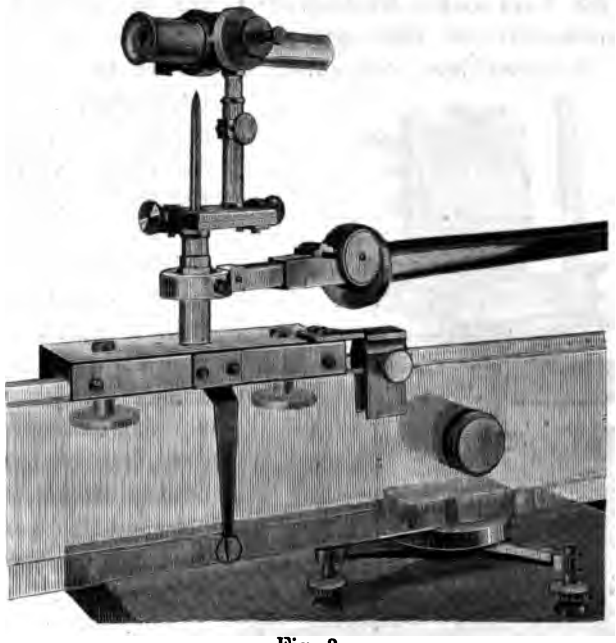


Fig. 3.

sich genau in der Verlängerung des Zapfens befindet, kann das Fadenkreuz des Oculars [1]) leicht in die Umdrehungsaxe gebracht werden (Fig. 3).

In ähnlicher Weise trägt am anderen Schlitten der Hohlconus einen Messingdreiarm, in dessen Mitte eine starke Spiralfeder versenkt ist, die eine mit in konischen Vertiefungen stehenden Stellschrauben versehene Platte stark anzieht. Auf dieser Platte steht das Gitter auf einem von Geissler Nachf.

1) Das Ocular gehört zu dem von der Société Genevoise bezogenen Kathetometer.

lieferten Stative. Um die Vorderfläche des Spiegels ie Drehungsaxe zu bringen, ist am Messingdreiarm taler Cylinder befestigt, dessen eben abgeschliffene genau 10 cm von der Axe entfernt ist; ein in Fig. 4 Messingstab wird mittels einer Schraube gegen diese ngedrückt und das Gitter 10 cm von diesem Stabe der Stab wird dann selbstverständlich entfernt. erbindung zwischen den beiden Schlitten geschieht 3 cm dickes Messingrohr (1 mm Wandstärke), welseits von Messingringen versehen ist; durch zwei, abgebildete, Schrauben sind diese Ringe um eine

horizontale Axe drehbar in den obengenannten Hohlconus (vgl. auch Fig. 3); in letztgenannter Figur ist auch ersichtlich, wie der Abstand zwischen den Schlitten, mittels Trieb und Zahnstange, ge-

Dieses scheint mir ein grosser Vortheil der Doppelschienen zu sein; jeder Schlitten ist an und für sich im Gleichgewicht, jede Axe wird für sich vertical gestellt und das Verbindungsrohr kann ohne Nachtheil durchbiegen.

Der Spalt wird unschwer in richtiger Weise aufgestellt durch zwei zwischen den Schienen angebrachte Ebonitstreifen, in deren Mitte Visire angebracht sind.

Um die Schienen unter rechtem Winkel aufzustellen wurde ein weisser Faden, mittels Spiegelung, genau senkrecht auf der einen Schiene ausgespannt und die andere parallel diesem Faden aufgestellt.

Ein weiteres einfaches aber bequemes Hülfsmittel zur Justirung der Schienen ist eine Schlauchwasserwaage: zwei durch lange Kautschukschläuche verbundene Glasröhren.

Die weitere Aufstellung hängt zu viel von localen Umständen ab, als dass sich darüber noch Allgemeines mittheilen liesse. Im hiesigen Institute ist in jedem Arbeitsraume ein Pfeiler fest unter dem Fussboden aufgemauert und mit Steinplatten bedeckt; der Fussboden besteht aus auf den Balken ruhenden Holzplatten; hebt man eine derselben, so hat man also unmittelbar einen erschütterungsfreien Boden zur Verfügung. Die Glasschienen ruhten mit ihren sechs Messingdreifüssen auf fünf 1 m hohen, mit Steinplatten versehenen tragbaren Steinsäulen, die mittels Gyps auf der Steinplatte des Fussbodenpfeilers befestigt wurden.

Sehr viel würde sich die Aufstellung des Gitters vereinfachen, falls man auf das 3. und 4. Spectrum verzichtet; dann braucht die eine Schiene nur 160 cm, die andere, das Gitter tragende, nur 72 cm lang zu sein; begnügt man sich mit dem ersten Spectrum, so werden diese Längen bez. 66 und 27 cm. Da mit dem, dem Institute gehörenden, Gitter [1]) im ersten Spectrum alle sieben zwischen D_1 und D_2 auf Rowland's Karten vorkommende Linien zu sehen sind, so verfügt man dabei schon über eine beträchtliche Dispersion, die zu manchen Zwecken vollkommen ausreichen möchte.

Groningen, Physik. Institut d. Univ.

1) Catalog Geissler, Bonn: allerbeste Qualität, 10,000 Linien auf jeden inch. 375 Mk.

…er die Brechungsexponenten des festen Fuchsins; von B. Walter.

…eben in diesen Annalen von Pflüger[1]) veröffent-…the der Brechungsexponenten des festen Fuchsins, …elbe direct durch die Beobachtung der Ablenkung … in sehr kleinen und spitzen Prismen dieses Stoffes …t, geben mir Veranlassung, auf die überraschende …mmung hinzuweisen, welche zwischen den so er-…hlen und denjenigen stattfindet, welche ich aus …niger Zeit von mir bestimmten Constanten der … Polarisation nach der Cauchy'schen Theorie be-…be.[2]) Dass dies für die von den früheren Beob-…efundenen Werthe der Constanten, wie die folgende …gt, in ganz erheblich geringerem Grade der Fall …llein daher, dass ich mich bei meinen Messungen …tze zu ihnen der directen Jamin-Quincke'schen

Vorstehende Tab. I enthält für die hauptsächlichsten der vom Fuchsin *stark* absorbirten Strahlen — denn nur auf solche kann die Cauchy'sche Theorie angewandt werden — die Brechungsexponenten dieses Farbstoffes, wie sie sich aus den betr. Messungen der sämmtlichen oben angeführten Beobachter ergeben.

Ich bemerke noch, dass die Zahl 2,68, welche nach meinen Beobachtungen für die D-Linie gilt, ganz in die Fehlergrenzen der Pflüger'schen Messungen hineinfällt, da letzterer für eines seiner Fuchsinprismen $n_D = 2{,}70$ gefunden hat, dass ferner Pfüger nicht wie ich genau für die E-Linie ($\lambda = 527$), sondern für $\lambda = 535$ beobachtete, wo er demnach, dem Verlaufe der Curve der Brechungsexponenten entsprechend, einen etwas höheren Werth finden musste, als ich. Auch für die Strahlen $F\frac{1}{2}G$ befinden wir uns beide nicht genau bei derselben Wellenlänge, da die Pflüger'schen Beobachtungen für $\lambda = 461$, die meinigen für $\lambda = 455$ gelten; da indessen in dieser Gegend sich ein Umkehrpunkt der genannten Curve befindet, so kann dieser Unterschied nicht viel ausmachen.

Für die vom Fuchsin *schwach* absorbirten rothen und violetten Strahlen des Spectrums ist allerdings die Uebereinstimmung zwischen Pfüger und mir nicht immer so gut; indessen halte ich *für diese Farben* meine Zahlen für die richtigeren, da sie nach einem weit empfindlicheren Verfahren als diejenigen Pflüger's und dabei ebenso direct wie diese, nämlich auf totalreflectometrischem Wege, gewonnen sind.

Hinsichtlich näherer Einzelheiten verweise ich auf meine angeführte Schrift, aus der ich zum Schlusse noch die sämmtlichen optischen Constanten des Fuchsins für die wichtigsten Stellen des Spectrums anführe.[1]) (Vgl. Tab. II.)

Darin bedeutet n_0 den Brechungsexponenten und k_0 den Absorptionscoefficienten, eine Grösse, die nur bei den stark absorbirten Strahlen einen für die Theorie in Betracht kommenden Werth hat, und deren obige Werthe dieselbe Genauigkeit besitzen müssen, wie die daneben stehenden Brechungsexponenten, da sich beide Grössen zu gleicher Zeit aus den Formeln der Cauchy'schen Theorie ergeben.

---

1) Walter, l. c. p. 50.

Tabelle II.

Optische Constanten des festen Fuchsins.

	n_0	k_0
A	2,019	—
a	2,086	—
B	2,161	—
C	2,310	—
$\lambda = 634$	2,412	—
D	2,684	0,792
E	1,912	1,419
F	1,074	1,168
$\lambda = 455$	0,847	0,533
G	0,95	—
$\lambda = 425$	1,00	—
H	1,32	—

somit dargethan, dass diese Theorie, wie sie die igenschaften der *Metalle* mit genügender Genauigkeit sselbe auch für die Körper mit Oberflächenfarben e) leistet, wobei sie aber natürlich nur für die von en *stark* absorbirten Strahlengattungen gelten kann, f die *schwach* absorbirten Wellen die gewöhnliche he Theorie Anwendung findet. Dass auf diese Weise

17. *Studium über die electrische Endosmose von Gerbsäurelösungen durch thierische Häute; von F. Roever.*

Man hat vorgeschlagen das Gerben der Häute durch electrische Ströme zu beschleunigen, welche durch die Lohbrühe geleitet werden, in welcher die Häute aufgehängt sind.

In der That erscheint ein günstiger Einfluss der electrischen Ströme nicht unwahrscheinlich, wenn man erwägt, dass die fortführende Wirkung des electrischen Stromes oder die sogenannte electrische Endosmose [1]) sehr geeignet ist, um die Gerbsäurelösung längs der Porenwände der festen Hautsubstanz zu verschieben und durch neue Flüssigkeit zu ersetzen, während durch hydrostatische Druckkräfte vorzugsweise die Flüssigkeit in der Axe der Poren bewegt, und die an den Porenwänden adhärirende Flüssigkeit wenig oder gar nicht verschoben wird.

Ich habe daher die Menge Gerbsäurelösung bestimmt, welche ein electrischer Strom durch thierische Häute hindurchtreibt, wie sie in den Gerbereien verwandt werden. Die Hautstücke waren dem physikalischen Institut von Hrn. Karl Möller in Kupferhammer freundlichst zur Verfügung gestellt worden. Als Gerbsäurelösung verwandte ich 0,2—0,5 proc. Lösungen von Quebrachoextract in reinem Wasser.

Ein Hautstück, sogenannte Blösse von der Backe einer Kuhhaut, wurde durch Kresotinsäure von dem anhaftenden Kalke befreit und mit der Haarseite nach oben zwischen zwei horizontale quadratische Glasplatten mit centralen Oeffnungen von 1,5 cm Durchmesser gepresst. Die Glasplatten wurden am Rande mit Siegellack aneinander gekittet. Auf die obere Glasplatte war eine Glasglocke von 2,5 cm Durchmesser aufgekittet, in deren Hals eine Capillarröhre von 1,04 mm Durch-

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **87.** p. 321. 1852, **89.** p. 177. 1856; G. Quincke, Pogg. Ann. **113.** p. 513. 1861; H. Munk, du Bois-Reymond Arch. p. 241 u. 505. 1873.

einem Kork eingesetzt war. An der Capillarröhre illimetertheilung angebracht. Die untere quadrati- latte ruhte auf zwei Glasstreifen in einer flachen die, wie die Glasglocke mit 0,2 proc. Gerbsäure- llt war. Luftblasen unter dem Hautstück und im Glasglocke wurden sorgfältig entfernt. Die Elec- leten zwei Platinplatten in der flachen Glasschale neren der Glasglocke, in deren Wand der Platin- Electrode eingeschmolzen war.

lectrische Strom von 20—80 hintereinander geschal- mulatoren von 2,25 Volt electromotorischer Kraft ch einen Stromwender und einen geaichten Multipli- Spiegelablesung — 0,000111 Amp. entsprachen entheil — durch die eine Electrode, die Gerbsäure- l das Hautstück zwischen den Oeffnungen beider zur anderen Electrode geleitet. Ohne electrischen lerte sich die Lage der Flüssigkeitskuppe in der re nicht merklich. Beim Schliessen des Stromes Gerbsäurelösung von der positiven Electrode durch tück zur negativen Electrode getrieben, und die sen, in welcher die Flüssigkeitskuppe in der Ca-

net E die electromotorische Kraft der Accumulatoren, z die Zeit, in welcher die Flüssigkeitskuppe in der Capillarröhre um 10 mm stieg oder fiel, C die in einer Secunde durch ein Hautstück von 1 qcm Oberfläche von der electromotorischen Kraft 1 Volt hindurchgetriebene Flüssigkeitsmenge, J die gleichzeitig am Multiplicator abgelesene Stromstärke in Ampères und W den Widerstand des Stromkreises oder des Hautstückes in Ohms.

E	z	$C.10^6$	J	$W.10^3$
Volt	Sec.	g	Amp.	Ω
180	13,50	1,999	0,00756	23,81
135	17,30	2,066	0,00612	22,07
90	26,15	2,056	0,00367	24,52
45	51,85	2,074	0,00222	20,28
		Mittel 2,049		22,66

Für 0,2 proc. Gerbsäurelösung ist hiernach im Mittel die in einer Secunde durch ein Hautstück von 1 qcm Oberfläche von der electromotorischen Kraft 1 Volt hindurchgetriebene Flüssigkeitsmenge

$$C = 0{,}000\,002\,048 \text{ g}.$$

Der Widerstand des Hautstückes von 1,767 qcm Oberfläche ist im Mittel 22 660 Ohm, für ein ähnliches Hautstück von 1 qm Oberfläche 1,282 Ohm. Eine electromotorische Kraft von 100 Volt würde durch ein solches Hautstück von 1 qm Oberfläche in einer Stunde 7,377 kg Gerbsäurelösung hindurchtreiben.

Die Stromstärke wuchs beim Stromschluss schnell, bis sie nach 0,2—8 Minuten ein Maximum erreicht hatte. Dann nahm die Stromstärke allmählich wieder ab, um bei Umkehrung der Stromrichtung von neuem zu wachsen. Das Maximum der Stromstärke tritt desto schneller ein, je kleiner die Intervalle zwischen den Stromwechseln gewählt werden. Da die Stromstärke nach dem Umlegen des Stromwenders bis zu einem Maximalwerth steigt und dann wieder abnimmt, so kann die Abnahme der Stromstärke nicht von innerer Polarisation des porösen Hautstückes herrühren, wohl aber von einer durch den electrischen Strom herbeigeführten Aende-

Widerstandes.[1]) Die Widerstandszunahme scheint
sein durch Verstopfung der Poren der Haut, da
Widerstandszunahme auch die fortgeführte Flüssig-
erheblich abnimmt.

eispiel der Widerstandsänderung gebe ich folgende
ihe mit 0,3 proc. Gerbsäurelösung und 180 Volt
rischer Kraft. Die Pfeile bezeichnen die Strom-
m Hautstück, *s* die Ablenkung der Multiplicator-
calentheilen der Spiegelablenkung.

2	4	4,2	6	8	9	12 min
92	83,5	88	84	82	96,5	85 sc
→		←			→	

Stromrichtung 8 mal gewechselt

3,2 min	24	25	34	37	38	44 min
7 mm	83	98	63	.79	80	71,5 sc
←		→		←		

Resultate.

, 0,3 und 0,5 proc. Gerbsäurelösungen werden vom
chen Druck nur unerheblich, vom electrischen Strom
erheblicher Menge durch thierische Häute gepresst.
gkeit bewegt sich dabei in der Richtung des elec-
romes

1896. ANNALEN № 3.
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND 57.

1. *Ueber den Einfluss des Lichtes auf die Form der Entladung einer Influenzmaschine; von J. Elster und H. Geitel.*

Vor einigen Jahren haben wir in diesen Annalen[1]) die Anordnung eines lichtelectrischen Versuches beschrieben, in welchem die zwischen einer Kugel als positiver und einer Scheibe als negativer Electrode übergehenden Büschel und Funken einer Holtz'schen Maschine durch Bestrahlung der Kathode mit kurzwelligem Lichte zum Verschwinden gebracht werden. Die hierzu erforderliche Vorrichtung ist sehr einfach. Man setzt auf die negative Polstange der Maschine eine Hohlscheibe aus Zinkblech, deren Vorderfläche durch Verreiben eines Quecksilbertropfens mittelst eines mit verdünnter Schwefelsäure angefeuchteten Leinenlappens amalgamirt und nach Abspülen mit Wasser durch Reiben mit Seidenpapier getrocknet ist. Zieht man nun die mit Kugel versehene positive Polstange soweit zurück, dass bei thätiger Maschine kräftige Zickzackfunken überschlagen oder dass, wenn man die Condensatoren entfernt hat, ein Büschel unter prasselndem Geräusche gegen die Zinkplatte ausströmt und zündet dann in der Nähe ein Stück Magnesiumband an, so erlischt, sobald das helle Licht die negative Polfläche trifft, der Funkenstrom augenblicklich und das Ausströmungsgeräusch des Büschels verschwindet, um sofort wieder einzusetzen, wenn die Kathode nicht mehr vom Lichte getroffen wird. Der Versuch, schon dadurch auffallend, dass das lebhafte Funken- und Büschelspiel der Maschine während der Dauer der Belichtung einer völligen Stille Platz macht, erscheint noch sonderbarer, wenn man erwägt, dass

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **39.** p. 332. 1890.

Falle die Bestrahlung der Kathode das Gegentheil bewirkt, was man nach sonstigen Erfahrungen erllte. Statt einer Erleichterung der Entladung tritt nscheinend eine Art von Hemmung ein.

deutlicher wird dieser Einfluss des Lichtes, wie wir n, dadurch gemacht, dass man parallel zu der zu en Funkenstrecke eine zweite zwischen Messingkugeln tet, dass im Dunkeln die Entladung eben die erstere

Unter der Einwirkung des Magnesiumlichtes auf athode verlässt dann die Entladung die erstere d springt auf die zweite über. Will man den Belerstand einer Gasstrecke" auch bei Funkenentlawenden, so kann man diese Thatsache kurz so auslass die Belichtung der Kathode aus amalgamirtem Widerstand der Funkenstrecke vermehrt.

n dieser Fassung besonders hervortretende paradoxe veranlasste uns dazu, die Untersuchung der Ervon neuem aufzunehmen; wir erlauben uns, im Folrüber Bericht zu erstatten.

Die erste Vermuthung,

 die sich bei der Vergleichung

konnte indessen die Entladung noch discontinuirlich sein, wenn ihre Schwingungszahl über die Grenze der Hörbarkeit oder der Resonanzfähigkeit der Telephonplatte hinausging. Um nun Stromdiscontinuitäten von sehr kleiner Periode zu entdecken, benutzten wir die in der Figur dargestellte Vorrichtung. Ein Ebonitrohr von etwa 6 cm Länge ist an beiden Enden mit kurzen Metallfassungen A und B versehen, und kann mit Reibung auf eine Polstange der Maschine aufgeschoben werden. Auf das Rohr ist in mehreren durch Wachstaffet voneinander isolirten Lagen ein übersponnener Kupferdraht von 0,2 mm Dicke in einigen Hundert Windungen aufgewickelt, die Enden dieser Spirale sind an die Metallfassungen A und B angelöthet. Von denselben Fassungen aus führen zwei Drähte C und D zu einem kleinen versilberten Glasstreifen G, dessen Metallbelag — wie bei den Resonatoren des Hrn. A. Righi, — durch einen Diamantstrich x in zwei getrennte Theile zerschnitten ist. Der Contact zwischen dem Silber und den Drähten C und D wird durch ein Stückchen aufgeklebten unechten Goldschaumes sicherer gemacht. Schiebt man nun das Rohr bei A so auf die positive Polstange, dass diese nur wenig in das Innere hineinragt und setzt bei B mittels eines passenden cylindrischen Metallstückes die Kugel auf, so wird jede *continuirliche* Entladung den Weg durch die Drahtspirale nehmen, die Unterbrechungsstelle im Silberbelage bleibt dunkel. Sobald aber Discontinuitäten oder Stromstösse eintreten, wächst die Selbstinduction der Spirale so an, dass Funken bei x erscheinen. Nachdem daher der kleine Apparat auf die positive Polstange gesetzt ist, wird die Zinkkathode mit Magnesiumlicht beleuchtet und dann die Maschine in Thätigkeit gesetzt. Es sind, so lange das Licht einwirkt, *keine* Fünkchen bei x sichtbar, sie treten natürlich sofort auf, zugleich mit der Funken- und Büschelbildung an der Anodenkugel, sobald die Belichtung unterbrochen wird. Hierbei wird dann die Trennungsstelle x durch Corrosion so erweitert, dass die Empfindlichkeit des Schwingungsanzeigers dadurch stark herabgesetzt wird. Man hat daher vor jedem neuen Versuche eine frisch präparirte Righi'sche Silberglasplatte einzusetzen.

Der experimentelle Befund würde demnach der Annahme nicht im Wege sein, dass unter dem Einflusse des Lichtes

lung der Maschine in eine continuirliche übergeführt
mindesten wäre zu schliessen, dass die Dauer oder
itude der Schwingungen im Lichte so klein wird,
sich der Beobachtung auch durch das beschriebene
l entziehen.

man sich nun aber vorstellen, dass diese neue Form
dung allein in der photoelectrischen Ueberführung
Electricität von der Zinkkathode zur Anode besteht?
ıahme erscheint bedenklich, wenn man berücksichtigt,
g die Electricitätsmengen sind, die in Luft unter
rendruck auf diese Weise übertragen werden.

ıt daher zu vermuthen, dass die an der *Kathode* auf-
hotoelectrische Zerstreuung auch die Form der Ent-
ı der *Anode* ändert, sodass eine im ganzen stetig
le an Stelle der Funken- und Büschelbildung tritt.
e kann von bekannten Formen nur noch die Glimm-
in Betracht kommen.

las Magnesiumlicht nur die *Kathoden*fläche treffen
wird sich bei geeigneten Schutzmaassregeln gegen
ellen Glanz ein etwa an der *Anode* auftretender elec-
euchtvorgang direct beobachten lassen. Beschattet

werden, da die von ihr ausgestossene schweflige Säure der Thätigkeit der Maschine sehr bald ein Ende machen würde.

Bemerkenswerth ist ferner, dass der geschilderte Wechsel der Entladungsform nur dann zu Stande kommt, wenn die Anode von den von der Kathode ausgehenden negativ electrischen Gastheilchen wirklich getroffen wird. Schaltet man während der Bestrahlung eine durchlochte Glasplatte oder ein mit kleiner Oeffnung versehenes Blatt paraffinirten Papiers zwischen Anode und Kathode ein, so bilden sich an der ersten sofort wieder die Büschel und Funken aus. Ein zwischen Anode und Kathode eingeschobenes, zur Erde abgeleitetes Drahtnetz stört dagegen das photoelectrisch erregte Glimmlicht nicht. Man hat daher anzunehmen, dass die von der Kathode ausgehenden electrischen Gastheilchen durch die Maschen des Netzes gehen, ohne dabei ihre Ladung völlig abzugeben. Dies Ergebniss stimmt durchaus mit älteren Versuchen von Hrn. W. Giese und neueren von Lord Kelvin überein. Zu der experimentellen Anordnung ist zu bemerken, dass das Drahtnetz innerhalb eines metallischen Ringes ausgespannt sein muss, dessen Peripherie keine Hervorragungen enthält, von denen electrische Büschel gegen die benachbarten Electroden der Maschine ausgehen könnten.

Es liegt nahe, eine Analogie des in Rede stehenden Versuches mit dem Verfahren zu erkennen, das Hr. Holtz[1]) anwendet, um die Glimmentladung hervorzurufen und dauernd zu erhalten. Danach kann man bekanntlich das Glimmen der Anodenkugel und der Kathodenscheibe dadurch erreichen, dass man die letztere mit einer Schicht von Seidenzeug oder mehreren Lagen Seidenpapiers bedeckt. Dieser Ueberzug spielt wohl die Rolle, die Entladung an der betreffenden Electrode zugleich in sehr vielen Punkten einzuleiten und sie dadurch über eine grössere Fläche zu verbreiten; ganz dasselbe muss aber auch bei der Beleuchtung der Zinkkathode durch ultraviolettes Licht eintreten.

Die Vergrösserung des Widerstandes der Luftstrecke kann, nachdem der Wechsel der Entladungsform im Lichte festgestellt ist, nichts Befremdendes mehr bieten. Ist es doch

1) W. Holtz, Carls Rep. **17**. p. 402. 1880.

s zu erwarten, dass unter sonst gleichen Umständen
iedenen Arten der Entladung gleiche Electricitäts-
berführen werden. Doch haben wir, um über die
selbst keine Zweifel zu lassen, ausser der schon er-
linschaltung einer parallelen Funkenstrecke noch zwei
ersuche angestellt. Wir verbanden die eine Belegung
irten Lane'schen Maassflasche mit dem negativen
Maschine, die andere mit der amalgamirten Zink-
während die positive Polkugel der letzteren in der
g von einigen Centimetern gegenüberstand. Wurde
ine unter Ausschaltung ihrer Condensatoren in Thä-
setzt, so bildete sich an der Unterbrechungsstelle
el aus, im Lichte verschwand er. Gleichzeitig konnte
rend die Maschine gleichförmig weiter gedreht wurde,
lungen der Maassflasche in gleichen Zeiträumen so-
ichte wie im Dunkeln zählen. Es zeigte sich, dass sie
samer während der Belichtung der Kathode erfolgten,
im Lichte bei Glimmentladung weniger Electricität
Luftstrecke ging, als im Dunkeln durch den Büschel
ı wird. Hieraus folgt weiter, dass im Lichte die Potential-
der Elektroden steigen muss. Wir wiesen dies direct

Widerstande der Luftstrecke zwischen ihr und der Zinkscheibe, mag diese beleuchtet sein oder nicht. Hieraus schliessen wir, dass eine von der Form der Entladung unabhängige Vermehrung des Widerstandes im Lichte nicht vorhanden ist. Auch in unserer früheren Mittheilung hatten wir erwähnt, dass eine schon bestehende Glimmentladung durch das Licht nicht beeinflusst wird.

Die Hauptergebnisse der beschriebenen Versuche fassen wir kurz so zusammen:

Die zwischen einer Kathodenscheibe aus amalgamirtem Zink und einer Anodenkugel aus beliebigem Metalle übergehenden Büschel und Funken einer Holtz'schen Maschine werden, solange die Kathode mit kurzwelligem Lichte bestrahlt wird, durch die Glimmentladung verdrängt, dabei wird durch die letztere, also während der Belichtung, eine kleinere Electricitätsmenge übergeführt, als im Dunkeln durch die Büschel und Funken.

Wolfenbüttel, im Januar 1896.

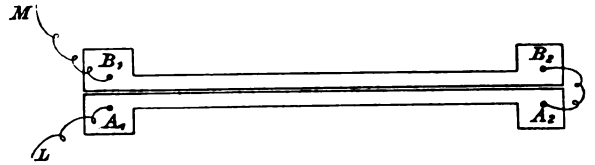
Widerstandsänderung durch electrische estrahlung; von E. Aschkinass.

vember 1894 berichtete ich in der Physikalischen zu Berlin über Widerstandsänderungen, die ich gittern und anderen metallischen Leitern beobachtet dem dieselben einer electrischen Strahlung ausge-.[1]) Erst nach Abschluss meiner eigenen Arbeit r die Untersuchungen Branly's[2]) bekannt, nach se Substanzen, vor allem Metallfeilicht, eine Wider-nderung erleiden, wenn in der Nähe electrische Stande kommen. Ich musste es damals noch dahin-n lassen, ob beide Erscheinungen miteinander iden-.[3])

chen hat Hr. Mizuno[4]) meine Beobachtungen an ern bestätigt und dabei die Wahrnehmung gemacht, Widerstandsverminderung nicht zu Stande kommt, grösserer Zwischenraum zwischen den einzelnen

anwendet, vielmehr erscheinen die Ränder der einzelnen Streifen schon unter dem Mikroskope mit losen Metallpartikeln besetzt. Nach Hrn. Mizuno sollen die electrischen Wellen eine Bewegung dieser Theilchen hervorrufen der Art, dass mehrfache Ueberbrückungen an den Einschnitten zu Stande kommen, wodurch sich dann die Verminderung des gesammten Widerstandes erklären würde, sodass man es hier wohl mit demselben Phänomen zu thun hätte, das bei dem Metallfeilicht beobachtet wird. Zu diesem Resultat ist bald darauf auch Hr. Haga[1]) gelangt.

Ich selbst will im Folgenden einige Beobachtungen mittheilen, welche beweisen, dass die Widerstandsänderung der Stanniolgitter durch Vorgänge an den Einschnitten zu Stande kommt, also in der That mit dem von Branly zuerst entdeckten Phänomen identisch ist.



Ein Stück Stanniol, das auf Cartonpapier oder Glas aufgeklebt war, wurde mit einem scharfen Messer der ganzen Länge nach durchschnitten (vgl. Fig.) An den vier Enden A_1, A_2, B_1, B_2 der beiden dadurch entstandenen Streifen wurden Klemmschrauben befestigt. Zunächst wurden A_2 und B_2 durch einen kurzen Draht miteinander verbunden und zu A_1 und B_1 die Zuleitungen L und M geführt, mittels welcher das Ganze in eine Wheatstone'sche Brückencombination eingeschaltet wurde. Der Strom lief also von A_1 über A_2 und B_2 nach B_1. Unter dem Einfluss electrischer Wellen konnte nun gerade wie früher das Auftreten einer dauernden Widerstandsverminderung beobachtet werden, die sich durch eine geringe mechanische Erschütterung wieder aufheben liess. Darauf wurde die Drahtverbindung $A_2 B_2$ entfernt und die Zuleitung M an die Klemme A_2 gelegt. Dadurch war also nur der Streifen $A_1 A_2$ in den Stromkreis eingeschaltet. Bei dieser Anordnung

1) H. Haga, Wied. Ann. 56. p. 571. 1895.

keine Einwirkung der electrischen Wellen wahr-
ebensowenig, als der Streifen B_1 B_2 allein eingeschaltet
Die Widerstandsänderung kommt also weder in der
s Stanniols selbst noch an den Contacten A_1, A_2, B_1, B_2
e.

Zuleitungen L und M wurden jetzt wieder an A_1 und B_1
ıd die Verbindung A_2 B_2 wiederhergestellt, das Ganze
n empfindlichen Galvanometer zu einem Kreise ge-
, der von einem schwachen Strome durchlaufen wurde.
nkung der Magnetnadel erhielt durch passende Wahl
nstärke eine geeignete Grösse. Hierauf wurde die
ng A_2 B_2 aufgehoben, und nun konnte der Strom
nicht mehr circuliren. Sobald aber in der Nähe
e Wellen zu Stande kamen, schlug die Nadel aus
ı eine neue Gleichgewichtslage ein. Der Strom lief
· von dem einen Streifen zum andern. Durch Er-
oder Erschütterung konnte die Nadel in ihre ur-
he Ruhelage zurückgebracht werden.

chiedene in der angegebenen Weise hergestellte
iderstände besassen eine verschiedene Empfindlich-

Was nun die von Hrn. Mizuno gegebene Erklärung des Phänomens betrifft, so scheint mir dieselbe nicht recht plausibel zu sein. Denn danach wäre es sehr auffallend, dass Platinspiegel und einige andere Substanzen unter dem Einfluss electrischer Wellen gerade eine Vergrösserung ihres Widerstandes erleiden.[1]) Ausserdem habe ich bei meinen Stanniolgittern und Drähten regelmässig die Beobachtung gemacht, dass vor der Einwirkung der Schwingungen noch so starke mechanische Erschütterungen keine Aenderung des Widerstandes zur Folge haben, was mit Mizuno's Theorie der leicht beweglichen Metalltheilchen schwer in Einklang zu bringen scheint, zumal nach eingetretener Widerstandsänderung nur ein äusserst geringer Stoss nöthig ist, um den Anfangswiderstand wiederherzustellen. Auch Hr. Branly ist der Ansicht, dass seine Versuche eine rein mechanische Deutung der Erscheinung nicht zulassen.[2])

Berlin, Phys. Inst. d. Univ., December 1895.

1) E. Branly, Lum. él. **40.** p. 511. 1891; E. Aschkinass, l. c. p. 109.

2) E. Branly, Lum. él. **40.** p. 511. 1891; Journ. d. Phys. (3) **4.** p. 273. 1895.

ıgungsvorgang in complicirten Erregern cher Wellen; von Josef Ritter v. Geitler.

(II. Mittheilung.)

rungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, 104, Abth IIa. ober 1895; für die Annalen bearbeitet vom Verf.)

---

ich in einer früheren Arbeit über diesen Gegen-
gedeutet habe, hatte sich die gleichzeitige Anwen-
eiden Methoden, welche über den Schwingungsvor-
en dort beschriebenen Erregern Aufschluss geben
obachtung der Wellenform und Resonatormethode),
hführbar erwiesen. Daher hatte ich mich mit der
ıethode allein begnügen müssen.

rscheinung, welche mich dazu zwang, war die fol-
ich die Wellenlänge der einfachen Hertz'schen
ıs welchen die complicirten Kreise gebildet werden
t Hülfe des Resonators bestimmen wollte, während
zur Ermittelung der Wellenform eine 170 m lange
he Secundärleitung den Erregern angehängt war.

Kreis und die secundäre Leitung, auch bei sehr grosser Länge der letzteren, zusammen ein schwingendes System bilden, und dass die aufgefundenen Schwingungen Schwingungen dieses Systems seien. Die Wahrheit ist wohl, dass die secundäre Leitung in solchen Systemen die doppelte Rolle eines Erregers nnd Fortleiters der Wellen spielt. Die Vorgänge in derartigen complicirten Systemen sind bereits mehrfach zum Gegenstande der Untersuchung gemacht worden (vgl. weiter unten). Gleichwohl schien es mir wünschenswerth, an die Lösung der dabei auftretenden Fragen nach einer anderen Methode zu schreiten,

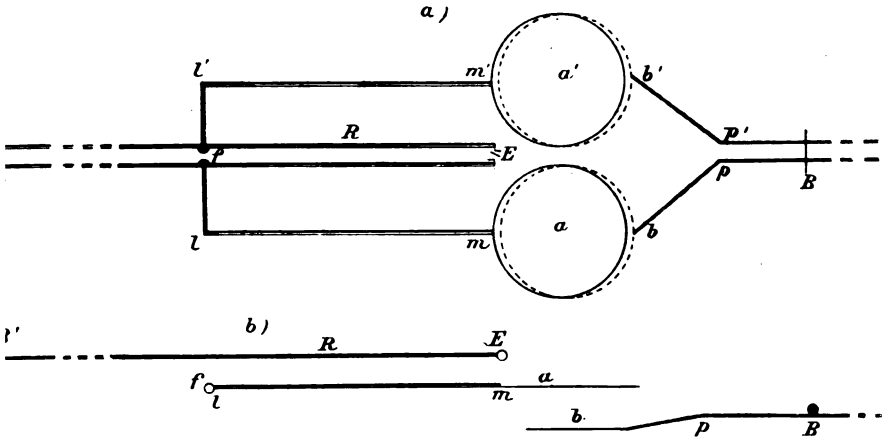


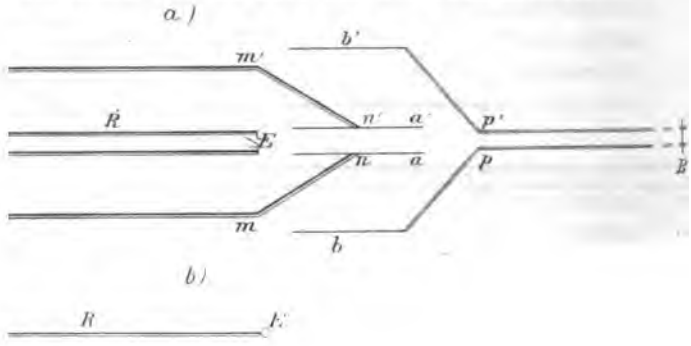
Fig. 1.

als dies bisher geschehen war. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind im Folgenden wiedergegeben. Doch muss ich gestehen, dass mir auch jetzt noch, wenn ich so sagen darf, die feinere Mechanik des ganzen Schwingungsverlaufes in solchen Systemen sehr der Aufklärung bedürftig erscheint.

1. Die beiden Versuchsanordnungen sind in den Fig. 1a, 1b und 2a, 2b schematisch dargestellt.

Die Aufstellung war kurz die folgende: Einem primären Hertz'schen Erreger $a f a'$, welcher durch ein grosses Ruhmkorff'sches Inductorium gespeist wurde, war eine Lecher'sche Secundärleitung $b B b'$ gegenübergestellt. Der Abstand zwischen den Platten $a a'$ des primären und den Platten $b b'$ des secun-

ises konnte verändert werden. Desgleichen war die
r secundären Leitung durch Verschieben der Brücke
bar. Die von dem primären Kreise ausgesendeten
ıgen wurden mit Hülfe des Resonators R analysirt,
war bei E mit dem früher beschriebenen Electro-
ersehen, dessen Ausschläge mit einem 1,5 m vom
ıntfernten Scalenfernrohre abgelesen wurden. Die
länge wurde in der ebenfalls früher beschriebenen
ırch Verschieben der Brücke B' verändert. Sowohl
des Resonators, als auch jene des secundären Kreises



war variabel und wird später für die einzelnen Fälle angegeben werden. Die secundäre Leitung bestand aus 1 mm starkem, weichem Kupferdraht; die Distanz der secundären Drähte war überall, von pp' angefangen, möglichst genau gleich 3 cm.[1]) Das Stück von $p(p')$ zu den Platten $b(b')$ war im Falle der Fig. 1 = 35 cm, im Falle der Fig. 2 = 40 cm. Der Resonator bestand aus 2 mm starkem Kupferdraht[2]), die Distanz der Drähte war 5 cm. Der Resonator war 10 cm über der Ebene des primären Kreises, parallel mit derselben angebracht; diese Entfernung war genügend, um eine Wechselwirkung zwischen Resonator und primärem Kreise unmerkbar zu machen.

2. Der Gang der Versuche war folgender: Zunächst wurde mit Hülfe des Resonators die Wellenlänge des primären Kreises bestimmt, ohne dass die secundäre Leitung angehängt war. (Hierbei ist zu bemerken, dass die Wellenlänge des primären Kreises im Falle der Fig. 1 für die verschiedenen Distanzen δ eine verschiedene war; die Platten $b\,b'$ lagen nämlich auf einem Brette, dessen grössere oder geringere Entfernung von $a\,a'$ die Capacität dieser Platten und somit die Wellenlänge des Erregers merklich beeinflusste.) Sodann wurde die secundäre Leitung angehängt und die Brücke B bei pp' aufgelegt. Diese Lage der Brücke ist in den Tabellen und Figuren mit 0 bezeichnet. Nun wurden die Lagen der Brücke B' des Resonators gesucht, für welche Resonanz eintrat. Weiterhin wurde die Brücke B an den secundären Drähten verschoben und für jede neue Lage derselben die Untersuchung mit dem Resonator wiederholt.

3. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in den folgenden Figuren zusammengestellt. Es bedeuten

L_s die Länge der secundären Leitung von pp' an gerechnet bis zur Brücke B in Metern:

L_r die doppelte Länge des Resonators vom Electrometer bis zur Brücke B', für welche Resonanz eintrat; L_r ist gleich der halben Wellenlänge der entsprechenden Schwingung in Centimetern[3]);

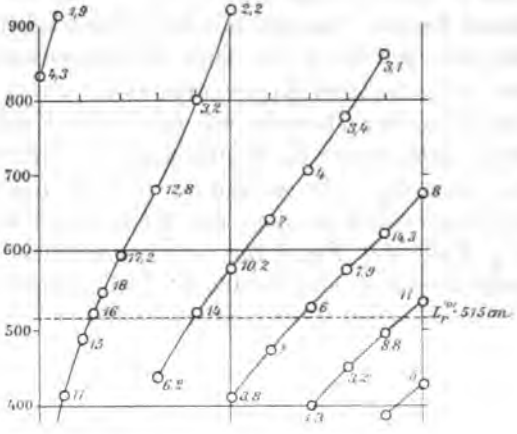
1) Geitler, Wied. Ann. **49.** p. 195. 1893.

2) Vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. **55.** p. 121—169. 1895.

3) Ueber die Berechtigung dieser Annahme vgl. Wien. Akad. **104.** IIa. p. 174. 1895 oder Wied. Ann. **55.** p. 517. 1895; sowie P. Drude, Wied. Ann. **53.** p. 728. 729. 1894.

bedeutet die halbe Wellenlänge des unbeeinflussten

len Figuren sind als Abscissen die L_s in Metern, als
n die entsprechenden halben Wellenlängen L_r in Centi-
ufgetragen. Fig. 3—6 beziehen sich auf die Auf-
Fig. 1; Fig. 7a und 7b auf die Anordnung Fig. 2.



zeitig mehrere, mit der Länge des secundären Kreises in bestimmter Weise veränderliche Schwingungen von verschiedener Periode und Intensität.

Die Perioden der ausgesendeten Wellen sind theils kleiner, theils gleich und theils grösser als diejenige der freien Eigenschwingung des unbelasteten Primärkreises.

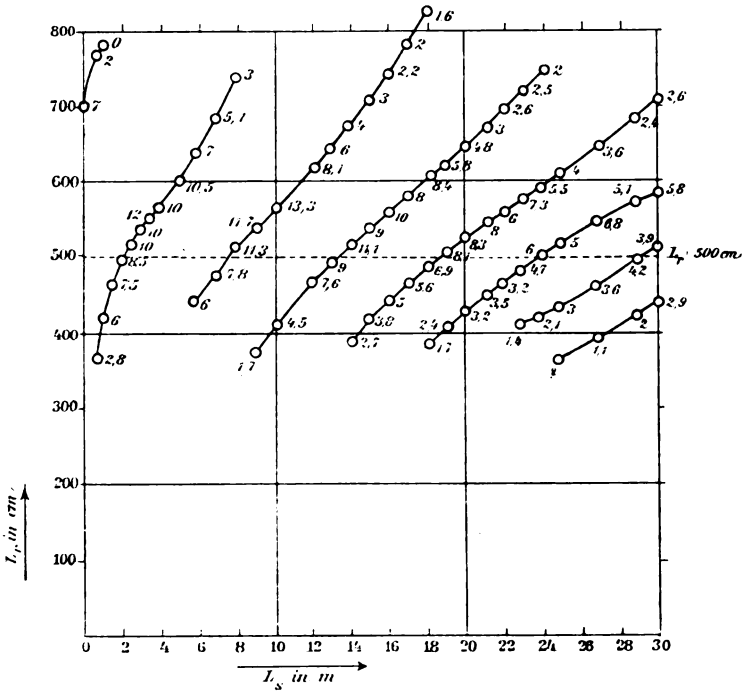
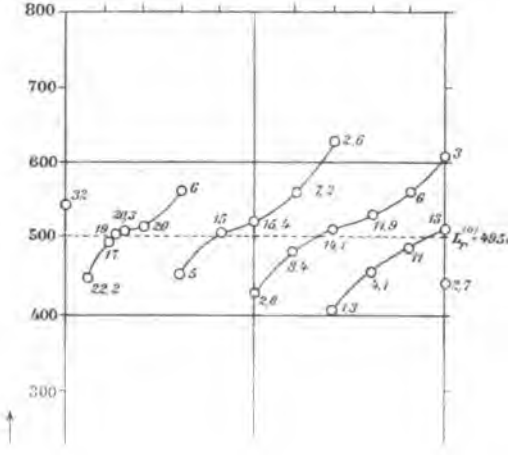


Fig. 4 (δ = 7 cm).

Stellt man die Längen der emittirten simultanen Schwingungen, wie dies in den Fig. 3—7 geschehen ist, als Functionen der Länge der secundären Leitung dar, so ordnen sich dieselben in eine Curvenschaar. Die Anzahl der nachweisbaren Simultanschwingungen scheint von der Stärke der gegenseitigen Beeinflussung der beiden Kreise abzuhängen, da sie um so grösser wird, je mehr man den Abstand der secundären von den primären Platten verringert. Bezeichnet man die auf einer und derselben Curve der Schaar liegenden Wellen als

ɜ, so kann man den Satz aussprechen, dass
conjugirten Wellen auf jeder Curve ein
Ein Blick auf die in den Figuren mi
eigt ferner, dass in den verschiedenen Sys
schwingungen der grösseren Wellenlänge
h gleichzeitig die grössere Intensität entspr



gleichen. Es ist dies auch schon von anderer Seite versucht worden. D. Mazzotto spricht auf Grund seiner Versuche die Vermuthung aus[1]), dass das Lecher'sche System gleichzeitig mehrere Schwingungen aussende und sagt, man könnte in diesem Falle die Schwingung des Systems vergleichen mit derjenigen einer leuchtenden Substanz, welche geeignet ist, ein Linienspectrum (spettro a righe brillanti) zu geben. Meine Ver-

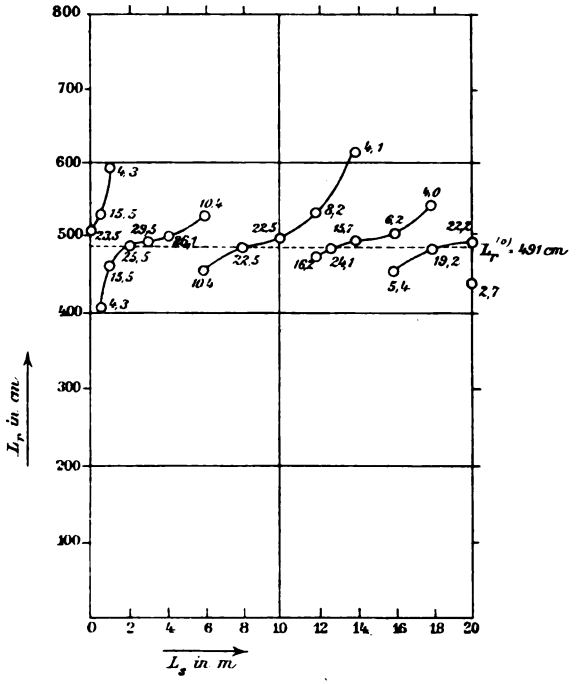
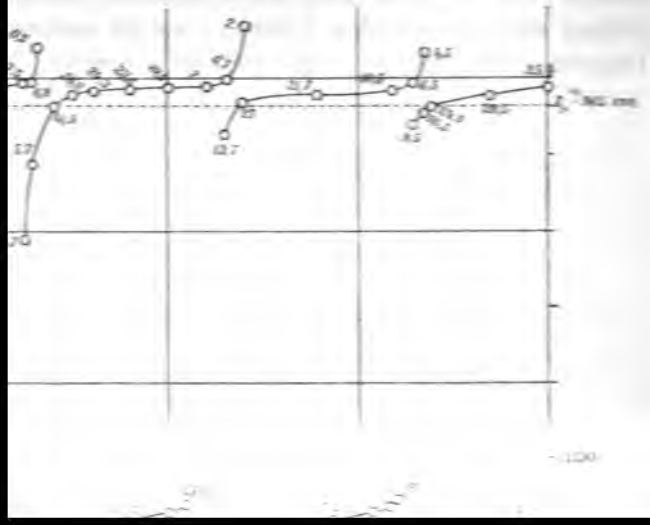


Fig. 6 (δ = 25 cm).

suche scheinen mir die Berechtigung dieser Analogie in ihren groben Umrissen zu erweisen, wenn auch natürlich die feineren Züge nicht übereinstimmen; letzteres ist bei so verschiedenen Erscheinungen aber auch gar nicht zu erwarten. Ich möchte noch erwähnen, dass man mit Hülfe der in dieser Arbeit benützten complicirten Erreger Erscheinungen erhalten kann,

1) D. Mazzotto, Atti della R. Accad. di Torino **29**. 19. Nov. 1893. Sep. Abz. p. 9; vgl. weiter unten.

hr an die in den Spectralserien mancher Elemente
en Doppellinien errinnern; besonders deutlich ist
tere Analogie in jenen Fällen, wo nur zwei Simultan-
gen nachweisbar sind. In einem Falle der Vorver-



des Rubidium [1]), $\lambda_1' = 7811$ (Å. E.), $\lambda_2' = 7950$ (Å. E.), so findet man $\lambda_1' / \lambda_2' = 0{,}982$. Diese Zahlen scheinen mir die gemachte Behauptung zu stützen. Wie die Versuche zeigen, besitzen die Ordinatendifferenzen zweier benachbarten Curven (siehe Figur) für jedes Curvenpaar ein Minimum. Dieses Minimum nimmt, wie besonders aus jenen Versuchen hervorgeht, bei welchen nur zwei Simultanschwingungen vorhanden waren, bei zunehmender Länge der secundären Leitung beständig ab; daher wird auch das Verhältniss der Wellenlängen immer mehr gleich der Einheit. Es unterliegt somit keinem Zweifel, dass bei genügender Länge der secundären Leitung auch Doppellinien von dem Wellenlängenverhältniss z. B. der *D*-Linien hergestellt werden können.[2])

5. Ich darf es an dieser Stelle nicht unterlassen, auf die äusserst interessanten Versuche verschiedener Physiker[3]) hinzuweisen, welche sich mit den „Knotensystemen" an der Lecher'schen Secundärleitung befassen. Ein Vergleich dieser Versuche mit meinen eigenen zeigt, dass der Gegenstand der Untersuchung in beiden Fällen ein ähnlicher ist, nämlich die Ermittlung des Schwingungsvorganges in einem Lecher'schen Systeme. Die Methoden sind jedoch ganz wesentlich verschiedene; es ist daher nur natürlich, dass gewisse Fragen, welche sich bei Anwendung der einen Methode nicht oder nur bis zu einem gewissen Grade der Wahrscheinlichkeit beantworten lassen, mit Hülfe der anderen vollständig gelöst werden können und umgekehrt. Um die Grenzen der Leistungsfähigkeit der beiden Methoden näher zu bezeichnen, möchte ich einen analogen Fall aus dem Gebiete der Akustik betrachten. Es möge sich darum handeln, die Schwingungen einer tönenden Saite experimentell zu untersuchen. Die Saite sei (Fig. 8) auf einem Monochord befestigt; *b* und *c* seien verschiebbare

1) Kayser u. Runge, Abhandl. d. Berl. Akad. 1890. Separat-Abdruck p. 51.

2) Vgl. auch B. Galitzin, Wied. Ann. **56.** p. 78. 1895.

3) E. Lecher, Wien. Akad. **99.** Abth. IIa. 1890; oder Wied. Ann. **41.** p. 850. 1890. — E. Cohn u. F. Heerwagen, Wied. Ann. **43.** p. 343. 1891. — H. Ebert u. E. Wiedemann, Wied. Ann. **48.** p. 549. 1893; **49.** p. 1. 1893. — E. Salvioni, Nuovo Cimento (3) **35.** fasc. d'aprile 1894. — D. Mazzotto, Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino **28.** **29.** 1893 und **29.** 1894.

deren Hülfe je ein Punkt der Saite künstlich zu
otenpunkte gemacht werden kann. Bei *a* soll die
zwar immer in derselben Weise, zum Schwingen
den. Es entstehen mehrere Fragen: 1. Wenn die
b unveränderlich bleibt: für welche Lagen von *c*
Saitenstück *bc* zum Tönen gebracht? 2. Wenn *c*
und *b* verschoben wird: für welche Lagen von *b*
Stücke *ab* und *bc* gleichzeitig zum Tönen gebracht?
man die zur Beantwortung dieser beiden Fragen
Versuche aus, so erhält man sämmtliche Schwin-
r Obertöne, welche die Saite bei den verschiedensten
dingungen geben kann. Fragt man aber: 3. Welches
er bestimmten Saitenlänge *ab* oder *ac* der thatsäch-
vingungsvorgang, d. h. welches sind die in diesem
mmten Falle wirklich auftretenden Schwingungen
und welches die Intensität jeder
einzelnen von ihnen? — so ver-
sagen die beiden ersten Methoden
der Untersuchung. Nach den mit
denselben gewonnenen Erfahrungen

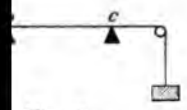


Fig. 8.

Frage glaube ich in der vorliegenden Arbeit angegeben zu haben. Dieselbe Methode scheint auch geeignet, um über eine Reihe anderer Fragen, welche sich bei veränderten Versuchsbedingungen aufdrängen, bequemen Aufschluss zu geben.

6. *Zur Theorie.* Im Anschlusse an die vorliegende Arbeit und an meine frühere Mittheilung sollen noch kurz die Resultate angeführt werden, zu welchen die unter den Kirchhoff'schen Annahmen angestellte Berechnung des Schwingungsvorganges in einem System von n einfachen Hertz'schen Erregern, welche einander beliebig beeinflussen, führt. Die Rechnung gestaltet sich ganz analog, wie in dem von Prof. Jaumann behandelten Falle, welchen ich früher mitgetheilt habe.[1])

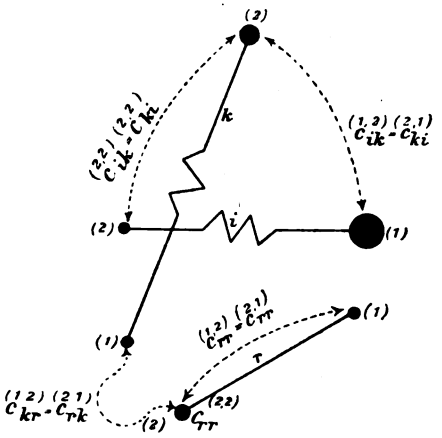


Fig. 9.

Gegeben sind n einfache Hertz'sche Erreger, bestehend aus je zwei punktförmig gedachten Conductoren (1) und (2) von den Capacitäten $c_{ii}^{(1,1)}$ und $c_{ii}^{(2,2)}$ $(i=1, 2, \ldots n)$, welche durch einen capacitätsfreien, widerstandslosen Draht vom Selbstinductionscoefficienten $L_{ii}\,(i = 1,2 \ldots n)$ verbunden sind. Die Coefficienten der gegenseitigen Induction der Drähte i und k sollen mit $L_{ik} = L_{ki}$ bezeichnet werden. Die electrostatischen Inductionscoefficienten[2]) der $2n$ Conductoren werden dargestellt durch die Grössen: $c_{ik}^{(1,1)}$, $c_{ik}^{(1,2)}$ ... Es bedeutet, wie auch in der Figur ersichtlich gemacht ist, z. B. $c_{ik}^{(2,1)} = c_{ki}^{(1,2)}$ den electrostatischen Inductionscoefficienten des Conductors (2) des Erregers i auf den Conductor (1) des Erregers k u. s. w. Mit

1) Geitler, Wien. Akad. **103.** Abth. IIa. p. 175. 1895; oder Wied. Ann. **55.** p. 521. 1895.

2) Bezüglich der Bedeutung c_{ik} und c_{ii} vgl. Maxwell, Electr. und Magnet. Deutsch von Weinstein, **1.** § 87. 1883; die entsprechenden Grössen sind bei Maxwell mit q_{rs} und q_{rr} bezeichnet.

werden die Potentiale bezeichnet, welche
ductor (1) oder (2) des Erregers i herrsche
Stromstärke im Drahte i zu verstehen, p
venn der Strom vom Conductor (1) zum Cor
ffenden Drahtes fliesst.
erhält dann für die Stromstärke J_i die Gl

$$-\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{ik}^{(2,1)}+c_{ik}^{(1,1)}\right)\frac{dV_k^{(1)}}{dt}+\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{ik}^{(2,2)}+c_{ik}^{(1,}\right.$$

$$(i=1,2,\ldots n).$$

die an den Enden des $i$ten Erregers he
ifferenz gilt:

$$V_i^{(1)}-V_i^{(2)}=-\sum_{p=1}^{p=n}L_{ip}\frac{dJ_p}{dt},\qquad(i=1,2\ldots$$

Elimination der J_i aus Gleichung (1) un
otentiale die Gleichung:

$$V_i^{(1)}-V_i^{(2)}=\sum_{p=1}^{p=n}L_{ip}\cdot\left\{\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{pk}^{(2,1)}+c_{pk}^{(1,1)}\right)\frac{d^2}{}\right.$$

unabhängig. Vielmehr erfüllen sie, da nach den gemachten Voraussetzungen eine Dämpfung der Schwingungen nicht eintreten kann, die folgenden n linearen homogenen Gleichungen:

$$(6) \quad \begin{cases} \sum_{k=1}^{k=n} \left(c_{ik}^{(1,1)} + c_{ik}^{(2,1)}\right) A_k^{(1)} + \sum_{k=1}^{k=n} \left(c_{ik}^{(1,2)} + c_{ik}^{(2,2)}\right) A_k^{(2)} = 0 \\ (i = 1, 2, \ldots n). \end{cases}$$

Die Gleichungen (5) und (6) bilden zusammen ein System von $2n$ linearen, in den $2n$ Grössen $A_i^{(1)}$ und $A_i^{(2)}$ homogenen Gleichungen. Die Determinante der Coefficienten dieser $2n$ Grössen muss demnach verschwinden. Dies ergiebt aber zur Berechnung der Grössen x^2, bez. der Schwingungsdauern T des Systems, eine algebraische Gleichung vom $n$ten Grade, da die n Gleichungen (6) die Grösse x^2 überhaupt nicht enthalten. Aus Rücksichten der Raumersparniss soll diese Gleichung nicht angeschrieben werden.

Es ergiebt sich demnach:

Ein System von n beliebigen einfachen Erregern, welche einander gegenseitig beliebig beeinflussen, erzeugt gleichzeitig höchstens n voneinander und von den n Eigenschwingungen der unbeeinflussten n Erreger verschiedene Schwingungen.

In den practisch wichtigen Fällen wird die experimentelle Anordnung meist einen hohen Grad von Symmetrie aufweisen. Ist das ganze System von Erregern vollständig symmetrisch um eine durch dasselbe gelegte Ebene und ausserdem jeder einzelne Erreger symmetrisch um einen Punkt seines Drahtes, so bestehen folgende Gleichungen zwischen den in die Rechnung eintretenden Grössen, wodurch letztere wesentlich vereinfacht wird:

$$L_{ik} = L_{ki}: \quad c_{ik}^{(1,2)} = c_{ik}^{(2,1)} = c_{ki}^{(2,1)} = c_{ki}^{(1,2)}; \quad c_{ik}^{(1,1)} = c_{ki}^{(2,2)};$$
$$V_i^{(1)} = -V_i^{(2)} = V_i; \quad A_i^{(1)} = -A_i^{(2)} = A_i.$$

Mit Rücksicht hierauf erhält Gleichung (5) die Gestalt:

$$(5a) \quad \sum_{p=1}^{p=n} \sum_{k=1}^{k=n} \left(c_{pk}^{(1,1)} + c_{pk}^{(1,2)}\right) L_{ip} \cdot x^2 \cdot A_k - A_i = 0; \quad [i = 1, 2 \ldots n].$$

Dies ist ein System von n mit Bezug auf die n Grössen A homogenen linearen Gleichungen; demnach muss die Deter-

der Coefficienten dieser n Grössen verschv
e im allgemeineren Falle, eine Gleichung n
immung der x^2, bez. der T erhalten w
g ist die folgende:

$$\sum_{1}^{k=n}\left(c_{k1}^{(1,1)}+c_{k1}^{(1,2)}\right)L_{1k}x^2-1\Big],\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{k2}^{(1,1)}+c_{k2}^{(1,2)}\right)L_{1k}$$

$$\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{kn}^{(1,1)}+c_{kn}^{(1,2)}\right)$$

$$\sum_{1}^{n}\left(c_{k1}^{(1,1)}+c_{k1}^{(1,2)}\right)L_{2k}x^2,\Big[\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{k2}^{(1,1)}+c_{k2}^{(1,2)}\right)L_{2k}x^2-$$

$$\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{kn}^{(1,1)}+c_{kn}^{(1,2)}\right.$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\sum\left(c_{k1}^{(1,1)}+c_{k1}^{(1,2)}\right)L_{nk}x^2,\qquad \sum^{k=n}\left(c_{k\,n}^{(1,1)}+c_{k\,n}^{(1,2)}\right)L_{nk}x^2$$

den n Eigenschwingungen der n unbeeinflussten Einzelkreise verschiedene Schwingungsdauern zu erzeugen.

Um die Anwendbarkeit dieser Formel auf specielle Fälle zu zeigen, soll zunächst der Schwingungsvorgang in einer Tesla'schen Anordnung mit Hülfe derselben berechnet werden, denn die Rechnung ist auch auf Erreger von anderen Dimensionen, als denjenigen der Hertz'schen Kreise, anwendbar, so lange nur die der Rechnung zu Grunde liegenden Annahmen gültig bleiben.

Fig. 10a gibt eine Skizze der Tesla'schen Aufstellung. Man hat zu setzen;

$$n = 3; \qquad \begin{matrix} c_{13} = c_{31} = c_{23} = c_{32} = 0, \\ L_{13} = L_{31} = L_{12} = L_{21} = 0. \end{matrix}$$ [1]

Mithin

$$\begin{vmatrix} (c_{11} L_{11} x^2 - 1), & c_{12} L_{11} x^2, & 0 \\ c_{12} L_{22} x^2, & (c_{22} L_{22} x^2 - 1) & c_{33} L_{23} x^2 \\ c_{12} L_{23} x^2, & c_{22} L_{23} x^2, & (c_{33} L_{33} x^2 - 1) \end{vmatrix} = 0.$$

Die gewöhnliche Tesla'sche Anordnung erzeugt demnach drei Schwingungen.

Für den Fall $n = 2$ ergiebt sich:

$$\begin{vmatrix} [(c_{11} L_{11} + c_{12} L_{12}) x^2 - 1], & (c_{12} L_{11} + c_{22} L_{12}) x^2 \\ (c_{11} L_{12} + c_{12} L_{22}) x^2, & [(c_{12} L_{12} + c_{22} L_{22}) x^2 - 1] \end{vmatrix} = 0$$

oder

$$x^4 - \frac{c_{11} L_{11} + c_{22} L_{22} + 2 c_{12} L_{12}}{(c_{11} c_{22} - c_{12}^2)(L_{11} L_{22} - L_{12}^2)} x^2 + \frac{1}{(c_{11} c_{22} - c_{12}^2)(L_{11} L_{22} - L_{12}^2)} = 0.$$

Dies ergibt für den Fall der Blondlot'schen[2] Anordnung (vgl. Fig. 10b), bei welcher $c_{12} = 0$ zu setzen ist, für T die Gleichung:

$$x^2 = \frac{1}{2} \frac{c_{11} L_{11} + c_{22} L_{22}}{c_{11} c_{22} (L_{11} L_{22} - L_{12}^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} \frac{c_{11} L_{11} + c_{22} L_{22}}{c_{11} c_{22} (L_{11} L_{22} - L_{12}^2)}\right]^2 - \frac{1}{c_{11} c_{22} (L_{11} L_{22} - L_{12}^2)}}.$$

Diese Anordnung ergibt also im allgemeinen zwei von den Eigenschwingungen der Einzelkreise verschiedene Schwin-

1) Die hier und im Folgenden eingeführte Bezeichnungsweise ist wohl ohne weiteres verständlich.

2) R. Blondlot, Compt. rend. **114.** p. 283. 1892.

In dem extremen Falle, dass $L_{12} = 0$
Kreise sich gegenseitig nicht beeinflussen,
zwei Schwingungen gleich den Eigensc
lkreise[2]); in dem anderen extremen Falle,
Grössen c_{11}, L_{11}, c_{22}, L_{22} unendlich wir
ur eine einzige Schwingungsdauer gleich
elkreises, dessen Periode endlich bleibt[3])
die Lecher'sche Aufstellung (Fig. 10d),
verschwindet, hingegen $L_{12} = 0$ zu setzen

$$\frac{c_{11}L_{11} + c_{22}L_{22}}{(c_{11}c_{22} - c_{12}^2) \cdot L_{11}L_{22}}$$

$$\pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}\frac{c_{11}L_{11} + c_{22}L_{22}}{(c_{11}c_{22} - c_{12}^2)L_{11}L_{22}}\right]^2 - \frac{}{(c_{11}c_{22} -}}$$

hier gelten ganz ähnliche Sätze, wie für
Anordnung, wenn einmal $c_{12} = 0$, das ande
sen c_{11}, L_{11}, c_{22}, $L_{22} = \infty$ gesetzt wird.
emittirt jedoch die Lecher'sche Anord
ngen, welche von den freien Eigenschwin
ise verschieden sind.

Alle angeführten Resultate gelten streng nur für die einschränkenden Voraussetzungen, welche über den Widerstand und die Capacität der Drähte gemacht wurden. Die hier in Kürze dargestellte Theorie gestattet daher keinerlei Aussage: einestheils über die Dämpfung oder Aperiodicität der einzelnen Schwingungen bei Versuchen, wo der Widerstand der Drähte nicht zu vernachlässigen ist, anderentheils über das Auftreten von Oberschwingungen bei Benutzung von Drähten, deren eigene Capacität gegenüber derjenigen der verwendeten Condensatoren nicht als verschwindend klein betrachtet werden kann. Es ist möglich, Versuchsanordnungen zu treffen, bei welchen die genannten Voraussetzungen nahezu erfüllt sind; bei den mitgetheilten Versuchen war dies jedoch keineswegs der Fall.

Prag, Physik. Inst. der k. k. deutschen Univ.

erferenzversuch mit electrischen Wellen; von Viktor von Lang.

Sitzungsber. der k. Akademie der Wissensch. in Wien, math.-Klasse, 104. Abth. IIa Oct. 1894; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

I.

im Nachfolgenden beschriebene Experiment mit elec-Wellen entspricht einem in die Akustik von Quincke ten Interferenzversuche. Die ursprüngliche Welle wird Theile getheilt, welche ungleich lange Wege zurück-haben und die nach ihrer Wiedervereinigung inter- Ich wollte diesen Versuch zuerst mit Messingröhren m lichter Weite ausführen, bekam aber hierbei keine n von Interferenz. Der Versuch gelang erst, als ich von ungefähr dem doppelten Durchmesser benutzte. waren aus Papier geformt und natürlich mit Stanniol

machen. Ich habe nämlich nach einigen Versuchen mit dem von Righi angegebenen Gemische von Vaseline und Vaselinöl, welches beim Durchschlagen der Funken sehr stark schäumte, es vorgezogen, reines Petroleum zu nehmen. Die Kugeln beschlagen sich aus diesem Falle mit ausgeschiedener Kohle, was aber, wie schon Righi zeigte, den Effect des Erregers nicht stört.

Den beiden „Erregerkugeln" im Troge *A* stehen in der Luft die zwei Entladerkugeln *B*, *B'* in grösserer Distanz gegen-

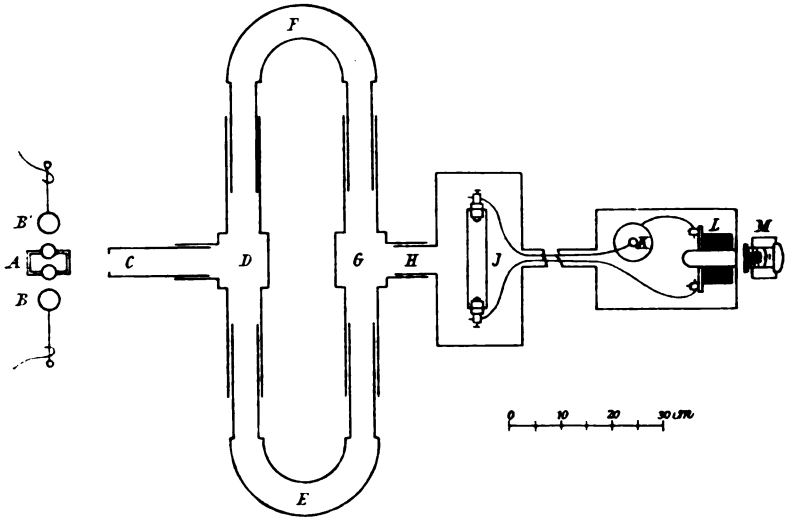


Fig. 1.

über. Diese Kugeln sind mit den Polen einer zwanzigplattigen Toepler'schen Influenzmaschine verbunden, und jede Entladung derselben gibt so zwei Funken in Luft und einen kürzeren Funken in Petroleum. Die Influenzmaschine wurde, hauptsächlich zur Erzielung eines gleichförmigen Ganges durch einen Electromotor in Bewegung gesetzt. Von dem Erreger gelangen die Wellen an den eigentlichen Interferenzapparat. Derselbe besteht aus zwei Pappwürfeln *D*, *G*, welche an drei verschiedenen Seiten Pappröhren mit einem inneren Durchmesser von 59 mm tragen. Vier dieser Röhren gestatten im Vereine mit zwei U-förmigen Röhren *E*, *F*, die beiden Würfel

Wegen zu verbinden. Da jede der beiden U-Röhren
mm ausziehbar ist, so können beide Wege um je
verlängert werden.

dritte Ansatzrohr des Würfels *D* trägt noch ein eben-
ziehbares Zuleitungsrohr *C*, das sonderbarer Weise an
rderen, gegen den Trog *A* gerichteten Oeffnung abge-
verden musste, sollte der Versuch möglichst deutlich
u diesem Zwecke konnten in die vordere Oeffnung des
C verschiedene Diaphragmen aus Metallblech einge-
rden, wodurch der Durchmesser der freien Oeffnung
s auf 24 mm reducirt wurde.

dritte Ansatzrohr *H* des zweiten Würfels führt die
ereinigten Wellen zu der Vorrichtung *I*, die von ihnen
werden soll. Dieselbe, von Lodge „Coherer" ge-
estand aus einem 170 mm langen und 22 mm weiten
e, das mit eisernen Holzschrauben von 0,1 g Gewicht
ar. Die Glasröhre ist durch zwei Korke geschlossen,
nen die Klemmschrauben mit Mutter befestigt sind.
ke werden so weit in die Röhre gepresst, dass nur
schwacher Strom hindurchgeht.

Röhre *I* befindet sich in derselben Höhe, wie die

In der Nähe der Nadel befindet sich noch ein Richtmagnet, durch welchen die Componente des Erdmagnetismus, welche in der Axe der Multiplicatorrolle wirkt, nahezu aufgehoben wird. Es ist am besten, die Stellung des vom Spiegel mittels vorgesetzter Sammellinse entworfenen Bildes einer Flamme auf der Scala so zu wählen, dass bei offenem Stromkreise das Flammenbild auf das eine Ende der Scala, welche nur 700 mm lang ist, fällt, in unserem Falle also etwa auf den Theilstrich 75. Wird nun der Kreis, welcher Multiplicatorrolle, Trockenelement und die Glasröhre I enthält, geschlossen, so darf nur eine kleine Ablenkung etwa bis zum Theilstrich 70 eintreten, und es muss eben zu diesem Zwecke die durch die Korke bewirkte Pressung der Schrauben in der Röhre I passend regulirt werden.

Im Nachfolgenden wollen wir immer mit S den Stand des Flammenbildes auf der Scala bezeichnen und durch T den Betrag in Millimeter, um welchen die U-Röhre E aus den Ansatzröhren der Würfel D und G herausgezogen wurde. Auf dem einen Arm der Röhre E ist nämlich eine Millimetertheilung angebracht, an welcher T direct abgelesen werden kann. Es ist klar, dass der Grösse T eine Verlängerung des Weges E um $2\,T$ entspricht.

Um über die Bedeutung der nachfolgenden Zahlen zu orientiren, will ich gleich hier Versuche anführen, die zur Calibrirung des Galvanometers unternommen wurden, obwohl die Empfindlichkeit desselben infolge geänderter Aufstellung nicht bei allen Versuchen gleich blieb. Für die meisten meiner Beobachtungen gelten aber die folgenden Zahlen, welche dadurch erhalten wurden, dass man an Stelle der Glasröhre I einen Widerstandskasten einschaltete. Es wurden so folgende zusammengehörige Zahlen für zugeschalteten Widerstand und Ablenkung der Magnetnadel erhalten.

S	Ω	S	Ω	S	Ω	S	Ω
75	∞	61	16000	49	5500	37	1900
73	70000	58	12000	46	4000	34	1300
70	40000	55	9000	43	3200	31	700
67	30000	52	7000	40	2500	28	200
64	21000						

II.

Hülfe des eben beschriebenen Apparates konnte leicht
ferenz electrischer Wellen nachgewiesen werden. Es
ir allerdings nie, die Wirkung der wiedervereinigten
uf den Coherer gänzlich aufzuheben. Dies mag aber
nur in der unvollkommenen Ausführung des Appa-
nen Grund haben. Derselbe war ziemlich eilig zu-
estellt worden, und namentlich liess die Ausführung
röhren vieles zu wünschen übrig. Möglicherweise
aber auch das Vorhandensein von Obertönen in der
Welle die vollständige Vernichtung der letzteren.
abwechselnde Verstärkung und Schwächung, welche
n Wellenzüge aufeinander ausüben, wenn man eine
hren immer mehr herauszieht, ist stets und manch-
eclatant zu beobachten, wenn man sich die Mühe
ür die Entfernung des Würfels *D* vom Erreger und
hragma, sowie für den Durchmesser des letzteren die
n Werthe aufzusuchen. Verkürzt man nämlich die

Bei dem folgenden Versuche gibt T, wie schon erwähnt, die Stellung der Röhre E an, aber auch das Rohr F war um ungefähr 10 mm herausgezogen, in welcher Stellung dasselbe constant belassen wurde. Die Buchstaben S_1 und S_2 geben die Ablesungen am Galvanometer, und zwar vor und nach der Bestrahlung des Coherer.

T	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2	Mittel
0	75	41	72	38	70	44	67	46,5	47,4
5	70	32,5	73	35	68	44	70	50	40,4
10	71	29	72	30,5	70	41	66	41	35,4
15	69	33	69	33	70	51	68	45	40,5
20	71	40	72	41	69	50	66	49	45,0
15	70	49	69	44	68	60	66	49	50,5
30	70	55	67	52	70	57,5	67	63	56,9
35	73	56	72	50	70	58	67	58	55,5
40	71	57	74	47	69	59	67	56	54,8
45	65	35	71	39	69	50	65	51	44,8
50	69	30	68	30,5	71	47	66	42	37,4
55	65	30,5	71	33,5	70	45	65	42,5	37,9
60	69	29	71	39	69	45	65	42	38,8
65	67	31,5	68	39	70	53	67	48,5	43,0
70	68	39	65	40	69	55	67	50	46,0
75	64	41	68	44	71	59,5	66	52	49,1
80	65	37	68	41,7	69	54	67	58	47,9
85	66	39	69	39	70	53	68	54	45,5
90	68	35	70	39	67	49	67	47	42,5

Die letzte Reihe der vorstehenden Zahlen enthält die den vier Beobachtungsreihen von S_2 entsprechenden Mittelwerthe.

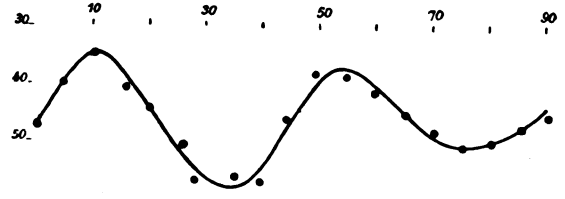


Fig. 2.

Bei der weiteren Bearbeitung dieser Mittel sind die verschiedenen Werthe von S_1 nicht weiter berücksichtigt worden. Denn erstens weichen die aus diesen Grössen gebildeten Mittel nicht sehr voneinander ab, und zweitens lehrten viele Beobachtungen, dass der ursprüngliche, durch S_1 gegebene Zustand des Coherers auf den durch Bestrahlung erzielten Zustand S_2

wenig Einfluss hat, wenn nur nicht zu extreme Anfangsstellungen S_1 verglichen werden.

Trägt man nun die Zahlen für T und das Mittel von S_2, indem man sie etwa als Millimeter gelten lässt, auf Millimeterpapier auf, so kann man durch die so bestimmten Punkte eine Wellenlinie legen, welche in Fig. 2 etwas verkleinert dargestellt ist und die sich den Beobachtungen gut anschliesst. Die Berge dieser Curve geben die Verstärkungen der beiden Wellenzüge durch die Röhren E und F, die Thäler der Curve entsprechen ihren gegenseitigen Schwächungen und sind die eigentlichen Beweise einer stattgefundenen Interferenz. Da die Curve zwei Berge und zwei Thäler aufweist, so haben wir in den vorliegenden Versuchen zwei Verstärkungen und zwei Schwächungen, sodass der Weg E gegenüber dem Wege F von der Gleichheit bis zu drei halben Wellenlängen gewachsen ist.

In einzelnen Versuchen mit kleineren Erregerkugeln konnten sogar vier Verstärkungen mit den dazwischenliegenden Schwächungen nachgewiesen werden. Der Gangunterschied ist in diesem Falle bis zu drei Wellenlängen angewachsen.

Die abgebildete Curve ist so gezeichnet worden, dass ihre Maxima (mit Sternchen bezeichnet) und Minima bei den Zahlen

$$T = 11^*,\ 33,\ 55^*,\ 77$$

liegen. Dies ist natürlich mehr oder weniger willkürlich, doch lassen die angeführten Beobachtungen kaum einen Zweifel darüber, dass die Maxima und Minima in gleichen Zwischenräumen aufeinanderfolgen. Den letzten Zahlen würde eine Wellenlänge von 88 mm entsprechen, da zu einer Verlängerung des Weges E um eine halbe Wellenlänge nur die Verschiebung derselben um eine Viertel Wellenlänge nöthig ist. Die Zahl $T = 11$ für das erste Maximum, welches bei Gleichheit beider Wege eintritt, stimmt recht gut mit der Thatsache, dass der Apparat ziemlich symmetrisch gebaut ist und die Röhre F um 10 mm herausgezogen war.

Die soeben gefundene Länge der angewandten electrischen Wellen stimmt übrigens auch mit einer Reihe weiterer Versuche, die mit denselben Erregerkugeln angestellt wurden.

Aehnliche Versuche mit Erregerkugeln von 24,4 mm Durchmesser ergaben für die Wellenlänge 82 mm.

III.

Der Gedanke liegt nahe, bei den beschriebenen Versuchen die Röhre E theilweise durch Cylinder von Dielectricis auszufüllen und die hierdurch bewirkte Verschiebung der Verstärkungen und Schwächungen zu messen. Man kann auf diese Weise den Brechungsquotienten des Dielectricums bestimmen. Ich habe solche Versuche mit Paraffin und Schwefel angestellt; hierbei wurden Erregerkugeln von 10,6 mm Durchmesser angewandt und vorerst die Länge der von ihnen ausgesandten Wellen möglichst genau bestimmt. Zu diesem Zwecke wurden eine grosse Anzahl von Beobachtungen ausgeführt, aber nur in der Nähe der Verstärkungen, da mir diese schärfer als die Schwächungen ausgeprägt erschienen. Die Kugeln waren hierbei von der Mitte des ersten Würfels D um 350 mm, von dem Diaphragma um 100 mm entfernt, letzteres hatte eine Oeffnung von 24 mm Durchmesser. Als Entladerkugeln B, B' waren solche von 37 mm Durchmesser angewandt, der Funke in Luft hatte eine Länge von 7 mm, der in Petroleum nur von 0,5 mm. Das zweite U-Rohr F war wie früher um 10 mm herausgezogen.

Im Folgenden sind nur die Mittelwerthe für S_2 angegeben, die Zahl der einzelnen Beobachtungen ist mit N bezeichnet.

Zweites Maximum. S_1 zwischen 70 und 73.

T	N	S_2	Berechnet
40	6	55,4	55,4
45	7	52,1	52,0
50	7	50,5	50,6
55	7	51,3	51,2
60	6	53,9	53,9

Drittes Maximum. S_1 zwischen 70 und 72.

T	N	S_2	Berechnet
80	4	56,5	56,3
85	4	51,1	51,5
90	4	49,6	49,5
95	4	50,6	50,4
100	4	54,1	54,2

s Maximum. S_1 zwischen 70 und 74.

T	N	S_2	Berechnet
120	10	59,7	59,7
125	10	57,4	57,2
130	10	55,4	56,1
135	10	57,3	56,6
140	10	58,3	58,5

der graphischen Methode wurde bei vorstehenden ngen der Weg der Rechnung eingeschlagen, indem nach einer quadratischen Formel mit Hülfe der Me- kleinsten Quadrate berechnet wurden. Man erhält so:

ax. $S_2 = 55{,}43 - 4{,}44\left(\frac{T-40}{5}\right) + 1{,}015\left(\frac{T-40}{5}\right)^2$

ax. $S_2 = 56{,}34 - 6{,}33\left(\frac{T-80}{5}\right) + 1{,}450\left(\frac{T-80}{5}\right)^2$

ax. $S_2 = 59{,}70 - 3{,}29\left(\frac{T-120}{5}\right) + 0{,}749\left(\frac{T-120}{5}\right)^2$

iesen Formeln sind die angegebenen Werthe von S_2 wie man sieht, schliessen sich dieselben den Beob- recht gut an. Für die Lage des Maximums erhält den drei Formeln die Werthe

liche Resonatoren verwandte. Righi gibt nämlich für die von ihm benutzten Erregerkugeln folgende definitive Zahlen:[1])

Durchmesser	8	37,5	80 mm
Wellenlänge	26	106	200

während meine Versuche:

Durchmesser	10,6	24,4	39,7 mm
Wellenlänge	80	82	88

ergeben. Die zwei Beobachtungsreihen stimmen nur bei einem Durchmesser von beiläufig 29 mm überein, für welchen beide ungefähr 85 mm als Wellenlänge geben.

In einer früheren Arbeit gibt Righi allerdings für einen Durchmesser von 13,6 mm eine Wellenlänge von 75 mm, ein Resultat, das auch von Garbasso und Aschkinass[2]) bei ihren Versuchen adoptirt wird.

Ich bemerke noch, dass ich mich davon überzeugte, dass die Werthe der Wellenlängen nicht wesentlich von dem Durchmesser der Entladerkugeln (B, B') beeinflusst werden, indem ich für verschiedene derartige Kugeln nahezu dieselben Werthe der Wellenlängen erhielt. Die beiden geradlinigen Zuleitungen zu diesen Kugeln, von welchen jede 95 mm lang ist, wurden allerdings nicht variirt.

IV.

Die untersuchten Paraffincylinder hatten einen Durchmesser von 56 mm, sodass sie den Querschnitt der geraden Stücke von den Röhren E und F ziemlich genau ausfüllten. Ihre Längen waren sehr verschieden. Mit einem Cylinder, welcher 166,8 mm lang war und sich in dem linken Schenkel des Rohres E befand, wurden beim Verschieben dieser Röhre direct folgende Zahlen gefunden. Die Stellung der einzelnen Apparattheile war hierbei genau die zuletzt angegebene.

T	S_1	S_2	T	S_1	S_2
0	72	46,5	80	71	47,5
5	70	55,5	85	71	53
10	70	63,5	90	71	57
15	71	68	95	72	62

1) Righi, L'éclairage électrique, **3**. p. 360. 1895.

2) Garbasso u. Aschkinass, Naturw. Rundschau p. 429. 1894.

	S_1	S_2	T	S_2	S_2
0	71	62,5	100	70	59
5	70	55	115	70	55
0	69	52	110	70	50
5	70	46	115	67	46
0	69,5	46	120	69	47
5	69	50	125	68,5	47,5
0	69	57	130	70	50
5	69	63,5			
0	70	61,5			
5	70	58			
0	70	53			
5	70	51,5			

t man nun wieder die vorstehenden Zahlen als Ab-
d Ordinaten auf und legt durch die so bestimmten
ne Wellenlinie, wie dies in Fig. 3 dargestellt ist, so
n für die Maxima und Minima dieser Curve, die sich
achtungen ziemlich gut anschliesst, die Werthe

$20+18^*, \quad 40+17, \quad 60+18^*, \quad 80+17, \quad 100+16^*$

zu

$T=17, \quad 37^*, \quad 57, \quad 77^*, \quad 97, \quad 117^*.$

lben folgen also, wie vorauszusehen, in dem gleichen

Röhre E, welches beim Stande 71 derselben eintritt. Die Röhre E muss also um 71—17, d. i. um 54 mm mehr herausgezogen werden, um den gleichen Wegunterschied zwischen E und F zu erhalten wie in dem Falle des Paraffincylinders.

Die Richtigkeit des Gesagten ergiebt sich leicht aus Versuchen mit Paraffincylindern von anderen Längen und auch aus einer beiläufigen Kenntniss des Brechungsquotienten μ des Paraffins. Ist nämlich L die Länge des Cylinders und δ die Verschiebung der Röhre, die nöthig ist, um den gleichen Gangunterschied mit Luft allein zu erzielen, so hat man

$$L\mu - L = 2\delta,$$

denn die Ersetzung der Luftsäule L in einem Schenkel des Rohres E durch Paraffin wirkt ja so wie eine Verschiebung dieses Rohres um δ, d. h. wie eine Verlängerung des Weges um 2δ. Es ist also

$$\mu = 1 + \frac{2\delta}{L}$$

und im vorliegenden Falle

$$\mu = 1 + \frac{2 \times 54}{166{,}8} = 1{,}648.$$

Dieser Werth von μ ist von vornherein für Paraffin nicht unmöglich, stimmt aber nicht mit Righi's Angaben $\mu = 1{,}43$, welch' letzterer Werth allerdings auch von anderen Forschern gefunden wurde. Um diese Differenz aufzuklären, habe ich eine grosse Anzahl von Paraffincylindern verschiedenster Länge untersucht, meist aber nur noch grössere Werthe für μ erhalten. So gaben drei Cylinder, welche die Längen 28,30 und 31,8 mm hatten, im Mittel die Lage des ersten Minimums bei Theilstrich 20, woraus $\delta = 11$ und $\mu = 1{,}733$ folgt. Ein 211 mm langer Cylinder gab für das dem dritten Luftmaximum entsprechende Maximum den Stand 17. In diesem Falle ist also $\delta = 91 - 17 = 74$ und $\mu = 1{,}701$.

Der vorhergehende Cylinder wurde mit dem ersten von 166,8 mm Länge gleichzeitig benützt, indem je einer der beiden Cylinder in einen der Schenkel der Röhre E gebracht wurde. Die ganze Paraffinlänge betrug so 377,8 mm, und die Lage eines Minimums, welches dem vierten Minimum für Luft entspricht, wurde für $T = 22{,}5$ gefunden. Dies gibt $\delta = 191 - 22{,}5 = 168{,}5$ und $\mu = 1{,}680$.

V.

Schwefel wurden zwei Cylinder gegossen, die bei
rchmesser von 56 mm, bez. 30 und 70,5 mm lang
Die Versuche mit denselben boten keine weiteren
keiten, nur scheinen die Unterschiede zwischen den
ngen und den Schwächungen jetzt weniger markirt

erste Cylinder ergab das erste Minimum bei dem
,5 der Röhre E, was einem Brechungsquotienten
entspricht. Der zweite Cylinder zeigt ein Minimum
4. Dasselbe entspricht dem zweiten Minimum für
$T = 71$. Es ist also $\delta = 47$ und $\mu = 2{,}333$.
diese Werthe für den Brechungsquotienten sind viel
s der von Righi angegebene Werth $\mu = 1{,}87$.

5. *Ueber einen Crookes'schen Apparat; von H. Pflaum.*

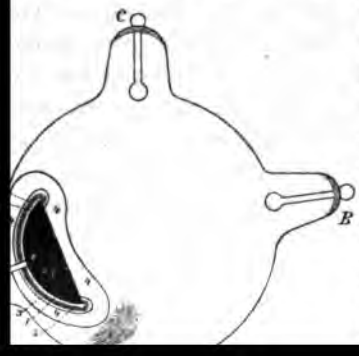
Um die Verschiedenheit der electrischen Entladung in einem mässig bez. hoch evacuirten Raume zu zeigen, hatte Crookes[1]) unter anderem zwei mit Nr. 7a und 7b bezeichnete birnförmige Glasballons verwendet, welche an Gestalt vollkommen gleich und nur durch den Grad der Luftverdünnung verschieden waren. Während die Luft im ersten Ballon einige Millimeter Spannung hatte, war sie im zweiten äusserst stark verdünnt. (Nach Crookes Angabe bis auf ein Milliontel Atmosphärendruck). In die Ballons waren drei punktförmige Electroden *A*, *B*, *C* und eine hohlspiegelförmige *K* eingeschmolzen. Machte man nun im Apparat 7a nacheinander *A*, *B* oder *C* zur Anode, während *K* jedesmal Kathode blieb, so sah man einen violetten Lichtfaden von der Kathode zur jedesmaligen Anode gehen. Wurde dagegen das gleiche Experiment mit Apparat 7b wiederholt, so trat eine andere, jedesmal aber dieselbe Erscheinung auf, einerlei ob *A*, *B* oder *C* als Anode diente. Aus der hohlspiegelförmigen Kathode strahlte ein nach dem Spiegelcentrum convergirendes Bündel röthlich-violetter Strahlen, welches vom Centrum aus nach der gegenüberliegenden Gefässwand divergirte und hier eine besonders lebhafte Fluorescenz des Glases hervorrief.

Als ich zu Anfang dieses Jahres Gelegenheit hatte mit Apparaten von Leybold in Köln, die nach Crookes Angabe gefertigt und für das hiesige Polytechnikum im Jahre 1880 angeschafft waren, zu experimentiren, sah ich die eben erwähnten Erscheinungen wiederholt. Während der physikalischen Ausstellung, welche in diesem Jahre in Riga veranstaltet wurde, waren auch diese Apparate exponirt. Sie functionirten trotz der sehr starken Benutzung durch das zahlreiche Publicum nach Zufriedenheit. Als ich aber einige Wochen

1) W. Crookes, Strahlende Materie oder der vierte Aggregatzustand. Herausgegeben von Dr. Heinrich Gretschel, Leipzig.

Ausstellung die Apparate revidirte, fand ich, dass chbar geworden war. Deshalb bestellte ich beim mechaniker F. Ernecke in Berlin die zusammen-Apparate 7 a und 7 b; der Ballon 7 a zeigte auch die oben ne Erscheinung, — 7 b dagegen eine von der erwarteten men abweichende, dass ich es für geboten halte, eine ng derselben der Oeffentlichkeit zu übergeben.

nan *K* zur Kathode, *A*, *B* oder *C* zur Anode ge- sieht man ein gelblichgraues geschichtetes Licht



von der jedesmaligen Anode zur Kathode übergehen, während die schalenförmige Kathode sich vollkommen mit einem bläulichweissen Lichtschimmer bedeckt. Soviel zeigt sich also schon bei oberflächlicher Betrachtung, dass die Lage der Anode

Bei einer sorgfältigen Beobachtung kann man folgende Details der Lichterscheinung unterscheiden (vgl. Fig. 1). Unmittelbar an die schalenförmige Kathode schliesst sich eine ca. 0,8 mm dicke Schicht weissen Lichts an (1), die an der Rückseite der Schale sehr deutlich wahrnehmbar ist. Hieran schliesst sich eine dunkle, ebenso dicke Schicht (2). Auf diese dunkle folgt wieder eine helle weisse Schicht (3) von 1 bis $1^1/_2$ mm Dicke und an letztere grenzt ein matteres Licht (4), das continuirlich schwächer wird, sich hinter der Kathode (in der Figur nach links) bis an die Gefässwand verfolgen lässt, während es sich vor der Kathode bei continuirlichem Verwaschenerwerden auf fast einen Centimeter ausdehnt. — Nach der Anode hin schliesst sich an diesen Lichtschimmer eine äusserst dunkle Partie (5) — offenbar der *Trennungsraum* nach E. Wiedemann's Bezeichnung, worauf dann bis zur Anode 12—15 gegen die Anode concave gelblichgraue, in lebhafter Vibration befindliche Lichtwölkchen (Schichtungen) von ungleicher Dicke und Abstand folgen. [1]) Die Schichtungen sind zu beiden Seiten von einem sehr schwachen dunkelvioletten Lichtschimmer begrenzt (6). Die der Anode nächsten Schich-

Fig. 2.

1) Die Lage, gegenseitige Entfernung und Anzahl zeigt sich abhängig von der Stärke des Inductionsstromes. Bei stärker werdendem Strome ziehen sie sich immer weiter zur Kathode hin, bei schwächer werdendem rücken sie nach der Anode zusammen.

heinen so nahe zusammengerückt, dass sie fast un-
in einen mattgrauen ruhenden Lichtschimmer über-
r sich bis hinter die punktförmige Anode erstreckt (7).
dieses Schimmers liegt die Anode, umgeben von einer
Schicht (8), an die sich eine dunklere (9) schliesst.
ar um die Anode lagert eine sehr helle weisse Aureole,
ht wiederum unruhig, wie flackernd, erscheint. —
an an Stelle von *A* die Electroden *B* oder *C* zur
o sind die Schichtungen nach *B* oder *C* gerichtet,
n aber bleibt die Erscheinung die beschriebene.
hnenswerth ist noch die Lichterscheinung, welche
, wenn *K* zur Anode und beispielsweise *A* zur Ka-
nacht wird (vgl. Fig. 2). Die schalenförmige Anode
wiederum, wie vorhin die Kathode, von einem Licht-
umgeben, in welchem man dieselben Theile (vgl.
–4) unterscheiden kann. Auf den dunklen Trennungs-
t aber jetzt ein continuirliches Licht, das zur Ka-
immer heller wird. Die punktförmige Kathode hat
lbe Aussehen, wie beim ersten Versuche die punkt-
node, d. h. um die flackernde Aureole zieht sich ein

6. *Fluorescenz des Natrium- und Kaliumdampfes und Bedeutung dieser Thatsache für die Astrophysik; von E. Wiedemann und G. C. Schmidt.*

An ungemischten Dämpfen ist eine Fluorescenz nachgewiesen für den Joddampf von E. v. Lommel[1]), von uns für die Dämpfe zahlreicher organischer Substanzen.[2]) Bei unseren neuen Versuche wollten wir das Verhalten von *Metalldämpfen* in dieser Hinsicht studiren.

1. Versuchsanordnung.

Zu den Versuchen diente folgende *Anordnung* (Fig. 1). Die von der Sonne kommenden Strahlen fielen auf eine Linse L von ca. 25 cm Brennweite, die sie zu einen schmalen Strahlenbündel σ vereint, das die mit Dampf erfüllte Kugel K durchsetzt. Seitlich von der Kugel befand sich der horizontal gestellte Spalt eines Spectralapparates. Die Kante des Prismas lag selbstverständlich ebenfalls horizontal. Der Spectralapparat war mit seinem Fuss an einem verticalen Brett befestigt. Er konnte mit Hülfe eines Conus im Innern des Fusses um seine Axe gedreht werden. So konnte man das Collimatorfernrohr auf den in der Kugel auftretenden Kegel von Fluorescenzlicht richten.

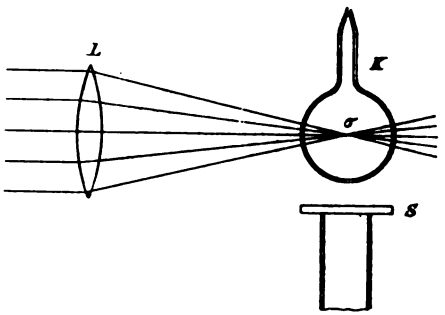


Fig. 1.

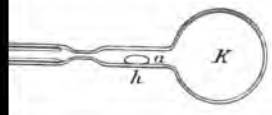
Die Metalldämpfe befanden sich, wie erwähnt, in Kugeln und zwar, je nach den Umständen aus schwer oder leicht

1) E. v. Lommel, Wied. Ann. **19**. p. 356. 1883.
2) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. **56**. p. 18. 1895.

rem Glase, die evacuirt wurden. Durch den Ansatz *h* aren sie zunächst mit der Quecksilberpumpe verbun- dem Abschmelzen werden sie mit ihm in ein Stativ mt. In die Kugeln aus hartem Glas wurden die n folgender Weise eingebracht. Zuerst wurde eine nge Metall in die Kugel hineingeworfen, dann der erselben ausgezogen und in sein Ende ein weiches *g* eingekittet, das an einen mit der Hg-Pumpe ver- Schliff angeschmolzen war. Das Metall brachte man die Stelle *a*, erhitzte unter fortwährendem Pumpen m alle Feuchtigkeit und alle Kohlenwasserstoffe zu In einzelnen Fällen spülte man die Kugel auch mit Wasserstoff aus.

ln aus weichem Glase wurden direct an die Pumpe olzen.

len meisten Versuchen war der Durchmesser der Kugel 5 cm, die ganze Kugel konnte leicht mit einer Flamme umspült werden. Wir haben aber auch Kugeln von an-



nach dieser, wie nach anderen Richtungen im Sommer wieder aufnehmen.

Natrium.

Das Fluorescenzspectrum des *Natriumdampfes* zeigt folgendes:

675 Grenze des Roth.

675—602,5 helles rothes Band.

602,5—540 dunkle Bande.

540—496 grüne cannellirte Bande, die sich aus einzelnen dunklen und hellen Streifen zusammensetzt.

Weiter im Blau ist fast nichts zu sehen.

Ferner tritt am weniger brechbaren Ende der dunklen Bande 602—540 *hell die gelbe Natriumlinie auf.*

Das Auftreten der hellen Natriumlinie rührt nicht etwa von der erwärmenden Flamme her; denn auch, wenn letztere entfernt wurde, blieb sie hell sichtbar, ihr Auftreten entspricht auch nicht chemischen Processen, welche sich in der Kugel abspielen, denn sie verschwand in dem Moment, in dem das erregende Licht abgeblendet wurde.

Das Fluorescenzspectrum des Natriumdampfes [1]) besteht demnach aus drei Theilen:

1. *Der nichtcannellirten Bande im Roth,*
2. *der cannellirten Bande im Grün,*
3. *der hellen Natriumlinie im Gelb.*

Während bei den festen und flüssigen fluorescirenden Körpern die Fluorescenzspectra aus breiten verwaschenen continuirlichen Streifen bestehen, begegnen wir hier auch *cannellirten Banden*, wie sie andere Gase unter dem Einfluss der electrischen Entladungen zeigen und *einzelnen Linien.*

1) Eine Vergleichung dieser Fluorescenzspectra mit den Spectren, die bei einer Erwärmung vom Natriumdampf auftreten (Evershed, Phil. Mag. (5) **39**. p. 460. 1895), ergiebt gewisse Beziehungen; dasselbe ist der Fall, wenn man die Lage der Fluorescenzspectra mit den von H. E. Roscoe u. A. Schuster (Proc. Roy. Soc. Lond. **22**. p. 262. 1894) bestimmten Absorptionsbandenspectra zusammenstellt und zwar sowohl beim Natrium wie beim Kalium; in beiden Fällen erscheint die Emission nach dem Roth verschoben.

Kalium.

Fluorescenzspectrum des *Kaliums* zeigt bei 695—615
v rothes Band.
as Band schliesst sich Dunkelheit an, in der das grün
ler auftritt, vielleicht in Folge der Gegenwart von
riumdampf.
ellen Kaliumlinien konnten nicht nachgewiesen werden,
g ihr Fehlen von mangelnder Intensität des einfal-
chtes herrühren.

Lithium.

Fluorescenzspectrum des *Lithiums* liess sich leider
bachten, da dies Metall, sobald es in Glasgefässen
rd, das Glas unter Lichterscheinung angreift. Der
eren Erhitzen sich entwickelnde Dampf zeigt nur das
orescenzlicht des Natriums. Aus demselben Grunde
n auch Versuche eine Electroluminescenz des Lithiums
ungsröhren zu erhalten.

den Fluorescenzspectren des Natrium- und Kalium-
hängen vielleicht auch zusammen die continuirlichen

luminescenz eine entsprechende Electroluminescenz Hand in Hand geht. Wir haben versucht, eine analoge Erscheinung bei den Dämpfen des Natriums und Kaliums nachzuweisen.

Metallisches Natrium und Kalium wurden in ein ca. 1 cm weites Rohr aus schwer schmelzbarem Glase gebracht, in seine beiden Enden waren eingekittet einmal ein Metalldraht als die eine Electrode und dann ein ⊥ Stück und zwar mit dem einen horizontalen Ende; in das andere horizontale Ende des ⊥ war die zweite Electrode befestigt; der vertikale Arm war mit der Quecksilberpumpe verbunden. Als Electricitätsquelle diente eine Influenzmaschine. War durch Erhitzen ein passender Dampfdruck hergestellt und werden durch eine kleine eingeschaltete Funkenstrecke oscillatorische Entladungen erzeugt, die durch den *Dampf* und nicht durch das *Glas* gehen, so beobachtet man neben den Metalllinien folgende continuirliche Banden:

Natrium: 535—480. Das Band zeigte, abweichend von dem in dem Fluorescenzlicht auftretenden, keine Cannellirung.

Kalium: 665—625. Das Band zeigte wie die in dem Fluorescenzlicht auftretende, keine Cannellirung.

Die Lage der Electroluminescenzbanden entspricht ungefähr derjenigen der Fluorescenzbanden.

J. N. Lockyer[1]) hat ganz beiläufig das Auftreten einer blutrothen Färbung in einer Kalium enthaltenden Entladungsröhre erwähnt, die nicht von der rothen *K*-Linie herrührt; von einem continuirlichen Band spricht er aber nicht.

4. Gültigkeit der Stokes'schen Regel für das Fluorescenzlicht der Metalldämpfe.

Wir haben auch zu prüfen gesucht, ob die Stokes'sche Regel für Metalldämpfe gültig ist, d. h. ob das erregte Licht weniger brechbar ist als das erregende. Dazu wurde aus einem durch ein Prisma entworfenen Spectrum ein ziemlich schmaler Streifen ausgeblendet und durch eine Linse in der mit Dampf erfüllten Kugel vereint.

Bei Natriumdampf wurde das intensiv *grüne* emittirte Licht vor allem durch *grünblaue* Strahlen erregt, das *rothe* durch

1) J. N. Lockyer, Chemistry of the Sun. p. 301.

othe Strahlen. Bei Kaliumdampf erregt *rothes* Licht
he emittirte Licht.

Versuche zeigen, dass wenigstens *keine grossen Ab-*
von der Stokes'schen Regel vorhanden sind.

5. Astrophysikalische Anwendungen.

möchten mit wenigen Worten auf die Bedeutung der
bachtung, dass Metalldämpfe fluoresciren, für astro-
he Probleme hinweisen.

wissen, dass in der Sonnenatmosphäre Dämpfe der
nsten Metalle enthalten sind, welche von der Sonne
werden, sie müssen also fluoresciren und zwar sehr
ei dürfen wir nicht vergessen, dass die Intensität
nden Lichtes in der Sonnennähe viel grösser ist als
rdoberfläche, also auch diejenige des Fluorescenz-
ese Fluorescenzstrahlung kann nicht dem Kirchhoff-
etz gehorchen.

emittirte Fluorescenzlicht muss sich zusammensetzen
irlichen und cannellirten Banden und aus einzelnen
Bei einem Gemisch vieler Metalle vereinen erstere

festzustellen sein, wann eine Photoluminescenz, also eine Fluorescenz auftritt. In diesem Fall liegen die Verhältnisse relativ einfach und für den Versuch am leichtesten zugänglich.

6. Allgemeine Bemerkungen.

Der von uns untersuchte Fall der Fluorescenz der verdünnten Kalium- und Natriumdämpfe dürfte der möglichst einfachste sein. Einmal sind die leuchtenden Molecüle des untersuchten Körpers im Dampfzustande fast unbeeinflusst von der Wirkung der Nachbarmolecüle; dies ist nur nicht der Fall in den kurzen Zeiten, während deren sich zwei oder mehr Molecüle in ihren gegenseitigen Wirkungssphären befinden, dann verhalten sie sich ähnlich, wie Molecüle im festen und flüssigen Zustand. Ferner ist der Natrium- und Kaliumdampf *einatomig*, soweit sich wenigstens aus den bisher festgestellten Dampfdichten ergiebt. Dass bei diesen Dämpfen sowohl Banden- als Linienspectren auftreten, muss für die theoretischen Untersuchungen über Fluorescenz einen neuen Ausgangspunkt geben, vor allem, wenn man auf die der Fluorescenz zu Grunde liegenden intramolecularen Vorgänge eingehen will.

7. Resultat.

Natrium- und Kaliumdampf flubresciren hell, ersterer grün, letzterer roth. In dem Fluorescenzspectrum des Natriumdampfes treten continuirliche und cannellirte Banden, sowie die gelbe Natriumlinie auf.

Natrium- und Kaliumdampf zeigen auch bei Electroluminescenz continuirliche Banden im Grün bez. Roth.

Für die Fluorescenz der Metalldämpfe gilt wahrscheinlich die Stokes'sche Regel.

Die Fluorescenz der Metalldämpfe gibt ein Mittel eine Reihe astrophysikalischer Erscheinungen zu erklären.

Die Untersuchung soll im Sommer fortgesetzt werden.

Erlangen, 20. October 1895.

7. *Entladungserscheinungen in ...ten Metalldämpfen; von E. Wiedemann und G. C. Schmidt.*

...end die an der Anode und Kathode, sowie in der ...ichtsäule in einem Entladungsrohr auftretenden Er... (Schichtung, dunkler Raum, Glimmlicht, Kathoden... ...ei an sich gasförmigen Substanzen mannigfach unter... ...en sind, so ist dies bei Metalldämpfen noch fast gar ...ehen. [1])

...doch versprechen gerade solche Versuche manche ...e Aufschlüsse. Bei vielen Metallen ist durch Dampf... ...mmungen nachgewiesen, dass ihre Molecüle einatomig ...erungen in den Spectren eines solchen Metalldampfes ...hiedenen Umständen sind daher im allgemeinen nicht ...erfall der Molecüle in Atome, sondern aus den ver... Temperaturen der leuchtenden Theilchen oder aus ...edenen Art der Anregung zu erklären. Nur unter

Drahtsystems. Die Drahtnetze waren auf 2 Schlitten befestigt, und konnten der Kugel genähert oder von ihr entfernt werden. Durch eine Flamme wurden die Glaskugeln zwischen den Drahtnetzen erhitzt.

Gang der Erscheinungen bei directer Verbindung der Endcondensatoren mit der Maschine.

Legt man die Ringe direct an die kalte Glaskugel an, so springen zunächst zwischen den Polkugeln der Maschine Funken über. Dadurch, dass hier die Electricitäten sich ausgleichen können, wird ein Durchschlagen der Kugel vermieden, ehe durch Erwärmen die Leitfähigkeit des Glases so hoch gestiegen war, dass durch dasselbe eine stetige Zufuhr von Electricität zu dem Metalldampfe eintreten kann. Beim weiteren Erhitzen gleicht sich die Electricität in stetigem Strom durch das leitend gewordene Glas aus. Sobald man aber die Ringe *R* ein wenig von der Glaswand abrückt, sodass Fünkchen von den Ringen auf die Glaswand überspringen, leuchtet das Gas hell auf und zeigt bei passender Wahl des Abstandes der Ringe, also der Funkenstrecken und bei einem durch Erhitzen passend gemachten Druck alle charakteristischen Entladungserscheinungen: *erste Kathodenschicht*, *Goldstein's dunkler Kathodenraum* (zweite Kathodenschicht), *Glimmlichtschicht* (dritte Kathodenschicht), *dunkler Trennungsraum*, *positive Lichtsäule*.

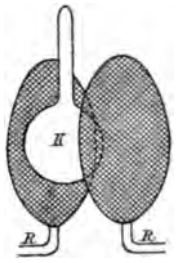


Fig. 1.

Mit abnehmender Temperatur und also abnehmendem Druck bez. bei constanter Temperatur und zunehmender Evacuation treten bei den Metalldämpfen die auch sonst beobachteten Phänomene ein: Zunahme der Dicke des dunklen Raumes, stärkere Entwickelung der Glimmlichtschicht, Zurückweichen des positiven Lichtes.

Die Erscheinungen, wie sie bei passendem Druck eintreten, sind in Fig. 2 wiedergegeben. k ist die mehr oder weniger entwickelte erste Schicht und g die Glimmlichtschicht. Der nach der Kathode zu gelegene Theil g_1 derselben ist oft anders gefärbt als der nach der Anode zugekehrte g_2. d ist der dunkle Trennungsraum und p das positive Lichtbündel, das in vielen

ndervoll geschichtet erscheint. Fast stets haben n der Schichten eine andere Farbe als der hintere elben.

wir bei diesen Versuchen in dem *Gase*, trotzdem es *leitenden Glashülle* umgeben ist, einen Electricitäts- und ein Leuchten beobachten, folgt aus dem all- Verhalten von Gasen und gewöhnlichen Leitern gegen- Oscillationen.

n die Metallnetze unmittelbar an der stark erhitzten so geht der nahezu constante Strom durch die Glas- ckt man die Netze etwas von der Wand ab, so uf dieselbe kleine Funken über, d. h. es tritt eine sche Entladung ein und diese geht durch das leitende Glas zu den Metalldämpfen im Innern desselben und bringt das Gas zum Leuchten, bez. regt zunächst die Molecüle so an, dass sie unter Absorption von electrischer Energie leuchten können. Soweit sonst Erfahrungen vorliegen, treten aber, wenn Funkenstrecken

wickelt hatte, so ging ohne eingeschaltete Funkenstrecke die Entladung durch das Glas; mit eingeschalteter Funkenstrecke ging der Strom wohl durch das Gas, ohne aber die typischen Phänomene hervorzurufen.

In einzelnen Fällen haben wir die beiden Drahtnetzplatten als Enden eines überbrückten Lecher'schen Drahtsystems benutzt, die Metalldämpfe also der Wirkung regelmässiger schwach gedämpfter Oscillationen ausgesetzt; wie bei allen anderen Gasen treten auf *beiden Seiten* die Kathodenerscheinungen auf; in der Mitte das positive Licht.[1])

Wir beschreiben in Folgendem die Erscheinungen nur bei denjenigen Metallen genauer, bei denen sie leicht zu erhalten sind und bei denen sich charakteristische Färbungen zeigen. Kleine Aenderungen in der Farbe treten bei veränderter Dampfmenge durch verschiedenes starkes Erhitzen auf. In der Hauptsache ergeben sich folgende Resultate.

Natrium, k orange, g weisslich, p gelb.

Kalium, h etc. weisslich, p purpur.

Magnesium, alles intensiv grün.

Thallium, k etc. weisslich blau, p grün.

Cadmium, k grünblau bis violett, g_1 rosa, g_2 violett, p im Ganzen grün, die Kuppen der Schichten grün, die hinteren Stellen violett. Am linienärmsten ist das positive Licht, am linienreichsten das Glimmlicht, in der Mitte steht das der ersten Kathodenschicht.

Zink, k blau, g_1 röthlich, g_2 purpur, p röthlich, die Kuppen der Schichten sind violett, die hinteren Theile röthlich. Am linienreichsten ist das Glimmlicht.

Bei *Zink* und *Cadmium* sind die auftretenden Gebilde besonders *farbenprächtig*.

Quecksilber, Unterschiede zwischen Anode und Kathode sind wohl vorhanden, indessen nur klein; im Spectrum des positiven Lichts tritt ein schon von E. Warburg beobachtetes continuirliches Band im Grün auf.

Arsen, k weisslich, g bläulich, p grünlich.

Tellur, alles bläulich.

---

1) E. Wiedemann u. H. Ebert, Physikal.-med. Soc. Erlangen. 8. Febr. 1892; Wied. Ann. **50**. p. 33. 1893.

einer Reihe der oben aufgeführten *einatomigen* Metall-
ten die typischen Unterschiede zwischen Anoden- und
rscheinungen auf das deutlichste hervor. In gewöhn-
ladungsröhren mit eingeschmolzenen Electroden hat
er dieselben beim einatomigen Quecksilber nicht
können. Indessen sind auch in diesem Fall Diffe-
Aussehen und im Spectrum vorhanden, wie wir, wie
er Hr. Warburg, feststellen konnten; sie machen
nur relativ wenig geltend, da die Farbe des Lichtes
rschiedenen Stellen nahezu die gleiche ist.

Resultate.

einer erhitzten leitenden Glaskugel können durch
che Entladungen verdünnte Metalldämpfe zum Leuch-
ht werden.

Metalldämpfen und zwar auch bei einatomigen
typischen Entladungserscheinungen auf. Farbe und
der ersten und dritten Glimmlichtschicht sowie des
Lichtes sind wesentlich verschieden.

8. *Eine allgemeine Gedächtnissregel für Richtungsbestimmungen im electromagnetischen Felde; von L. Zehnder.*

Die mannichfaltigen für Richtungsbestimmungen im electromagnetischen Felde vorgeschlagenen Regeln stellen an das Gedächtniss oft ziemliche Anforderungen, besonders für diejenigen, welche Jahre lang nicht in den Fall kommen, solche Richtungsbestimmungen wirklich ausführen zu müssen. Es dürfte deshalb mein Versuch gerechtfertigt erscheinen, unter möglichster Entlastung des Gedächtnisses alle jene Regeln in eine einzige allgemeine Gedächtnissregel zusammenzufassen, welche freilich zu ihrer correcten Anwendung etwas mehr Denkarbeit erfordert.

Die Kenntniss der allgemeinen Gesetze, welche für die Bewegungsrichtungen maassgebend sind, müssen wir soweit voraussetzen, dass nur noch die Beantwortung der Frage nach dem positiven bez. negativen Sinne der betreffenden Richtung übrig bleibt. Die Kraftlinien betrachten wir im Sinne der Maxwell'schen Theorie stets als geschlossene Curven, auch bei permanenten Magneten; ihre Zahl ist in bekannter Weise durch den Inductionsfluss gegeben. [1])

A. Drahtkreise.

Die Regel bezieht sich in jedem Falle nur auf diejenigen Kraftlinien, welche das *Innere* des Drahtkreises durchsetzen.

In Uebereinstimmung mit der gegenwärtig (insbesondere in Electrotechnikerkreisen) gebräuchlichen Bezeichnungsweise belegen wir mit dem positiven Vorzeichen:

1. *die Richtung der aus dem Nordpol eines Magnets austretenden Kraftlinien;*

1) Vgl. Drude, Physik des Aethers, p. 46. Stuttgart 1894.

s Kreisen der positiven Electricität im Sinne des Uhr-

s mnemotechnischen Gründen:
e Vermehrung der Kraftlinienzahl (bez. *Erzeugung* von
n).
lautet die allgemeine Regel:
**die Richtungsbestimmungen eines inducirten electri-
romes sind die drei Vorzeichen negativ, für die
ichtungsbestimmungen sind sie positiv zu nehmen.**
rkung: Gleichzeitiger Wechsel von zwei Vorzeichen
s Resultat nicht.

Anwendungen.

ichtung der Kraftlinien im Magnetfelde eines Stromes
oder $(--+)$: Der *positiv* kreisende Strom ***erzeugt*** richtete Kraftlinien (im Drahtkreisinneren).[2]) Die
ng ist implicite in den Regeln enthalten (vgl. Anm. 1).
Magnetfelde inducirter Strom $(---)$ oder $(++-)$:
g der *positiv* gerichteten Kraftlinien (des Drahtkreis-
nducirt einen *negativ* kreisenden Strom.
nderomotorische Wirkung im Magnetfelde $(+++)$

Durch successive Aneinanderreihung von ganz gleich beeinflussten benachbarten Leiterelementen bilde man einen („elastischen“, vgl. c) p. 460) **Ergänzungskreis** *und wende auf diesen die allgemeine Regel an.*

Berücksichtigung einer vorhandenen magnetischen Axe oder einer vollständigen Symmetrielinie des Magnetfeldes wird den verlangten Ergänzungskreis sofort erkennen lassen.

Der Faraday-Maxwell'schen Nahewirkungstheorie entsprechend ist die Electroinduction als specieller Fall von Magnetoinduction zu behandeln. Zwei parallele Drähte denkt man sich als Theile von zwei concentrischen sehr grossen Kreisen; dann erhält man leicht die Ampère'schen Gesetze für die Anziehung bez. Abstossung paralleler Ströme aus der allgemeinen Regel.

Freiburg i. Br., December 1895.

lteres Analogon zu den Röntgen'schen rahlungsversuchen; von W. Holtz.

Röntgen'schen Versuche haben mich daran erinnert, schon im Jahre 1880 auf eine analoge Thatsache ich die Strahlung des electrischen Glimmlichts in ntersuchte, worüber ich in den Göttinger Akademie- eine Reihe von Notizen veröffentlicht habe.[1]) Es nämlich, dass in den Strahlen solchen Glimmlichts, es z. B. erhält, wenn man eine mit Seide bedeckte ner Spitze gegenüberstellt, im Allgemeinen nur lei- per einen Schatten werfen, nicht jedoch Isolatoren, ese für die Strahlen permeabel wären. Ich sagte einer ersten Mittheilung (p. 555), dass ich glaube, so sei. In der zweiten Mittheilung (p. 606) bin ich lich davon abgewichen, da mir diese Vorstellung

leitender Körper erfahren, eine Folge der Influenzwirkung der Scheibe auf den interpolirten Körper, wodurch dieser, namentlich peripherisch, entgegengesetzt electrisch wird und somit gleichnamig electrisch mit den Strahlen, die hierdurch eine Abstossung erfahren, ein Effect, welcher in evacuirten Röhren wegen der voraussichtlich ungleich schnelleren Strahlung und der disruptiven Entladungsform, wie man sie hier meist anzuwenden pflegt, nicht zur Geltung gelangen kann. Ein anderer Unterschied ist, dass beim Glimmlicht in der Luft kein namhafter Unterschied der Erscheinungen bei positiver und negativer Strahlung resultirt. Diese und andere Unterschiede weiter zu verfolgen, dürfte nach der Röntgen'schen Entdeckung von grösserem Interesse sein und dies ist ein Grund mehr, weshalb ich hier diese Mittheilung mache, da ich selber Experimente anzustellen durch Krankheit wohl für längere Zeit behindert bin.

orie des remanenten Magnetismus von Föppl; von P. Beck.

folgert aus der von ihm aufgestellten Theorie des Magnetismus [1]), dass harter Stahl gegen magnetische schirme und daher eine über einen stromführenden hobene Stahlröhre die magnetischen Wirkungen des fhebe oder doch vermindre, da die aus dem Leiter n magnetischen Kraftlinien den Stahl nicht zu durch-rmögen. Die im Folgenden beschriebene experi-üfung dieser Angabe liefert zugleich das Kriterium oretischen Vorstellungen, aus welchen dieselbe ge-

hat den Versuch gemacht, die Erscheinungen des Magnetismus lediglich mit Hülfe der Kraftlinien-Benutzung der Begriffe der älteren Theorie dar-Sind B, $B_{,,}$ $B_{,,,}$ die Componenten der magnetischen nach den drei Coordinatenaxen, so gelten für ein

in denen μ die magnetische Permeabilität und C_1 C_2 C_3 die Componenten der Stromstärke bedeuten.

Die Erfahrung lehrt nun, dass die Gleichungen (1) nicht für alle Körper gültig sind. An der Oberfläche eines Magneten z. B. kann die magnetische Kraft und daher auch die magnetische Induction nicht von einem Potential abgeleitet werden, auch wenn keine Ströme vorhanden sind. Föppl nimmt an, dass dies nicht nur von der Oberfläche, sondern von dem ganzen Innern des Magneten gilt und dass die Gleichungen (1) für den von einem magnetisch harten Körper eingenommenen Raum die Form annehmen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{,,,}}{\partial y} - \frac{\partial B_{,,}}{\partial z} &= A_1 \\ \frac{\partial B_{,}}{\partial z} - \frac{\partial B_{,,,}}{\partial x} &= A_2 \\ \frac{\partial B_{,,}}{\partial x} - \frac{\partial B_{,}}{\partial y} &= A_3. \end{aligned} \tag{1b}$$

A_1 A_2 A_3 sind dabei die Componenten eines nicht näher bestimmmten Vectors A.

Diese Gleichungen, deren Aehnlichkeit mit den Gleichungen (1a) die Möglichkeit der Theorie der Ampère'schen Molecularströme darthut, werden nun von Föppl folgendermaassen gedeutet. Die Gleichungen (1) und (2) stellen nicht nur den stationären Zustand des Magnetfeldes bei constantem Strom dar, sondern sind zugleich die Gesetze für die Fortpflanzung des Kraftflusses, wenn ein Strom geschlossen oder geöffnet wird. „Die zweite von diesen Gleichungen kann man als das Differentialgesetz der longitudinalen und die erste als das der transversalen Fortpflanzung des magnetischen Feldes bezeichnen. Nur daraus, dass diese Gleichungen erfüllt sein müssen, folgt die Fortpflanzung durch den ganzen Raum von einem Erregungscentrum aus.“ [1]) Aus der Form der Gleichung (1b) folgt unmittelbar, dass die Fortpflanzung des Kraftflusses in magnetisch harten Medien eine wesentlich andere sein muss, als in magnetisch weichen, indem die ersteren dem Eindringen der Kraftlinien einen Widerstand entgegensetzen, welcher durch die Grösse des Vectors A gemessen

1) Föppl, Maxwell's Theorie der Electricität. p. 206.

nn. „Während ein über den Draht geschobener,
eicher eiserner Hohlcylinder die sich aussen an-
e Luft vor dem Kraftfluss nicht zu schützen ver-
dies ein magnetisch harter Körper thun. Von
hen ist in dem erwähnten Fall eine mehr oder
llkommene Schirmwirkung zu erwarten, indem die
Gleichungen (1) ausgesprochene transversale Fort-
rt der Kraftlinien in dem magnetisch harten Me-
oder weniger gehemmt ist.[1])

xperimentellen Prüfung dieser Theorie benutzte ich
gleichartig gearbeitete Röhren aus Stahl und Eisen
nge, 5 cm äusserem und 1 cm innerem Durchmesser,
ohrung ein 6 mm dicker Kupferdraht in isolirender
hoben werden konnte. Floss durch diesen Draht
so musste nach Föppl das Magnetfeld ein ver-
sein, wenn sich der Draht im Eisenrohr oder Stahl-
l. Die unmittelbare Messung der Feldstärke mit
tometer führte zu keinen genauen Ergebnissen, da
enheit der Stahl- bez. Eisenmasse sich zu stark
chte. Deshalb versuchte ich zu bestimmen, ob die

Brett von 1 m Länge und 30 cm Breite gewunden war. Die Enden desselben führten zu einem Du Bois-Rubens'schen Galvanometer. Das mit dem Draht umwundene Brett wurde nun mit seiner Längsseite parallel dem primären Leiter in einer Entfernung von 3 cm gelegt und beide Leiter derart befestigt, dass über den als primären Leiter dienenden Kupferdraht die Eisen- oder Stahlröhre geschoben werden konnte, ohne dass sich die Entfernung oder gegenseitige Lage der Stromleiter änderte. Die Stärke des Inductionsstromes, der durch Umschalten des primären Stromes hervorgerufen wurde, wurde nach der ballistischen Methode gemessen. Folgende Tabelle enthält die Galvanometerausschläge für 12 verschiedene Stromstärken, wenn der Draht in dem Stahlrohr, in dem Eisenrohr oder in Luft sich befand. Die Zahlen in einer Horizontalreihe beziehen sich dabei auf dieselbe Stromstärke des primären Stromes. Jede Zahl ist das Mittel aus fünf Ablesungen.

In Luft	In Eisen	In Stahl
2,7	2,6	2,7
3,1	2,9	2,9
3,4	3,4	3,3
4,3	4,2	4,2
5,0	4,9	5,0
5,7	5,6	5,8
6,4	6,6	6,7
7,2	7,0	7,2
8,1	8,2	8,2
9,3	9,4	9,3
17	17	16,5

Von einer Schirmwirkung des Stahles kann offenbar nicht die Rede sein. Die vorhandenen Verschiedenheiten der Ausschläge bei gleicher Stärke des primären Stromes weisen keine Regelmässigkeit auf, und dürften der verschiedenen Geschwindigkeit beim Umschalten des primären Stromes zuzuschreiben sein, obwohl ich diesem Punkt bei den Beobachtungen besondere Sorgfalt zugewendet hatte.

Bei einer zweiten Versuchsreihe, die in analoger Weise, wie die vorige, durchgeführt wurde, befand sich der Leiter des inducirten Stromes in der Stahl- bez. Eisenhülle. Auch bei diesen Versuchen war von der nach der Theorie von Föppl zu erwartenden Schirmwirkung des Stahles nichts zu bemerken.

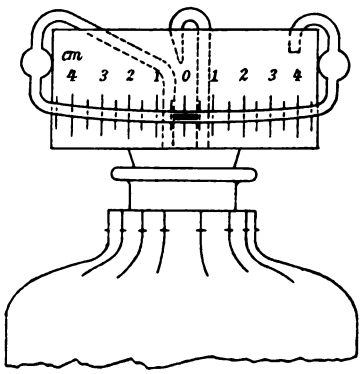
Leipzig, Physik. Instit. der Universität, Januar 1896.

rat zur Beobachtung und Demonstration uftdruckschwankungen („Variometer"); von F. v. Hefner-Alteneck.

chstehend beschriebene, sehr einfache und dauernd pparat lässt das häufige Auftreten kleiner Luft- hkungen, welche am Barometer nicht mehr wahr- nd, erkennen und beobachten. Seine Empfindlich- gross, dass man ihn bloss in die Höhe zu heben n damit die Luftdruckabnahme schon innerhalb eters nachzuweisen. Diejenige für 1 m kann man grossen Personenzahl demonstriren.

ftdruckveränderungen werden durch Bewegung eines ropfens in einer Glasröhre angezeigt, aber nur dann, igermaassen schnell verlaufen. Es werden auf diese

gefärbten Tropfen enthält. Dieser spielt in einem waagerechten etwa 10 cm langen Stück der Röhre, welches jedoch annähernd in einem sehr flachen Kreisbogen ein wenig durchgebogen ist, sodass es in der Mitte etwa um 4 mm tiefer liegt wie aussen. Dahinter befindet sich eine kleine Centimeterscala. Zu beiden Seiten des Stückes ist die Röhre aufwärts gebogen und enthält kleine Kugeln oder Erweiterungen, nur damit beim Einstecken des Pfropfens etc. der Tropfen nicht herausgeworfen wird. Schliesslich sind die Enden der Röhre wieder abwärts gebogen, das nach aussen mündende, damit kein Staub hineinfällt. Für den Tropfen ist u. a. Petroleum, möglichst schwach mit Azobenzol gefärbt, gut verwendbar.



Die andere Durchbohrung enthält eine zweite Glasröhre, welche in einer sehr fein ausgezogenen (abwärts gebogenen) Spitze oder einem angeschmolzenen Stückchen eines Thermometerrohres ohne weiteres nach aussen mündet.

Durch diese feine Spitze oder Rohrmündung wird der fortwährende Ausgleich zwischen dem äusseren, jeweiligen mittleren Luftdruck und dem in der Flasche selbstthätig hergestellt. Es ist dabei gleichgültig, ob der Druckausgleich durch eine innerliche Temperaturveränderung oder im Zusammenhang mit einer Veränderung des Barometerstandes hervorgerufen wird, insofern beide nur sehr langsam vor sich gehen. Bei letzterem ist das ohnedem der Fall, für erstere wird es unter normalen Verhältnissen durch die Umhüllung der Flasche gewährleistet.

Bei diesem Ausgleiche fliesst der Tropfen aus abgelenkter Stellung dem tiefsten, mittleren Punkte der Röhre zu. Dies geht aber nur sehr langsam vor sich, weil die bewegende Kraft sehr klein ist und demgegenüber der Widerstand der durch die Spitze getriebenen, wenn auch nur sehr kleinen Luftmenge sich fühlbar macht.

ufigen, kleinen Luftdruckschwankungen dagegen ver-
zu rasch, um eine nennenswerthe Luftmenge durch
itze schaffen zu können. Ihr Ausgleich findet so gut
iesslich durch die weite Röhre statt *und kommt*
Verschiebungen des Tropfens zum Ausdruck.

die erwähnte Eigenbewegung des Tropfens werden
Auswärtsbewegungen ein wenig verzögert, die
schleunigt. Weil es sich aber dabei, wie gesagt,
ır geringe Beträge handelt, so wird der Charakter
kungen dadurch nicht verändert. Ueberdies tritt
ewegung des Tropfens der Krümmung der Röhre
kleinen Ausschlägen entsprechend schwächer auf
ssen.

nte darum auch eine *stetige* Bewegung des äusseren
wenn sie ungewöhnlich rasch vor sich ginge, nur
iebung der Mittellage, nicht aber eine Fortbewegung
ıs veranlassen.

mpfindlichkeit des Apparates lässt sich sehr ein-
men, indem man ihn, damit er seine Neigung nicht

In einem bewohnten Hause treten zu den atmosphärischen Luftdruckschwankungen noch solche hinzu, die von bewegten Thüren etc., auch wenn das Beobachtungszimmer geschlossen bleibt, herrühren. Zumeist sind diese Schwankungen aber schon an ihrem Verlaufe als solche zu erkennen.

Schliesslich sei bemerkt, dass das Variometer bei Warmbrunnn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40 bezogen werden kann zum Preise von 3 M. 60 Pf.

...eber Beobachtungen von Windwogen; von M. Toepler.

(Hierzu Taf. III Fig. 1—8.)

...n letzten Jahren ist die Aufmerksamkeit der Phy- Meteorologen durch H. v. Helmholtz auf eine ...ig beachtete Klasse von Bewegungserscheinungen ...eise hingelenkt worden, welche er mit dem Namen Windwogen bezeichnet.[1])

übereinander liegende verschieden schwere Luft- ...n horizontaler Richtung aneinander entlang gleiten, ...en an deren Grenzfläche Wellensysteme, welche im ...n den durch Wind erregten Wellen an der Grenz- ...chen Wasser und Luft durchaus ähnlich sind; jedoch ...ftwogen viel grössere räumliche Dimensionen an-

...Helmholtz's theoretischen Betrachtungen geht her- ...ein und derselbe Wind interferirende Luftwogen ver-

in denen der Druck geringer ist, Nebel zu bilden anfangen, erkennt das Auge den Bewegungsprocess an dem Auftreten streifiger, paralleler Wolkenzüge, deren Breite bekanntlich sehr verschieden sein kann, von der zartesten Cirrhusbildung bis zu dem häufig auftretenden Cumulostratus.

Die erste interessante Bestätigung des Vorkommens unsichtbarer Luftwogen im Sinne der Helmholtz'schen Theorie haben bekanntlich neuerdings die wissenschaftlichen Ballonfahrten ergeben, welche vom Münchener Vereine für Luftschifffahrt veranstaltet wurden.[1]) Dieselben haben nicht nur festgestellt, dass an der Grenze von wellenförmigen Wolkenschichten schroffe Uebergänge zwischen übereinander gelagerten, verschieden gerichteten Luftströmen ungleicher Temperatur vorkommen, sondern es sind auch starke Luftwogen kurzer Schwingungsperiode in der Nähe des Erdbodens direct beobachtet worden. Ein Ballon, welcher mit constanter Belastung in geringer Höhe mit ziemlich starkem oberen Winde dahinschwebte, hob und senkte sich periodisch 10mal während 15 Minuten von 20 auf 60 m Höhe und umgekehrt, vollführte also verticale Schwingungen mit 40 m Amplitude.

Aus den bei der letztgenannten Ballonfahrt beobachteten Temperaturdifferenzen der übereinander gleitenden Luftschichten lässt sich nun leicht berechnen, dass die den vorüberziehenden Wogen entsprechenden periodischen Druckänderungen an der Erdoberfläche nach Zehntausenteln des Atmosphärendruckes zu veranschlagen, also durch hinreichend feine Druckmesser deutlich sichtbar zu machen sind. Freilich eignet sich hierzu nicht die träge Säule des Quecksilberbarometers mit ihren bekannten Fehlerquellen, welche hauptsächlich von der veränderlichen Meniskengestalt beim Auf- und Abwärtssteigen herrühren.[2]) Wohl aber war zu erwarten, dass der äusserst bewegliche Xylolfaden der von meinem Vater angegebenen Drucklibelle[3]) ein geeignetes Hülfsmittel sein werde. Ein Apparat, welcher ohne Zweifel geeignet ist, Luftwogen in

1) Finsterwalder u. Sohnke, Meteorol. Ztschr. October 1894. p. 375. und 376.

2) J. Pernet, Ztschr. f. Instrumentenkunde. Nov. 1886.

3) A. Toepler, Wied. Ann. 56. p. 609. 1895 u. 57. p. 324. 1896. Vgl. auch M. Toepler, Wied. Ann. 57. p. 311. 1896.

ner Weise zu beobachten, ist übrigens schon vor 20 Jahren von Hrn. F. Kohlrausch construirt und n worden[1]); die Meteorologie scheint sich bisher achen Hülfsmittels noch nicht bedient zu haben.

zt man die Verschiebung des Flüssigkeitsfadens der le zum Ausgleich des Schwerdruckes zweier ungleich- ssäulen (z. B. Luft und Kohlensäure) in der Weise, meiner eben citirten Abhandlungen (über Gas- mmungen) beschrieben ist, so zeigt Gleichung (1) lass eine Aenderung δb des Barometerstandes unter chbleibenden Umständen eine Ausschlagsänderung feststehenden Libelle erzeugt, welcher mit

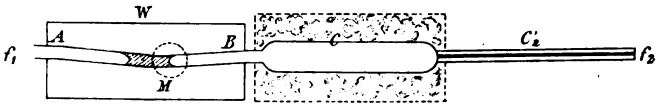
$$\delta l = \frac{H(s - s_0)}{2 \sin \alpha \,.\, \sigma_1 (1 + a\,t)\, b_0}\, \delta b$$

ken ist. Die Buchstaben haben die am genannten gebene Bedeutung. Man sieht, dass der benutzte pparat zugleich als Luftdruckvariometer dienen doch müsste man, um für gegebene δb möglichst schläge δl zu erhalten, entweder sehr flache Libellen- r kleines α) oder sehr hohe Gasdrucksäulen H an-

Vorrichtung zur Beobachtung kurzdauernder Luftdruckschwankungen.[1])

In dem 3—4 mm weiten geknickten Libellenrohre AB (Knickungswinkel 3—5°) der schematischen Aufrissfigur (vgl. Figur) befindet sich der 2—5 cm lange Xylolfaden, dessen eine Kuppe durch ein Mikroskop M mit Ocularscala beobachtet wird. Um wesentliche und rasche Temperaturschwankungen während der Beobachtungen zu verhindern, liegt die Libelle wieder in einem Wasserbade (W). Die Xylolverdunstung kann auch hier, wenn nöthig, durch kleine rechts und links zunächst an AB angesetzte Kugeln mit ein paar Tropfen Xylol verhindert werden. Ueber Einzelheiten der Construction der Drucklibelle muss ich auf die oben erwähnten Abhandlungen über Temperatur- und Gasdichtenbestimmungen zurückweisen.

An B ist ein *weites* Rohr C horizontal angesetzt, an dieses eine sehr enge, lange horizontale Kapillare C', welche bei f_2



frei endigt. Zur Vermeidung localer Störungen ist es nöthig, durch Biegung von C oder C' in der Horizontalebene das Ende f_2 dicht neben das andere freie Ende f_1 zu legen. (C' hatte bei den angestellten Versuchen 43 cm Länge und nur 0,00379 qcm lichten Querschnitt.) Die Rohrstücke f_1 A, C und C' müssen genau in derselben Horizontalebene liegen; C muss, um rasche Temperaturänderungen zu verhindern, sorgfältig in Baumwolle gepackt werden.

Denken wir uns, das Rohr C führe *nicht* durch C' bei f_2 ins Freie, sondern sei *abgeschlossen.* Herrscht in C und im Aussenraume der mittlere Luftdruck b, so möge der Xylolfaden in seiner symmetrischen Ruhelage einspielen. Luftdruckänderungen δb aussen werden nur durch Verschiebung des Xylolfadens (wobei der hydrostatische Druck $\delta h . \sigma_1$ entsteht)

1) Einige Aehnlichkeit mit dem hier beschriebenen Apparate besitzt das zu Höhenmessungen vorgeschlagene „einfache und billige Barometer" von P. Grützner. Vgl. Beibl. **19.** p. 744. 1895.

uftvolumen v in C wirken können, und den Druck
m δp erhöhen. Es gilt dann

$$\delta b = \delta h \,.\, \sigma_1 + \delta p \,.$$

tet δl die Kuppenverschiebung längs der Libellen-
$2\,\alpha$ den nur kleinen (3—5°) Knickungswinkel der
kann man setzen $\delta h = 2\,\alpha \,.\, \delta l$.
en Aenderungen von b entsprechen rasche Zustands-
n in C, die man in erster Annäherung als adiaba-
en kann, wenn C wie oben angegeben in Baumwolle
gepackt ist. Dann ist $p \,.\, v^k = \text{const.}$, wobei bekannt-
,41 zu setzen ist.
ksichtigt man schliesslich, dass $\delta v = -\,q \,.\, \delta l$ ist,
Querschnitt des Libellenrohres bedeutet, so folgt

$$\delta b = \delta l \left[2\,\alpha\,\sigma_1 + k \,.\, q \cdot \frac{b}{v} \right] .$$

Klammergrössen, ausser dem auch als bekannt an-
en mittleren Barometerstande b sind der Versuchs-
individuelle feste Grössen; das beobachtete δl lässt
erechnen. Hierbei wird man bei kleinem α das erste

Zu bemerken ist noch, dass für kurze Xylolfäden (bis 5 cm) der Einfluss einer geringen Inconstanz der Fadentemperatur (soweit sie durch das Wasserbad nicht zu vermeiden ist) auf den Kuppenstand verschwindend klein ist.

Der oben der Rechnung zu Grunde gelegte ideale Grenzfall ist nun bei dem beschriebenen Apparate nur mit einer gewissen Annäherung verwirklicht. Ich verzichtete auf genaue Absolutmessungen, welche bei subjectiver Beobachtung rascher Processe doch nicht möglich gewesen wären, hauptsächlich um den Störungen durch Temperaturvariationen zu entgehen. Offenbar würden nämlich bei abgeschlossenem C kleine Temperaturänderungen dortselbst viel grössere Ausschläge veranlassen können als die zu beobachtenden. Daher wurde an C die offen endigende Capillare C' angesetzt. Die Spannungsänderungen des in C befindlichen Luftkörpers nicht nur infolge der Temperatur- sondern auch infolge *langsamer* Barometeränderungen werden hierdurch ausgeglichen[1]), sodass nur rasch verlaufende Luftdruckvariationen von Einfluss bleiben; für diese gilt dann, freilich nicht ganz genau, die oben angegebene Bedeutung der Ausschläge. Ohne die Capillare würde bei langen Beobachtungsreihen die Fadenkuppe nicht im Sehfelde zu halten gewesen sein.

Bei Beurtheilung des Apparates ist natürlich noch zu beachten, dass durch sehr rasche Luftdruckänderungen (stark gedämpfte) Eigenschwingungen des aus dem als abgesperrt anzusehenden elastischen Luftquantum in C und dem abschliessenden Xylolfaden gebildeten Systems entstehen können. Sowohl durch Rechnung aus den oben angegebenen Dimensionen des Apparates, als auch experimentell findet man, dass

1) Die angesetzte Capillare muss den Absolutwerth der beobachteten Ausschläge offenbar um so mehr beeinflussen, je weiter und je kürzer dieselbe ist; es wird über die je nach Umständen günstigsten Dimensionen im einzelnen Falle zu verfügen sein. Bei den Beobachtungen der Diagramme 5, 6 und 7 waren die Verhältnisse so gewählt, dass eine absichtlich (bei ganz windstillem Wetter) herbeigeführte Spannungsdifferenz zwischen C und dem Aussenraume sich in folgender Weise langsam ausglich:

Zeit in Sec.:	0	4	8	12	16	20	30	40,
Theilstriche:	—	34	28	23,5	19,5	16	10	4.

Hiernach könnten, wenn nöthig, die Ordinaten corrigirt werden.

solcher Schwingungen nur kleine *Bruchtheile einer* etragen; störend wurde sie erst, als versuchsweise nen v sehr gross (ca. 180 ccm) gewählt wurde. Mit erhebliche Vergrösserung von v gesteigerten Emeit wuchs natürlich auch der Einfluss localer Stö-War schon bei dem kleineren Apparate ($v = 11$ ccm) he Oeffnen und Schliessen selbst bis zu 30 m entfern- auch durch andere verschlossene Thüren hindurch so galt dies umsomehr für $v = 180$ ccm; hier gab es Gehen durch *offene* Thüren der Nachbarschaft schlag; ja sogar die Luftdruckänderungen, veranlasst nen in einem Zimmer über dem Beobachtungsraume, sschläge in dem auf einem erschütterungsfreien Isolirfgestellten Apparate. Es dürfte daher zweckmässig e wesentlich grösser als 100 ccm zu wählen.

Beobachtungen in freier vom Winde bewegter Luft n, würde fehlerhaft gewesen sein, da alsdann die ohrenden den *von der Richtung abhängigen* Stosswirer vorüberziehenden Luftströme ausgesetzt worden r Apparat wurde daher in einem Laboratoriumzimmer im Gevierl Grundfläche und etwa 5 m Höhe) auf-

holtz'schen Wogen entsprechen würden. Ein directer und wohl unanfechtbarer Beweis für die Richtigkeit dieser Annahme ist durch die Verschiedenheit der beobachteten Zeitperioden, als auch des Charakters der Einzelheiten in den Erscheinungen gegeben. Diese Verschiedenheiten sind, wie ein Blick auf die Diagramme zeigt, je nach den meteorologischen Verhältnissen sehr gross, obwohl stets unter sonst thunlichst gleichen Umständen beobachtet wurde. Ein zweiter Beweis für die Richtigkeit meiner Annahme liegt in der Thatsache, dass Periodicitäten unter den zahlreich beobachteten Druckvariationen nicht die *Regel* sondern die *Ausnahme* bildeten. Obgleich nämlich nur an solchen Tagen beobachtet wurde, an denen ich Luftwogen erwarten konnte, sind doch die mitgetheilten Diagramme die einzigen, welche unzweifelhaft periodische Schwankungen zeigen. Berücksichtigt man, dass an 14 verschiedenen Tagen unter günstigen Bedingungen insgesammt während etwa 420 Min. Diagramme registrirt wurden, die mitgetheilten regelmässigen Diagramme aber nur etwa 50 Min. umfassen, so gewinnt man hieraus einen Anhalt zur Beurtheilung der Häufigkeit bez. Seltenheit des Auftretens Helmholtz'scher Luftwogen in den *unteren* Luftschichten. Undenkbar wäre es übrigens nicht, dass die geschlossenen Häuserreihen grosser Städte durch ihren hemmenden Einfluss die Gleitbewegung darüber hinfliessender Luftschichten und somit die Ausbildung der Wogen begünstigen.

Die Diagramme.

Die Ablesungen folgten sich nach je $2^2/_3$ Sec. (genauer 23 Einzelablesungen in der Minute). Die *Zeiten* sind in den Diagrammen als *Abscissen* eingetragen; nach Ablauf je einer Minute ist in den Diagrammen ein Verticalstrich gezogen.

Auch hier zeigte sich, wie schon Hr. F. Kohlrausch l. c. bemerkt hat, dass bei Ablesungen in so grossen Intervallen nicht alle Details der wahren Luftdruckcurven mit registrirt werden. Da aber wesentlich rascher aufeinander folgende Beobachtungen als in den von mir eingehaltenen Zeitintervallen kaum möglich sein dürften, so wird es, abgesehen von anderen Vortheilen, für genauere Beobachtungen angebracht sein, eine selbstregistrirende Vorrichtung, etwa einen Spalt mit

gter photographischer Rolle in der Bildebene des
, anzubringen.

rdinaten sind die den Beobachtungszeiten zuge-
ppenstände (in Theilstrichen gemessen, ein Theil-
gleich $^1/_{80}$ mm Quecksilberdruck) aufgetragen, und
inzelnen Ablesungswerthe geradlinig verbunden. —
klärt sich das etwas eckige oder spitze Aussehen
Diagramme; continuirliche Registrirungen würden
glattere Curvenzüge ergeben haben. Zu dem Aus-
Diagramme trägt auch der Umstand bei, dass zwar
llzubewegter Luft (wie in den Diagrammen I und
standsänderungen von $^1/_{10}$ Theilstrich, d. h. von
ch sicher abgelesen werden konnten, welchen eine
ung von nur $^1/_{800}$ mm Quecksilberdruck entspricht;
m Wetter aber sind die Luftdruckänderungen so
s ich mich meist mit Ablesungen ganzer oder höch-
r Theilstriche begnügen musste. Abgesehen von
Details geben die Diagramme trotzdem den allge-
rakter der Druckschwankungen völlig hinreichend
achten locale Einflüsse eine oder mehrere Einzel-

Tag	Mittl. Barometerstand auf 0° red.	Richtung und Stärke des Windes						Figurennummer der zugehörigen Diagramme nebst Zeit des Beginnes der Ablesungen
		Morgens		Mittags		Abends		
17. Sept.	753,10	W	2	W	3	WNW	1	I $5^h\,46^{min}$
18. „	752,63	W	2	W	1	SSE	1	II $10^h\,23^{min}$ u. III $3^h\,28^{min}$
4. Oct.	740,13	WSW	1	WSW	4	W	2	IV $10^h\,24^{min}$
5. „	749,27	WNW	2	NW	4	W	1	V $8^h\,51^{min}$
6. „	748,07	SE	2	SW	3	WSW	1	VI $12^h\,37^{min}$
12. „	750,60	W	3	W	5	W	4	VII $11^h\,5^{min}$
16. „	746,13	ESE	1	W	3	NW	5	VIII $2^h\,47^{min}$

Alle abgelesenen Zahlenwerthe hier mitzutheilen erscheint überflüssig; nur für das besonders charakteristische Diagramm IV will ich dieselben angeben.

Die Ablesungen begannen am 4. October $10^h\,24'$ min.

Es war: Luftfeuchtigkeit 67 Proc.

Barometerstand (auf 0° red.) 739,1 mm.

Charakteristische Minima sind fett gedruckt!

10 Uhr	24	25	26	27	28	29	30	31
	10	13,5	**7**	8	11	4	9	9
	12	14	14	12	12	10	10	11
	10	13	13	11	9	11	8	12
	12	10	9	11	7	8	8	12
	13,5	10	13	11	5	9	**5**	11
	14	10	14	9	**4**	7	6	8
	12,5	10	11	10	6	8	10	8
	9,3	9	11	11	13	10	12	8
	12	5	9	11,5	11	13	11	7,5
	15	10	9	**8**	12	12	10	7,4
	9	**2**	9	9	14	11	8	7
	8,2	12	10	9	8	11	8	**6,5**
	11	16	11,5	10	10	12	8	6,8
	12	19	—	11	9	10	7,5	7
	11,5	12	10	10	10	**5**	7	7,7
	12	10	10	9	10	8	7,8	7
	8	11	9	9	12	11	8	7,8
	7,5	11	**6**	10,8	8	11	9	10
	18	12	10	11,9	9	11,5	8	10
	14	11	9	10	10	11	**6**	8
	15	11	9	8	14	8	9	8
	12	12	11	11	8	9	11	7
	13	10	11	12	**2**	8	10	—
10 Uhr	25	26	27	28	29	30	31	32

Diagrammen ist im einzelnen nur noch wenig zu
genügt auf die folgenden Thatsachen hinzuweisen.
mm II ist *unregelmässig* bei geringer Windstärke;
enso wie auch schon die von Hrn. F. Kohlrausch
heilten Diagramme) den *vorherrschenden Typus* der
hwankungen.
und zu traten *regelmässige periodische* Luftdruck-
en auf, wie z. B. die oben mitgetheilten Zahlen des
IV erkennen lassen. Die Dauer und der Cha-
periodischen Erscheinungen selbst ist sehr ver-
So beträgt die Periodendauer

in Diagramm I	etwa	24	Sec.
IV	„	41	„
V	„	293	„
VII	„	107	„
VIII	„	60	„

zeigte sich, wenn auch weniger deutlich am 10. Oc-
hr eine Periode von 100 Sec. und an demselben
eine solche von 80 Sec.; beide bei sehr kleinen

den Charakter einer Schwebung sehr gut, was um so bemerkenswerther ist, als sowohl während 10 vorangehenden als auch 20 folgenden Minuten, welche die Gesammtregistrirung umfasst, *keine* Regelmässigkeit zu erkennen war, im Gegentheile diese nicht mitgetheilten Abschnitte als Muster von Unregelmässigkeit gelten könnten.

Manchmal hat es auch ganz den Anschein, als ob Wellenzüge von sehr *verschiedener* Periodendauer sich superponirten; so vielleicht in dem das Ende einer längeren unregelmässigen Ablesungsreihe bildenden, besonders regelmässigen Diagramme III. In Diagramm VII ist ausser einer durch Kreise markirten Periode (von 107 sec) anscheinend noch eine zweite etwas längere (von 130 sec) enthalten, diese ist mit Kreuzchen markirt; man sieht sehr auffällig, wie in der That an der Stelle, wo diese zweite Woge die erste einholt, besonders grosse Amplituden entstehen (das Diagramm repräsentirt also gewissermaassen ein Stück einer sehr lang dauernden Art von Schwebung zwischen zwei Wellen mit scharf hervortretenden Kämmen), von hier ab war freilich der noch durch 13 weitere Minuten beobachtete Verlauf der Luftdruckschwankungen recht unregelmässig, und ist derselbe daher nicht mitgetheilt worden. Vielleicht treten derartige Erscheinungen auch auf, wenn sich, wie man oft bei Cirris zu beobachten Gelegenheit hat, zwei Wellenzüge kreuzen.

Das Diagramm VIII ist neben seiner grossen Regelmässigkeit durch seine Dimensionen bemerkenswerth; es zeigt, dass auch beim Abklingen sehr heftiger Windstösse[1]) regelmässige Erscheinungen auftreten können; der weitere nicht mitgetheilte Verlauf des Diagramms, beobachtet während der folgenden 12 Minuten, ist vollständig unregelmässig.

Nach Allem scheint es also unzweifelhaft, dass es sich bei den angestellten Versuchen um nichts anderes, als um die Wahrnehmung Helmholtz'scher Luftwogen handelt. Erst

---

1) „Der mit Regen verbundene Sturm, welcher sich seit dem Vormittage (des 16.) immer heftiger entwickelte, steigerte sich Nachmittags 3 Uhr ganz plötzlich zum Orkan", welcher in Dresden mancherlei Verwüstung anrichtete, z. B. Aeste und Telegraphenstangen brach. Vgl. Dresdner Anz. vom 17. Oct. 1895. p. 4.

spondirende Beobachtungen auf benachbarten Sta-
eeignetem Terrain wird über Fortpflanzungsge-
it u. a. m. Aufschluss erhalten werden. Nach Be-
der letzteren Art wird sich auch endgültig dar-
eiden lassen, was in den Erscheinungen allenfalls
n Einflüssen zuzuschreiben ist.

en, 13. Jan. 1896.

13. *Ueber einen Satz der Dynamik und die mechanische Wärmetheorie; von E. Zermelo.*

Im zweiten Kapitel der Poincaré'schen Preisschrift über das Dreikörperproblem[1]) findet sich ein Satz bewiesen, aus welchem hervorgeht, dass die verbreiteten Vorstellungen von der Wärmebewegung der Molecüle, wie sie z. B. der kinetischen Gastheorie zu Grunde liegen, einer wesentlichen Abänderung bedürften, um mit dem thermodynamischen Hauptsatze von der Vermehrung der Entropie vereinbar zu werden. Dieses Poincaré'sche Theorem sagt aus, *dass in einem System von materiellen Punkten unter Einwirkung von Kräften, die allein von der Lage im Raume abhängen, im allgemeinen ein einmal angenommener durch Configuration und Geschwindigkeiten charakterisirter Bewegungszustand im Laufe der Zeit, wenn auch nicht genau, so doch mit beliebiger Annäherung noch einmal, ja beliebig oft wiederkehren muss, vorausgesetzt, dass die Coordinaten, sowie die Geschwindigkeiten nicht ins Unendliche wachsen.* In einem solchen System sind daher, von singulären Anfangszuständen abgesehen, *irreversible Vorgänge unmöglich*, es kann keine eindeutige und stetige Function der Zustandsgrössen wie die Entropie fortwährend zunehmen, da jeder endlichen Zunahme bei der Rückkehr in den Anfangszustand wieder eine Abnahme entsprechen müsste. Hr. Poincaré bedient sich in der genannten Abhandlung seines Satzes zu astronomischen Erörterungen über die Stabilität des Sonnensystemes, er scheint aber seine Anwendbarkeit auf Systeme von Molecülen oder Atomen und damit auf die mechanische Wärmetheorie nicht bemerkt zu haben, wiewohl er gerade den Grundfragen der Thermodynamik besonderes Interesse zugewandt und auf einem anderen Wege den Nachweis versucht hat, dass die irreversiblen Vorgänge aus der v. Helmholtz'schen Theorie der „monocyclischen Systeme" nicht immer

1) Poincaré, „Sur les équations de la dynamique et le problème des trois corps", Acta Mathematica **13.** p. 1—270. 1890; der betreffende Satz p. 67—72.

len können.[1]) Um nun das Studium der umfang- vielen Physikern schwerer zugänglichen Poincaré'- t nicht voraussetzen zu müssen, schicke ich einen nfachen Beweis des angeführten Satzes voraus.

die Anzahl der materiellen Punkte und werden die standsgrössen, d. h. die $3N$ Coordinaten und $3N$ keitscomponenten mit $x_1, x_2, \ldots x_n$ bezeichnet, so h der Zeit genommenen Differentialquotienten der ntisch mit den entsprechenden Geschwindigkeits-, die Ableitungen der letzteren aber, d. h. die Be- scomponenten, die Kräfte, nach unserer Annahme nd stetige Functionen der Coordinaten. Jene sind n Coordinaten, diese von den Geschwindigkeiten und die Differentialgleichungen der Bewegung sind m

$$\begin{cases} \dfrac{dx_\mu}{dt} = X_\mu(x_1, x_2, \ldots x_n) \\ (\mu = 1, 2, \ldots n), \end{cases}$$

er Functionen X_μ die entsprechende Variable x_μ

negative wie für positive Werthe von $t - t_0$; der Anfangszustand P_0 ist eine beliebige, willkürlich hervorgehobene Phase der Bewegung, die nicht immer zeitlich voranzugehen braucht. Ebenso entspricht auch einem stetig ausgedehnten *Gebiet* g_0 von Anfangszuständen, ausdrückbar durch Beziehungen der Form:

$$F(\xi_1, \ldots \xi_n) < 0,$$

ein bestimmtes verändertes Gebiet $g = g_t$ zur Zeit t und somit auch dem über g_0 erstreckten $n$fachen Integrale

$$\gamma_0 = \int d\xi_1 \, d\xi_2 \ldots d\xi_n,$$

das wir als die *„Ausdehnung"* von g_0 bezeichnen wollen, im allgemeinen eine andere Ausdehnung von g

$$\gamma = \int dx_1 \, dx_2 \ldots dx_n.$$

In dem besonderen Falle aber, wo die Functionen X_μ der Bedingung (2) genügen, ist nach dem Satz von Liouville[1]) das zweite Integral gleich dem ersten und damit von der Zeit unabhängig, wie auch das Gebiet g_0 oder g, deren jedes durch das andere bestimmt ist, gewählt sein möge, sodass man abgekürzt schreiben kann:

$$(4) \qquad d\gamma = dx_1 \, dx_2 \ldots dx_n = d\gamma_0 = \text{const.}$$

„Die Folgezustände, die den Anfangszuständen eines beliebigen Gebietes entsprechen, erfüllen in jedem Augenblick Gebiete von der gleichen Ausdehnung."

Ein beliebiges Gebiet g_0 von Zuständen geht also mit der Zeit stetig in immer neue Gebiete $g = g_t$, die „Phasen" seiner Veränderung, über, welche sämmtlich die gleiche Ausdehnung γ besitzen. Alle diese *„späteren"* Phasen g_t $(t \geqq 0)$ bilden zusammen genommen wieder ein stetiges Gebiet G_0, die *„Zukunft"* von g_0, d. h. den Inbegriff aller Zustände, welche *künftig irgend einmal* in endlicher Zeit aus solchen von g_0 hervorgehen. Dieses Gebiet $G = G_0$ wird ganz im endlichen liegen und eine endliche Ausdehnung $\Gamma \geqq \gamma$ besitzen, wenn wir voraussetzen, dass die Grössen $x_1, x_2, \ldots x_n$ für alle Anfangs-

1) Jacobi, Dynamik. p. 93; Kirchhoff, Theorie der Wärme. p. 142—144.

g_0 gewisse endliche Grenzen niemals überschreiten. ch nun das Gebiet g von g_0 ausgehend mit der rt, zugleich mit allen seinen „späteren Phasen", immer in die folgende übergeht, so ändert sich esammtheit G wie jedes andere Gebiet und stellt m Augenblicke t die „Zukunft" der entsprechenden r. Nach der Definition der Zukunft erfolgt diese in der Weise, dass immer nur frühere Zustände iemals neue eintreten können: jede Phase von G späteren in sich, und die Ausdehnung Γ kann *abnehmen.* Da aber nach (4) diese Ausdehnung ben muss, so können die austretenden Zustände iete von endlicher Ausdehnung erfüllen, ihre An- rindet gegen die der bleibenden, sodass wir sie als zeichnen können. Nun ist g_0 in G_0 enthalten, also egenden Theil auch in jeder folgenden Phase G_τ, von g_τ, für ein beliebig grosses Zeitintervall τ. t aber: es gibt immer Zustände innerhalb g_τ, die l in Zustände von g_0 übergehen, und, ihnen rück- echend, Zustände von g_0, die auch nach Ablauf

unmittelbar, *dass es keine eindeutige und stetige Function* $S = S(x_1, x_2, \ldots x_n)$ *des Zustandes geben kann, die für alle Anfangszustände eines noch so kleinen Gebietes beständig zunähme.* Denn wäre S für einen Anfangszustand P_0 während der Zeit τ von einem Werthe $< R$ gewachsen auf einen anderen $> R$, so müsste das gleiche gelten von allen Zuständen einer gewissen Umgebung g von P_0, und für die nach g zurückkehrenden Zustände dieses Gebietes müsste die Function nachher wieder abnehmen.

Dasselbe lässt sich aber auch sehr einfach direct beweisen. Würde die Function S für alle Anfangszustände von g beständig zunehmen, so würde sie es auch für alle Zustände des grösseren Gebietes G, der Zukunft von g, und wegen (4) müsste dann auch das über G erstreckte $n$fache Integral

$$\int S\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_n$$

beständig zunehmen. Das ist aber unmöglich, weil sich das Integrationsgebiet G immer nur um singuläre Zustände ohne endliche Ausdehnung verändert, wobei der Werth des Integrales *constant* bleibt.

Sehr anschaulich wird Bedeutung und Beweis des entwickelten Satzes für den Fall $n = 3$, wenn man die Variablen x_1, x_2, x_3 als die Coordinaten eines materiellen Punktes im Raume auffasst. Dann bestimmen die Gleichungen (1) in Verbindung mit (2) oder mit (4) eine *stationäre Strömung einer incompressiblen Flüssigkeit* und zwar in einem *geschlossenen* Gefässe, wenn die Grössen x_μ nicht ins Unendliche wachsen sollen. Einem bestimmten „Zustand" entspricht hier ein Punkt im Raum, einem in der Zeit veränderten Zustande ein in Bewegung begriffener materieller Punkt. Die von diesen Flüssigkeits-Punkten beschriebenen Bahnen, die „Stromlinien", bilden in stetiger Zusammensetzung „Stromröhren" oder „Stromfäden", je nachdem sie von geschlossenen Curven oder von Flächenstücken ausgehen, und bleiben bei der stationären Bewegung immer unverändert. Nun lehrt die Anschauung, dass hier alle Stromfäden *in sich selbst zurücklaufen* müssen, weil die durchströmende Flüssigkeit weder die Röhren durchbrechen, noch sich im Inneren irgendwo ansammeln kann. Daraus folgt aber, dass jedes endliche Flüssigkeitstheilchen einem einmal ange-

Orte immer wieder so nahe kommen muss, als man
man nur die Flüssigkeitsfäden dünn genug an-
genügende Zeit zur Verfügung hat. Daneben gibt es
nicht zurückkehrende singuläre Stromlinien, z. B.
sich umströmten eingeschlossenen festen Körpern
umen zwischen den nach den verschiedenen Seiten
en übrigen Stromlinien *asymptotisch nähern;* diese
ber niemals Stromfäden von endlicher Dicke zu
llte dagegen die Strömung ein *Geschwindigkeits-*
stzen, so müsste dasselbe in dem vollständig ge-
Gefässe nothwendig *mehrdeutig* sein, während von
S in unserer Betrachtung ausdrücklich *Eindeutig-*
t wurde. Auch in dem allgemeineren Falle $n > 3$
er weitgehenden Analogie oft von heuristischem
gleiche Ausdrucksweise beizubehalten und die
(1) und (2) oder (4) als die einer „stationären
iner incompressiblen Flüssigkeit in einem Raume
sionen" zu deuten.

gebniss unserer Betrachtung ist also das folgende:
m System beliebig vieler materieller Punkte, deren

und mit dem Analogon der Beziehung (2) müssen auch alle aus ihr fliessenden Folgerungen ihre Gültigkeit behalten.

Nach der mechanischen Theorie in ihrer gewöhnlichen atomistischen Darstellung wäre nun die ganze Natur als ein System der betrachteten Art aufzufassen: alle Naturvorgänge sind nichts als Bewegungen der Atome oder Molecüle, die entweder selbst als ausdehnungslose Punkte oder als Aggregate solcher Punkte behandelt werden können und ausschliesslich „Centralkräften", die ein Potential haben, und von den Geschwindigkeiten unabhängig sind, unterliegen. Eben diese Annahme sucht man in der „kinetischen Gastheorie" durchzuführen, indem man die Molecüle eines „vollkommenen Gases" als abstossende Centren, als elastische Kugeln oder mit Boltzmann als elastische feste Körper anderer Gestalt, jedenfalls aber als „conservative" Systeme in dem angegebenen Sinne betrachtet, nur dass man sich hier bei der Wirkung zweier Molecüle aufeinander auf „Stosskräfte" beschränkt, d. h. auf Abstossungen, die erst bei sehr grosser gegenseitiger Annäherung wirksam werden.

Unter diesen Voraussetzungen könnten also auf Grund der vorhergehenden Betrachtungen „irreversible" Vorgänge für allgemeinere Anfangszustände nur dadurch möglich werden, dass, von einer gleichförmig fortschreitenden Bewegung des Gesammtschwerpunktes natürlich abgesehen, Molecüle sich ins Unendliche zerstreuen oder schliesslich unendlich grosse Geschwindigkeiten gewinnen. Ist aber das erstere durch die besondere Natur des Systems, das wir uns z. B. von einer festen Hülle umgeben denken können, ausgeschlossen, so ist es auch das letztere auf Grund des Princips von der Energie. Denn sonst müsste zur Erreichung einer unendlich grossen lebendigen Kraft erst eine unendlich grosse Arbeit geleistet werden, was nur bei unbegrenzter Annäherung zweier anziehenden Centren eintreten könnte, während wir doch nach unserer Erfahrung bei sehr grosser Annäherung schlechterdings keine anderen als abstossende Kräfte voraussetzen dürfen. Haben wir z. B. ein in ein festes Gefäss mit elastischen und für Wärme undurchdringlichen Wänden eingeschlossenes Gas, so gäbe es zwar im allgemeinen eine unendliche Mannigfaltigkeit von Anfangszuständen der Molecüle, für welche das Gas *bleibenden*

lerungen, wie Reibung, Wärmeleitung oder Diffusion
ge. Aber daneben gäbe es noch sehr viel mehr
ein ebenso mögliche Anfangszustände, wie man sie
beliebig kleine Verrückungen eines Molecüls aus
n erhalten könnte, für welche anstatt solcher irre-
ocesse alle Zustände sich mit beliebig kleinen Ab-
in dem oben angegebenen Sinne *periodisch wieder-*
müsste auch gelten, wenn etwa der auf unsere
nde *physikalische* Zustand, z. B. die Temperatur,
n auch der Werth der Entropie, nicht durch den
chen *Bewegungszustand* definirt wäre, sondern erst
endliche *Folge von Bewegungen*, die aber jedenfalls
nfänglichen Bewegungszustand *bestimmt* wäre und
mer wiederkehren müsste.

her die allgemeine Gültigkeit des zweiten Haupt-
uhalten, wäre man zu der Annahme genöthigt,
ihrer geringeren Anzahl gerade jene zu irre-
Vorgängen führenden Anfangszustände in der
l *verwirklicht* seien, während die anderen, mathe-
rachtet, wahrscheinlicheren thatsächlich *nicht vor-*

dass bei einer *Umkehrung der Geschwindigkeitsrichtungen* aller Molecüle zu einem beliebigen Zeitpunkt sich auch der ganze zeitliche Verlauf eines Vorganges *umkehren* müsste. In der That ist auch dieses Bedenken schon längst gegen die mechanische Ableitung irreversibler Processe geltend gemacht worden und hat noch im Winter 1894/95, angeregt durch eine Aeusserung Culverwell's, zu einer ausgedehnten Discussion dieser Fragen in der „*Nature*" Veranlassung gegeben, ohne indess, wie mir scheint, zu einer befriedigenden Lösung geführt zu haben. Es liess sich eben nicht beweisen, dass der physikalische Zustand eines Gases, auf den es allein ankommt, für gleiche und entgegengesetzte Geschwindigkeiten aller Molecüle immer derselbe sein müsse, in welchem Falle allein hier von einer wirklichen Umkehrung des Vorganges gesprochen werden dürfte, und es blieb ferner noch die Möglichkeit offen, dass wenigstens für ein ausgedehntes *Gebiet* von Anfangszuständen beständige Vermehrung der Entropie stattfinden könne. Beides sind Einwände gegen die angegebene Argumentation, die erst durch die Anwendung des Poincaré'schen Satzes beseitigt werden.

Nach alledem bestände also die Nothwendigkeit, entweder dem Carnot-Clausius'schen Princip oder aber der mechanischen Grundansicht eine principiell andere Fassung zu geben, sofern man sich immer noch nicht entschliessen kann, die letztere überhaupt endlich aufzugeben. Geringere Abänderungen würden hier, wie mir scheint, kaum zum Ziele führen. Wollte man beispielsweise versuchen, die zwischen den Molecülen oder Atomen wirkenden Kräfte statt allein von ihrer gegenseitigen Lage auch von ihren Geschwindigkeiten abhängig zu machen, womit allerdings die Anwendbarkeit unseres Satzes vermieden würde, so müsste man, um nicht gegen das Princip der Energie zu verstossen, Zusatzkräfte einführen, deren Arbeit beständig verschwindet, deren *Richtung* also durch die Geschwindigkeiten mit bestimmt wird. Dann aber könnten die Kräfte nicht mehr unabhängig voneinander nach Wirkung und Gegenwirkung von Punkt zu Punkt wirken, wie doch der ganzen Atomtheorie wesentlich ist.

Aber mag es auch gelingen, durch geeignete Abänderung der Voraussetzungen, z. B. unter Zugrundelegung der Hertz'-

cipien der Mechanik“[1]), dem dargelegten Wider-
entgehen, so ist es doch jedenfalls *unmöglich*, auf
bisherigen Theorie ohne Specialisirung der Anfangs-
ne mechanische Ableitung des zweiten Hauptsatzes
en, und es ist ebenso unmöglich, unter den gleichen
ngen das bekannte Gesetz der Geschwindigkeits-
unter den Gasmolecülen, wie seine Entdecker
nd Boltzmann wollten, als den nach einiger Zeit
ässig einstellenden stationären Endzustand zu er-
n einer eingehenden Prüfung der bisherigen Ver-
solchen Ableitung im einzelnen, namentlich der
ann und Lorentz (in den Berichten der Wiener
, habe ich bei der Schwierigkeit des Gegenstandes
stand genommen, um lieber mit möglichster Klar-
gen, was mir hier als streng beweisbar und principiell
heint, und dadurch zu einer erneuten Erörterung
lichen Lösung der vorliegenden Frage beizutragen.

, im December 1895.

. Helmholtz'sche Theorie der „cyclischen Systeme“ in

14. *Ueber den Gefrierpunkt verdünnter wässeriger Lösungen; von E. H. Loomis.*

(Hierzu Taf. IV Fig. 1—2.)

Schon vor zwei Jahren habe ich eine Anzahl von Gefrierpunkts-Bestimmungen von verdünnten wässerigen Lösungen veröffentlicht.[1]) Nach einer unvermeidlichen Unterbrechung von einem Jahre konnte ich diese Untersuchungen wieder aufnehmen, und die jetzt erhaltenen Resultate bilden den Inhalt der folgenden Zeilen.

Die Methode ist durchaus dieselbe geblieben, so wie ich sie im Einzelnen in den citirten Arbeiten geschildert habe. Die einzige Veränderung am Apparat besteht in einer Vergrösserung der „Gefrierröhre", die jetzt 200 ccm der Lösung fasst, anstatt, wie früher, 70 ccm: ich glaubte nämlich, dass diese Abänderung eventuell im Stande sei, eine mögliche Fehlerquelle zu eliminiren, die sich aus der Beeinflussung einer geringeren Menge der Lösung durch die Aussentemperaturen ergeben könnte. Es wurde indess der Beobachtungsfehler durch diese Abänderungen nicht verkleinert. Das Thermometer war dasselbe Instrument, das ich bei den früheren Arbeiten benutzte.

Die Beobachtungen wurden im Kellerraum des Gebäudes der „John C. Green School of Science" ausgeführt, wo bedeutendere Temperaturschwankungen während der ganzen Versuchsdauer leicht vermieden werden konnten: die Temperatur wurde nahe an 0° C. gehalten, besonders mit Hülfe eines in den Versuchsraum sich öffnenden Ventilations-Schachtes. Nach Regulirung des Zuströmens der kalten Luft durch das Fenster schwankte die Temperatur etwa 1—2°. Leider gelang es nicht, die Arbeit bei einer constanten Temperatur von 0° C. auszuführen, wodurch die Untersuchungen einen sonst unerreichbaren

1) Loomis, Wied. Ann. 51. p. 500. 1894.

Genauigkeit erlangt haben würden. Das Thermo-
e während der ganzen Beobachtungsdauer innerhalb
Gefrierpunkt gehalten.

r Methode sind besonders 4 Punkte beachtenswerth:
Gefrierpunkt wird bei Vorhandensein von so ge-
ren von Eis bestimmt, dass eine Correction für
der Concentration der Lösung unnöthig ist. (Die
ng beträgt nur 0,15° C.) Soviel mir bekannt, ist
dieser Correction, die bei anderen Methoden so
ngewendet wird, noch nicht experimentell bestimmt,
nicht selten 10 Proc. der beobachteten Depression
ist es jedenfalls bedenklich, sie ohne experimen-
ng einzuführen.

Methode schliesst jede Möglichkeit aus, dass die
urch die Willkür des Beobachters beeinflusst werden.
Thermometer wird abgelesen, wenn die Quecksilber-
end 1 bis 2 Minuten durchaus stationär ist.

zu untersuchende Lösung, wie auch das Wasser,
er Nullpunkt des Thermometers bestimmt wurde,
h stets in einem Medium, dessen Temperatur nur

Tabelle I.

1 Substanz	2 m	3 Gramm per Liter Lösung bei 18°	4 Spec. Gewicht $18°/4°$	5 Electrisches Leitungsvermögen $K.10^6$ 18°	6 Spec. Gewicht Lösung $m=0$ λ $18°/4°$	7	8 Ausgangslösungs hergestellt
KCl	1	74,59	1,0450	919	1,0082	Eimer u. Amend	Direct abgewogen
NH_4Cl	1	53,49	1,0152	909	1,0018	Eimer u. Amend	„ „
$BaCl_2$	$^1/_2$	103,95	1,0889	655	1,0352	Merck u. Co.	Gerlach's Tab. [1])
$MgCl_2$	$^1/_2$	47,63	1,0381	$m=0{,}20$ [3]) 290	1,0148	Eimer u. Amend	Kohlrausch's Tab. [2])
HCl	1	36,45	1,0166	2794	1,0024	Eimer u. Amend	Kohlrausch's Tab. [4])
K_2SO_4	$^1/_2$	87,17	1,0662	$m=0{,}20$ [3]) 304	1,0262	Eimer u. Amend	Direct abgewogen
Na_2CO_4	$^1/_2$	71,09	1,0606	474	1,0239	Eimer u. Amend	„ „
K_2CO_3	$^1/_2$	69,14	1,0578	660	1,0231	Trommsdorff	„ „
Na_2CO_3	$^1/_2$	53,06	1,0518	Angenommen von Kohlrausch	1,0206	Präparirt im Lab.	„ „
KNO_3	1	101,18	1,0603	752	1,0114	Trommsdorff	„ „
$NaNO_3$	1	85,10	1,0546	615	1,0102	Trommsdorff	„ „
NH_4NO_3	1	80,09	1,0309	831	1,0053	Trommsdorff	„ „
H_3PO_4	$^1/_3$	32,67	1,0166	209	1,0096	Trommsdorff	Hullet's Lit. u. An.

1) Gerlach, Hoffmann's Tabellen. Berlin 1877. p. 121.
2) Kohlrausch, Leitfaden der Physik p. 403. 1892.
3) Lösung $m=\frac{1}{2}$ zufällig weggegossen ehe k bestimmt war.
4) Kohlrausch, Wied. Ann. 6. p. 38. 1879.

edeutende theoretische Wichtigkeit dieser Gefrier-
t in den letzten Jahren viele sorgfältige Unter-
auf diesem Gebiete veranlasst, und manche Fragen
in Bezug auf die verschiedenen angewandten Me-
eben. Einigen der wichtigeren dieser Fragen werde
r besonderen Arbeit näher treten.[1])

orliegende Beobachtungsreihe (vgl. p. 497) enthält
gen, die sämmtlich Electrolyte sind.

anstehender Tabelle, (wie auch fernerhin in dieser
leutet m die Grammmolecül-Concentration der Lö-
$m = 1$ besagt, dass ein Liter der Lösung so viel
n der Verbindung enthielt, als das Moleculargewicht
enthält. Tab. I Spalte 4 und 5 geben das specifi-
ht ($18^0/4^0$), bez. das electrische Leitungsvermögen
llösungen, deren bez. Concentration in Spalte 2
st. Ferner giebt die Tabelle, zur bequemen Ver-
das specifische Gewicht der Lösungen der Molecül-
on $m = 0.20$; und schliesslich den Namen des Fabri-
dem die Verbindungen bezogen wurden, sowie, in
Spalte, einen Hinweis auf die Methode, nach der

specifisches Gewicht und Leitungsvermögen keinen Aufschluss über eventuelle Verunreinigungen der Lösung geben kann. Sicherlich ist kein Grund vorhanden, anzunehmen, dass eine aus sorgfältig dargestelltem Salz in Uebereinstimmung mit allgemein angenommenen Tabellen des specifischen Gewichtes hergestellte Normallösung, welcher ferner genau das einer solchen Lösung zukommende specifische Gewicht und electrische Leitungsvermögen besitzt, dass eine solche Lösung nicht „rein" sein sollte, zum mindesten innerhalb derjenigen Genauigkeitsgrenzen, die bisher bei den gegenwärtig angewandten Methoden zur Bestimmung des Gefrierpunktes erreicht wurden. Man kann es, glaube ich, nicht stark genug betonen, dass bei allen solchen Untersuchungen diese beiden Constanten bestimmt werden sollten, nicht nur um die Möglichkeit einer Controlle zu erhalten, sondern auch um eine Vergleichung mit anderen Resultaten zu erleichtern.

Beim Vergleich der in Tab. I gegebenen Zahlen mit denen bei F. Kohlrausch[1]) ist zu ersehen, dass eine genügende Uebereinstimmung vorhanden ist, mit Ausnahme von HCl. Diese Lösung wurde von Hrn. Hullet titrirt, und zwar von einer Säure, die von sonst leicht vorhandenen Verunreinigungen frei befunden wurde. Die Normallösung, gegen welche sie ausgeglichen wurde, war normales Na_2CO_3. Das Na_2CO_3 wurde aus Trommsdorff's c. p. $NaHCO_3$ durch Glühen bis zu constantem Gewicht dargestellt. Das specifische Gewicht *dieser* Lösung ist in der voranstehenden Tabelle gegeben.

Das electrische Leitungsvermögen wurde nach der bekannten Methode Kohlrasuch's gemessen. Die „Widerstandscapacität" des benutzten electrolytischen Gefässes wurde in der gewöhnlichen Weise gefunden, durch Annahme von Kohlrausch's Werthen für das Leitungsvermögen von NaCl und Na_2CO_3.

Bestimmung des specifischen Gewichtes.

Das specifische Gewicht wurde mit Hülfe einer von Ostwald modificirten Form des Sprengel-Pyknometers, dessen Volumen (bei 18° C.) 51,3232 ccm betrug, bestimmt. Bei *a* ist

1) F. Kohlrausch, vgl. Leitfaden der Physik p. 404. 1892.

hre zu einem Durchmesser von 1 mm verengt, und dieser durch eine feine rings um die Röhre geätzte Marke . Bei *b* ist die Röhre in eine Spitze ausgezogen, fnung kleiner als 1 mm ist, so dass die an diesem ssere Capillarattraction als an *a* die Flüssigkeit bei und somit Aenderungen im Volumen des flüssigen ei *a* beobachtet werden können. Der Körper des ers enthält ferner eine kleine Glaskugel zur leichteren g von Luftblasen, die sich bisweilen an den inneren ansetzen. Es wurde jedoch gefunden, dass solche sich nicht bilden, wenn man die Vorsicht braucht, meter stets, wenn es ausser Gebrauch ist, mit Wasser sodass seine Wände nicht trocken werden können. n Umstand scheint hervorzugehen, dass diese störenden

Luftbläschen nicht von Luft herrühren, die in den Flüssigkeiten gelöst ist, sondern von Luft, die an den trocknen Wänden des Glases selbst „condensirt" ist.

Das Pyknometer wird gefüllt und in ein Wasserbad, dessen Temperatur auf

HNO_3, verworfen werden mussten, da sich herausstellte, dass ihre specifischen Gewichte und electrischen Leitungsvermögen so sehr von Kohlraüsch's Werthen abwichen, dass man eine bedeutende Verunreinigung annehmen musste. Ich hoffe, baldmöglichst bei diesen Verbindungen sowie bei HCl die bez. Gefrierpunkte bestimmen zu können, und zwar mit möglichst genauer Feststellung der specifischen Gewichte und der electrischen Leitungsvermögen der Normallösungen, bei sorgfältigster Darstellung des Materials.

Das bei den vorliegenden Experimenten benutzte destillirte Wasser hatte das electrische Leitungsvermögen: $8{,}10^{-10}$.

Die Resultate.

Die nachstehenden Tabellen geben die Resultate der Experimente. In Spalte 2 ist die Molecül-Concentration (m) der Lösung gegeben, in Spalte 3 die beobachtete Erniedrigung der Gefrierpunkte (Δ), und in Spalte 4 die Molecular-Erniedrigung (m / Δ). Es ist dies der Werth der Molecular-Erniedrigung, wie ihn Arrhenius berechnet. Raoult und andere rechnen mit Grammmolecülen in *1000 g Wasser*, anstatt in einem Liter der Lösung. Um diesen Werth der Molecular-Erniedrigung zu berechnen, braucht man ferner das specifische Gewicht der Lösung: dieses findet man in der Tab. I in der 6. Spalte, und hiernach kann man den Werth von Δ / m, nach Raoult's Definition, leicht ausrechnen. Die Differenz ist indessen so gering, selbst in den am stärksten concentrirten Lösungen, dass es mir überflüssig erscheint, beide Werthe anzugeben, wie ich es in den früheren Arbeiten that: am höchsten ist die Differenz, mit 1 Proc., bei NH_4NO_3 [1]), $m = 0{,}20$, während sie bei Na_2CO_3 ganz verschwindet.

---

1) Anmerkung zu NH_4NO_3.

Es ist zu bemerken, dass, wenn die Lösung von NH_4NO_3 concentrirter ist als $m = 0{,}05$, das Steigen des Thermometer nach Beginn des Frierens *ausserordentlich langsam* ist. Aehnlich ist es bei NH_4Cl, jedoch nicht so auffallend. Das gewöhnliche plötzliche „Hochschnellen" des Quecksilbers, wenn das Frieren nach einer Ueberkältung der Flüssigkeit beginnt, *fehlt völlig*. Ferner ist zu bemerken, dass das „Eis" ein milchiges Aussehen hat, ganz entgegengesetzt dem krystallinischen Aussehen in anderen Fällen. Dieselbe Beobachtung wurde bei den Lösungen $MgCl_2$, $m = 0{,}15$; $0{,}20$; $0{,}25$; $0{,}30$ gemacht. Die beobachteten Erniedri-

Molek. Moleklarerniedrig. Δ th / m	Theoretische Gefrierpunktserniedrigung Δ th	Δ th $-$ Δ gef.	Δ th $-$ Δ gef. in Proc. von Δ gef.
3,65	0,0365°	+0,0005	+1,3
3,62	0,0724	+0,0015	+2,1
3,56	0,1780	+0,0031	+1,7
3,498	0,3498	+0,0053	+1,5
3,441	0,6882	+0,0074	+1,1
3,67	0,0367	+0,0011	+3,2
(3,64)	(0,0728)	+0,0017	+2,3
3,58	0,1790	+0,0050	+2,8
3,515	0,3515	+0,0081	+2,4
(3,470)	(0,6940)	+0,0148	+2,2
3,71	0,0371	+0,0010	+2,8
3,69	0,0738	+0,0019	+2,6
3,66	0,1830	+0,0033	+1,9
3,616	0,3616	+0,0070	+2,0
3,563	0,7126	−0,0004	±0

1. Substanz	2. Gramm-Mol. in Liter Lösung m	3. Gefrierpunkts-erniedrigung Δ	4. Molecular-erniedrigung $\frac{\Delta}{m}$	5. Theoret. Molecularerniedrig. $\frac{\Delta}{m}$ th	6. Theoretische Gefrierpunkts-erniedrigung Δ th	7. Δ th $-$ Δ gef.	8. Δ th $-$ Δ gef. in Proc. von Δ gef.
$BaCl_2$	0,01	0,0499°	4,99	(5,20)	(0,0520°)	+0,0021	+4,4
	0,02	0,0990	4,95	(4,92)	(0,0984)	−0,0006	−0,6
	0,05	0,2385	4,77	4,74	0,2370)	−0,0015	−0,6
	0,10	0,4690	4,690	(4,58)	(0,458)	−0,0110	−2,3
	0,20	0,9310	4,655	(4,36)	(0,872)	−0,0590	−6,3
$MgCl_2$	0,01	0,0514	5,14	Keine Daten zugänglich			
	0,02	0,1014	5,07				
	0,05	0,2489	4,98				
	0,10	0,4948	4,948				
	0,15	0,7444	4,965				
	0,20	1,0039	5,019				
	0,25	1,2699	5,079				
	0,30	1,5557	5,186				
K_2SO_4	0,01	0,0492	4,92	4,95	0,0495	+0,0003	+0,6
	0,02	0,0952	4,76	(4,76)	(0,0952)	±0	±0
	0,05	0,2271	4,54	4,52	0,2260	+0,0011	+0,5
	0,10	0,4317	4,317	4,328	0,4328	+0,0011	+0,2
	0,20	0,8134	4,067	(4,13)	(0,8260)	+0,0130	+1,6
	0,30	1,1672	3,891				
Na_2SO_4	0,01	0,0509	5,09	(4,96)	(0,0496)	−0,0013	−2,5
	0,02	0,0974	4,87	(4,74)	(0,0948)	−0,0026	−2,5
	0,05	0,2297	4,59	4,49	0,2247	−0,0050	−2,2
	0,10	0,4340	4,340	(4,26)	(0,4260)	−0,0080	−1,8
	0,20	0,8141	4,071	(3,97)	(0,7940)	−0,02	−2,5
	0,30	1,1604	3,875				

erniedrig. $\frac{\Delta}{m}$ th	Gefrierpunkts-erniedrigung Δ th	Δ th − Δ gef.	Δ th − Δ gef. in Proc. von Δ gef.	
			$\mu_\infty = 140$	$\mu_\infty = 122$
4,66)	0,0466°	−0,0041°	− 8	±0
4,49)	(0,0898)	−0,0088	− 9	1,2
4,27	0,2135	−0,0221	− 9	2,0
4,09)	(0,4090)	−0,0450	−10	2,2
3,91)	(0,7820)	−0,0950	−11	3,8
			$\mu_\infty = 122$	$\mu_\infty = 104$
4,54)	(0,0454)	−0,0053	−10	3
4,32)	(0,0864)	−0,0122	−12	5
4,03	0,2015	−0,0306	−13	6
3,78)	(0,3780)	−0,0640	−15	7
3,55)	(0,710)	−0,1240	−15	8
3,62	0,0362	+0,0017	+ 4,9	
3,58)	(0,0716)	+0,0013	+ 1,8	
3,50	0,1750	+0,0045	+ 2,6	
3,409	0,3409	+0,0095	+ 2,8	
3,31)	(0,662)	+0,023	+ 3,6	

1. Substanz	2. Gramm-Mol. in Liter Lösung m	3. Gefrierpunkts-erniedrigung Δ	4. Molecular-erniedrigung $\frac{\Delta}{m}$	5. Theoret. Molecularerniedrig. $\frac{\Delta}{m}$ th	6. Theoretische Gefrierpunkts-erniedrigung Δ th	7. Δ th $-$ Δ gef.	8. Δ th $-$ Δ gef. in Proc. von Δ gef.
$NaNO_3$	0,01	0,0355°	3,55	3,65	0,0365°	+0,0010°	+2,8
	0,02	0,0690	3,45	(3,62)	(0,0724)	+0,0034	+5,0
	0,025	0,0866	3,46				
	0,05	0,1722	3,44	3,55	0,1775	+0,0053	+3,1
	0,10	0,3428	3,428	3,472	0,3472	+0,0044	+1,3
	0,20	0,6689	3,345	(3,409)	(0,6818)	+0,0129	+1,9
NH_4NO_3	0,01	0,0358	3,58				
	0,02	0,0707	3,54				
	0,025	0,0873	3,49				
	0,05	0,1737	3,47				
	0,10	0,3424	3,424				
	0,20	0,6641	3,321				
H_3PO_4	0,01	0,0282	2,82				
	0,02	0,0536	2,68				
	0,05	0,1245	2,49				
	0,10	0,2358	2,358				
	0,20	0,4498	2,249				

Werth der Erniedrigung in Spalte 3 ist das Mittel 9 *gänzlich voneinander unabhängigen* Bestimmungen, Durchschnitt Schwankungen von ca. 0,001° C. zeigen. Durchschnittsschwankung, die in irgend einer voll- Reihe beobachtet wurde, war 0,0013° C. bei $BaCl_2$ ne Beobachtungen), die *kleinste* Durchschnittsschwan- 0,0006° C. bei Na_2CO_3 (63 einzelne Beobachtungen). st genau dieselbe Variation, die in den früheren Be- reihen gefunden wurden, und es geht daraus hervor, ergrösserung der Gefrierröhre die Fehlerquellen nicht hat.

Graphische Darstellung der Resultate.

Werthe von Δ/m als Function von m sind graphisch Fig. 1 dargestellt: die Ordinaten geben die Werthe die Abscissen die von m. Um Verwirrung zu ver- nd die Nitrate für sich in Fig. 2 gegeben. Die Scala e wie bei der früheren Arbeit. Zugleich mit der ie sind die Werthe für NaCl und H_2SO_4 nach den ngen im Jahre 1893 dargestellt: zu denen von NaCl

tät von Depression und Concentration so gering im Vergleich mit den totalen Erniedrigungen, dass sie in der graphischen Darstellung der Erniedrigungen nicht zum Ausdruck kommen So z. B. differirt bei Na_2CO_3, wo die Abweichungen am stärksten sind, die Curve so wenig von einer geraden Linie; dass sie nur bei genauerer Prüfung von dieser unterschieden werden kann. Andererseits sind wahrscheinliche Fehler von vielen Tausend Theilen eines Grades in den Curven der Erniedrigungen kaum bemerkbar.

Die Curven sind meist durch 5 Beobachtungen bestimmt, und diese Punkte sind durch gerade Linien verbunden. In der grössten Zahl der Fälle erscheinen die experimentellen Fehler verhältnissmässig so klein, dass es vielleicht berechtigt gewesen wäre, eine *vollständige* Regelmässigkeit der Resultate anzunehmen, und die Punkte durch die wahrscheinlichste Curve zu verbinden, wie es in den früheren Arbeiten geschah.

Diese 5 Beobachtungen waren bei $MgCl_2$, $m = 0{,}01$, $m = 0{,}02$, $m = 0.05$, $m = 010$ und $m = 0{,}20$ so auffallend, dass 3 weitere angestellt wurden: $m = 0{,}15$, $m = 0{,}25$ und $m = 0{,}30$. Ebenso wurde bei KCl und NH_4Cl je eine weitere Beobachtung für $m = 0{,}40$ gemacht, um zu constatiren, ob die convergirenden Curven in Wirklichkeit sich irgendwo, nahe $m = 0{,}20$ schneiden. Es muss hinzugefügt werden, dass diese beiden Beobachtungen nebst der von NaCl an demselben Punkte unmittelbar nach einer besonderen Bestimmung des Nullpunktes des Thermometer gemacht wurden, sodass ein Fehler im Nullpunkt die relativen Erniedrigungen dieser drei Salze nicht beeinflussen konnte. Dieselbe Vorsicht wurde bei den beiden Beobachtungen von Na_2SO_4 und K_2SO_4 bei $m = 0{,}05$, und $m = 0{,}30$ angewandt, und es kann daher kein Zweifel darüber möglich sein, dass die Glieder dieser Curvenpaare sich in der Region von $m = 0{,}20$ schneiden.

Discussion der Resultate.

Sehen wir von jeder Theorie ab, so ergiebt sich hier sowie bei den früher studirten Electrolyten Folgendes.

1) Die Molecular-Erniedrigung nimmt continuirlich mit der Verdünnung zu. Die einzigen Ausnahmen bilden $MgCl_2$ und HCl in der Region stärkerer Concentration: beide liefern

n *Minimal*-Werth der Molecular-Erniedrigung bei
Bei $MgCl_2$ ist dieses Minimum ausgesprochen, bei
vielleicht weniger auffallend, aber doch ebenso
allt, da gerade wegen eines möglichen Zweifels in
ses Minimum bei HCl der Werth für $m = 0{,}30$ be-
rde. Die Lage dieses neuen Punktes macht die
s Minimums bei ungefähr $m = 0{,}10$ zur Sicherheit. —
s Minimum zeigt sich in den Resultaten von Arr-
bei $MgCl_2$ obgleich er diese Erscheinung offenbar
eine grossen Fehlern zuzuschreiben scheint, da er
Discussion der Resultate nichts davon erwähnt.
nten die Beobachtungen von Jones[2]) unverkennbar
ie Gegenwart eines solchen Minimums an, obgleich
icht auf dasselbe aufmerksam macht, sondern im
die *Regelmässigkeit* der Resultate betont[3]), sodass
icht zu sein scheint, dies Minimum sei einem Fehler
02° C. zuzuschreiben.
s Curven sind mehr oder weniger concav auf der
2.
scheint nunmehr, dass sich die bisher untersuchten

sich besonders in den einzelnen Curven ausdrückt, ergibt sich, dass nirgends in der untersuchten Region irgend ein plötzlicher Wechsel der Eigenschaften der Lösungen auftritt, wenigstens soweit der Gefrierpunkt in Betracht kommt. Die Unregelmässigkeiten, die auftreten (KCl, KNO_3), weisen darauf hin, dass die Beobachtungsfehler an den betreffenden Punkten sehr gross waren, mindestens 0,0006° C., und obgleich dieser Fehler, im Vergleich mit den übrigen Resultaten, hier grösser als zuverlässig erscheint, so glaube ich doch, dass der Verlauf der Curve in den anderen Regionen anzeigt, dass die Unregelmässigkeiten bei extremen Verdünnungen Irrthümern zuzuschreiben sind.

5) Was den bedeutenden Unterschied der Gefrierpunkte von stärker concentrirten Lösungen, die zu derselben Gruppe gehören, anbelangt, so ist es eine *bemerkenswerthe Thatsache*, dass die Curven, die ihre Molecular-Erniedrigungen darstellen, schnell mit zunehmender Verdünnung convergiren, und zwar so, dass man vielleicht annehmen könnte, *dass sie bei extremster Verdünnung vielleicht denselben Gefrierpunkt haben.* Dieses Convergiren ist um so auffallender, wenn man beachtet, wie sehr die beiden Extreme der 2. Gruppe, $MgCl_2$ und Na_2SO_4, in ihren Gefrierpunkten bei der Concentration $m = 0{,}30$ differiren (vgl. Taf. I). Hier liegen die Gefrierpunkte der beiden Lösungen um 0,395° C. von einander, während bei $m = 0{,}01$ der Unterschied nur 0,0004° beträgt. Aehnlich ist es in der 1. Gruppe, wo die beiden Extreme HCl und KCl sich bei $m = 0{,}30$ um 0,07° C. unterscheiden, während bei $m = 0{,}01$ die Differenz verschwindend klein ist.

Als Ausnahmen sind in der 1. Gruppe NH_4Cl und KNO_3, in der 2. Gruppe $BaCl_2$, H_2SO_4 und $MgSO_4$ zu bemerken. (Ueber $MgSO_4$ vgl. auch die frühere Arbeit). Die beiden letzteren sind wesentliche Ausnahmen; die anderen zeigen solche Unregelmässigkeiten der Curven in der Region grosser Verdünnung, dass dadurch, wie oben erwähnt, Beobachtungsfehler angezeigt werden.

Bemerkenswerth ist, dass H_3PO_4 isolirt steht, und trotzdem sie ein dreiwerthiges Radical enthält, den Gefrierpunkt weniger erniedrigt, als die Gruppe mit einwerthigen Radicalen. Ich hoffe, später im Stande zu sein, andere analoge

:n zu studien, um ihre Gefrierpunkte mit dem von leichen zu können.[1])

ung der Resultate zur „Dissociations-Theorie".

ziehung der vorliegenden Resultate zur „Dissocia-e" erkennt man, wenn man die beobachteten Er-ı Δ in Spalte 3 mit der Spalte 6 vergleicht, welche der auf Grund dieser Theorie berechneten Er-ı ausdrückt.[2]) Die theoretischen Werthe der Mole-lrigungen findet man ferner in Spalte 5. Gemäss wird der „Dissociations-Grad" bei einer beliebigen ch das Verhältniss μ_x/μ_∞ dargestellt, wobei μ_x ıre Leitungsvermögen der Lösung in der gegebenen ın x ist, ausgedrückt in Gramm-Aequivalent-Mole-iter; μ_∞ ist der Grenzwerth dieser Leitungsver-nn x sich der Grenze 0 nähert: oder, wie gewöhn-ückt, der Werth des molecularen Leitungsvermögens ıer Verdünnung. Für μ_x sind die Werthe, die h fand, gewählt, und für μ_∞ die Werthe, die von wahrscheinlichsten bezeichnet sind.[3])

Bei NH_4NO_3 und $MgCl_2$ sind keine Angaben zur Berechnung der theoretischen Werthe von Δ und Δ/m vorhanden. Bei H_3PO_4 sind keine theoretischen Werthe gegeben, da zur Zeit unsere Kenntnis der Art ihrer Dissociation so ungenügend zu sein scheint.

Man muss sich daran erinnern, dass die Concentration der Lösung von Kohlrausch mit μ bezeichnet wurde, wobei er die Concentration in Gramm-Aequivalent-Molecülen ausdrückte, während in der vorliegenden Arbeit m die Concentration in Gramm-Molecülen darstellt. So z. B. ist die Lösung $BaCl_2$, $m = 1$ bei Kohlrausch als $BaCl_2$, $\mu = 2$ vertreten, und die Lösung, die bei Kohlrausch als H_3PO_4, $\mu = 1$ bezeichnet ist, würde hier durch H_3PO_4, $m = \frac{1}{3}$ gegeben sein.

Die Werthe von Spalte 5 und 6 die eingeklammert sind, wurden durch graphische Interpolation gefunden und können in der Region grösster Concentration bedeutenden Fehlern unterworfen sein.

Ausserdem enthält Spalte 7 die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werthen der Erniedrigung Δ, und Spalte 8 drückt, zur bequemeren Vergleichung, diese Differenz in Procenten der beobachteten Werthe aus.

Es ist nicht in Abrede zu stellen, dass bei KCl und K_2SO_4 die Uebereinstimmung thatsächlich vollständig ist. Bei NH_4Cl, HCl, $BaCl_2$, Na_2SO_4, KNO_3, $NaNO_3$ ist die Uebereinstimmung noch überraschend, und kann kaum als „zufällig" unbeachtet bleiben. Indessen können die Differenzen in diesen letzteren Fällen wenigstens nicht mit Sicherheit durch constante Beobachtungsfehler erklärt werden, da diese Annahme verlangen würde, dass alle beobachteten Werthe gleichmässig entweder „zu hoch" oder „zu niedrig" sein sollten: während indess im allgemeinen die vorliegenden Resultate niedriger als die theoretischen Werthe befunden wurden, muss man bei $BaCl_2$ und Na_2SO_4 constatiren, dass sie *höher* sind.

Ferner ist überraschend, dass die beiden *auffallenden* Fälle von Differenz zwischen beobachteten und theoretischen Werthen K_2CO_3 und Na_2CO_3 sind: gerade die zwei, bei denen wegen der Ungewissheit in Betreff des Werthes von μ_∞ eine Berechnung der theoretischen Werthe kaum mehr als eine Schätzung genannt werden kann. Jedenfalls ist — in Be-

ung des allgemeinen Verlaufs aller anderen Curven
usch's graphischer Darstellung seiner Resultate[1]) —
m gewählte Werth von μ_∞ der wahrscheinlichste
Fälle, nämlich 140 bei K_2CO_3 und 122 bei Na_2CO_3.
indessen den höchsten *beobachteten* Werth von μ_x
renzwerth, μ_∞, d. h. 122 für K_2CO_3, und 104 für
hlt, (was ein ganz willkürliches Verfahren nach dem
erer gegenwärtigen Kenntniss ist), so werden dann
ischen Werthe der Erniedrigungen fast identisch
, die für verdünnte Lösungen K_2CO_3 beobachtet
d bei Na_2CO_3 ist die Uebereinstimmung vielleicht
wie die Vertheidiger der Theorie verlangen können
n Tabellen Spalte 8 für zwei Reihen von procen-
ferenzen für K_2CO_3 und Na_2CO_3).
ben bemerkt wurde, zeigt der Lauf der Curven für
lar-Erniedrigungen von $BaCl_2$, NH_4Cl und KNO_3
der Region grösster Verdünnung die Werthe offen-
ungewöhnlich grosse Beobachtungsfehler beeinflusst
d es scheint nunmehr, dass diese offenbaren Fehler
nkten auftreten, wo die Differenz zwischen be-

Natriumsalze erniedrigen: es folgt dies direct aus der Thatsache, dass der Dissociationsgrad bei den ersteren allgemein grösser ist. Die vorliegenden Resultate zeigen indessen das Gegentheil: nur die Carbonate machen eine Ausnahme.

Bei Nitraten wird eine Vergleichung der Erniedrigungen durch die Verwirrung der Curven bei extremen Verdünnungen erschwert.

Die Erniedrigungen von KCl sind geringer als die von NaCl, jedoch muss man in Erwägung ziehen, dass die Reihe von NaCl die einzige war, die bei einer Zimmertemperatur von 18° C. bestimmt wurde, und dass, wie ich nunmehr überzeugt bin, zuverlässige Resultate nur bei einer Temperatur, die 0° C. nahe steht, zu erhalten sind. Die Versuche mit NaCl müssen deshalb, wie ich glaube, wiederholt werden, bevor eine definitive Vergleichung der Erniedrigungen von KCl und NaCl möglich ist, wenngleich es keinem Zweifel unterliegt, dass, in Bezug auf die Beobachtungen bei $m = 0{,}40$, die Erniedridung des Gefrierpunktes bei NaCl viel bedeutender ist, als bei KCl.

Genauigkeit der Methode.

In meiner früheren Arbeit habe ich bekanntlich zwar die experimentellen Daten nebst einigen Betrachtungen gegeben, nach denen der Leser selbst im Stande ist, die Genauigkeit der Methode zu beurtheilen: ich habe aber keinen Versuch gemacht, die letztere zahlenmässig zu bestimmen. Dasselbe Verfahren behalte ich jetzt bei, und das jetzt vorliegende, ausgedehntere experimentelle Material soll dazu dienen, die Sache etwas näher zu beleuchten.

Jetzt, wie damals, stehen wir vor zwei fundamentalen Fragen.

1. Wie weit kann man sich auf die Constanz dieser feinen Quecksilberthermometer verlassen?

2. Welche Uebereinstimmung zeigt sich unter den einzelnen Beobachtungen einer Reihe, deren Mittelwerth als der gesuchte Gefrierpunkt angenommen ist?

Die Antwort auf die *zweite* Frage ist durch das neue Material nicht weiter beeinflusst worden; jetzt, wie damals, zeigt eine Reihe von fünf ganz verschiedenen Beobachtungen im Durchschnitt eine Variation von 0,001° C.

Variation kann dreierlei Ursache haben: 1. Unter
me, dass die Temperatur der Lösung bei jeder der
nen Beobachtungen *dieselbe* war, könnte die Schwan-
die Beschaffenheit des Thermometers selbst zurück-
rden. 2. Gesetzt, dass das Thermometer thatsächlich
ratnr seiner Kugel anzeigt, so könnte die Schwankung
llkommenheit der Methode zugeschrieben werden, die
nde ist, die Lösung bei jeder besonderen Bestimmung
Gefrierpunkt zu bringen. 3. Eine Variation der in
inausragenden Quecksilbersäule könnte eventuell für
vankung verantwortlich gemacht werden.
chwankung lässt sich nicht auf Ablesungsfehler zurück-
ei der gegenwärtigen Methode können letztere bei
mentellen Fehlern absolut nicht mitspielen. Es ist
m Zweifel, dass $^1/_{100}$ Thermometergrad bis 0,00005° C.
elesen werden kann.
t die Frage, ob die *Ablesungen* überhaupt die *Tem-*
r Lösung anzeigen können. Da der Ablesungsfehler
ich mit den oben genannten Fehlern unbedeutend
be ich meine Aufmerksamkeit ausschliesslich auf die

Tabelle III.

1 Zeit 1895	2 Barometer-stand	3 Zimmer-temperatur	4 Beobachteter Nullpunkt	5 Nullpunkt auf 0° C. und 760 mm corrigirt
Januar 2	762,0	+5° C.	0,0416°	0,0397°
7	759,7	10	0,0435	0,0404
14	756,7	0	0,0407	0,0412
21	756,0	2	0,0416	0,0416
25	765,3	2	0,0418	0,0397
28	764,3	0	0,0404	0,0397
29	754,1	2	0,0393	0,0397
30	757,4	0° — 4°	0,0391	0,0389
Februar 4	754,4	3	0,0402	0,0402
5	760,1	3	0,0402	0,0392
11	760,6	4	0,0407	0,0394
13	746,9	2	0,0402	0,0418
18	754,6	5	0,0420	0,0414
20	754,1	6	0,0422	0,0414
25	759,8	4	0,0420	0,0408
27	761,6	5	0,0426	0,0407
März 4	754,5	8	0,0439	0,0423
5	764,0	9	0,0457	0,0422
6	769,4	7,5	0,0455	0,0416
13	761,1	10	0,0460	0,0427
14	758,4	10	0,0450	0,0421
18	754,0	7	0,0432	0,0420
19	757,6	6,5	0,0420	0,0404
20	759,2	5	0,0416	0,0402
25	757,7	7,5	0,0437	0,0417

Die Resultate sind auf Taf. IV Fig. 8 graphisch dargestellt, wo die punktirte Zickzacklinie den beobachteten, und die ausgezogene den corrigirten Nullpunkt zeigt. Die Scala ist hier 5,8 mm zu $^1/_{1000}{}^0$ C.[1]) Sie hat also dieselbe Empfindlichkeit, wie die Curven der Molecularerniedrigungen in der Region extremer Verdünnung. Da die Länge einer $^1/_{100}{}^0$ Theilung am Thermometer 0,4 mm ist, so wurden in der Figur die wirklich beobachteten Variationen der Thermometer 150fach vergrössert.

Man beobachtet nun Folgendes:

1. Der Nullpunkt des Instrumentes ist während der Periode der Ruhe bei gewöhnlicher Temperatur (März 1893 bis Ja-

1) Durch einen Fehler ist die Scala 5,8 anstatt 5 mm pro $^1/_{1000}{}^0$ C. gemacht.

5) von 0,029—0,040°, also etwa um 0,0005° C. im
stiegen. Dies würde ein Steigen von etwa 0,0015° C.
der Beobachtungsperiode anzeigen. In Fig. 6 stellt
Linie ein solches gleichmässiges Steigen von 0,002° C.
dieser drei Monate dar. Das wirklich beobachtete
trägt 0,0020° C., eine Uebereinstimmung, die indessen
nlich nur zufällig ist, da selbstverständlich die An-
nes gleichmässigen Steigens des Nullpunktes eines
eters nicht garantirt ist, selbst wenn das Instrument,
lange liegen gelassen wurde.
erner scheint der Zickzackverlauf des Nullpunktes
i Gesetze beeinflusst zu werden. a) Wenn das Thermo-
ger als eine Nacht ruhte, so blieb der Nullpunkt ent-
stant, wie z. B. während der Periode 25.—28. Januar
1. Februar, oder er stieg schnell, wie z. B. in den
11.—13. Februar, 27. Februar bis 4. März etc.:
e Ausnahme bildet die Periode 21.—25. Januar.
das Thermometer zwei Tage nach einander gebraucht
zeigte sich, dass der Nullpunkt am zweiten Tage

als um ebenso viel zu niedrig. Aehnlich liegt die Sache am 30. Januar, am 4. März, und am 11. und 13. Februar, in welchen letzteren Fällen entgegengesetzte Fehler anzunehmen wären, die bis zu 0,0015° C. betragen. (Vgl. 6. Februar.) Diese Fehler müssten alsdann als Fehler in den Erniedrigungen erscheinen, die von den unrichtigen Nullpunkten gemessen sind, und da wir anzunehmen hätten, dass sie sehr bedeutend sind, müssten wir grosse Unregelmässigkeiten in den Curven der Molecular-Erniedrigungen finden. Aber solche Unregelmässigkeiten fehlen meistentheils gänzlich. Eine genaue Analyse der Resultate in dieser Hinsicht ist nicht ohne Werth, und zu diesem Zweck wollen wir die einzelnen Erniedrigungen untersuchen, die an den Tagen, wo die vermutheten falschen Nullpunkte erhalten sind, gemessen werden.

21. Januar. Nullpunkt vermuthlich zu hoch.

Die an diesem Tage gemessenen Erniedrigungen waren $BaCl_2$, $m = 0{,}01$; 0,02; 0,05; 0,10; 0,20. Die Annahme, dass der Nullpunkt zu hoch war, würde die Erniedrigungen in den verdünnten Lösungen zu gross machen. Die Curve scheint aber anzudeuten, dass sie zu gering sind.

25. Januar. Nullpunkt vermuthlich zu niedrig.

NH_4Cl, $m = 0{,}01$ wurde wieder untersucht, und das erhaltene Resultat war um 0,0005° C. *höher* als der Mittelwerth auf der Tafel. Somit entspricht die Annahme, dass der Nullpunkt an diesem Tage zu niedrig war, nicht der Erniedrigungs-Beobachtung.

30. Januar. Nullpunkt vermuthlich zu niedrig.

Die untersuchten Lösungen waren: KNO_3, $m = 0{,}01$; 0,02; 0,05; 0,10; 0,20. In diesem Falle entspricht die Annahme, dass der Nullpunkt unrichtig war, dem in der Curve erscheinenden Fehler.

4. Februar. Nullpunkt vermuthlich zu hoch.

Die ganze Reihe von Na_2CO_3 wurde beobachtet. Die Curve ist durchaus regelmässig, und dieser Umstand lässt keine Entscheidung darüber zu, ob der Nullpunkt zu hoch oder zu niedrig war, da eine völlig regelmässige Curve selbst bei einem Fehler im Nullpunkt sich ergeben würde, vorausgesetzt, dass *alle* Gefrierpunkte der Lösungen selbst

er, oder nur von constanten Fehlern beein-

ebruar. Nullpunkt vermuthlich zu niedrig.

chtet wurde $MgCl_2$, $m = 0{,}15$ und $0{,}25$. An diesen t die Curve etwas erniedrigt, und es ist ein mög- er anzunehmen, der mit der Annahme eines zu ullpunktes übereinstimmen würde.

ebruar. Nullpunkt vermuthlich zu hoch.

, $m = 0{,}30$ wurde beobachtet. Die Curve ist an le nicht „empfindlich" genug, um die Beurtheilung ichen Fehlers zu gestatten.

ebruar. Nullpunkt vermuthlich zu niedrig.

$n = 0{,}035$ und NH_4Cl, $m = 0{,}035$ wurden beobachtet. elmässigkeit der KCl-Curve würde indessen den ent- zten Fehler im Nullpunkt andeuten.

rz. Nullpunkt vermuthlich zu hoch.

ändige Reihe von K_2CO_3. Hier, wie bei Na_2CO_3 Curve keine Unregelmässigkeiten. Vgl. die Bemer- 4. Februar.

Somit hat es den Anschein, dass die Annahme, dass die Nullpunkte an den Tagen, wo der auffallende Zickzack-Verlauf in der Curve der Nullpunkte erscheint, unrichtig *beobachtet* wurden, nicht genügt, um die beobachteten Veränderungen des Nullpunktes des Thermometer zu erklären, da in diesem Falle im allgemeinen die *entsprechenden* Fehler in den gemessenen Erniedrigungen erscheinen müssten. Wir müssen deshalb annehmen, dass das Thermometer selbst bedeutenden Aenderungen unterworfen ist, die zwar nicht *plötzlich* sind, wie ich in meiner früheren Arbeit vermuthete, aber immerhin noch derartig, dass beträchtliche Fehler möglich wären.

Während eine Vergleichung mit den Resultaten anderer Methoden, von denen einige neueren Datums sind, anzuzeigen scheint, dass bei der vorliegenden Methode die Fehler zum Mindesten wohl auf dieselben Grenzen, die von anderen Beobachtern erreicht werden, beschränkt sind, so glaube ich doch, dass eine rationelle Kritik der vorliegenden Resultate die Möglichkeit von experimentellen Fehlern, bisweilen bis zur Höhe von 0,001° C. zulassen muss. Aus diesem Grunde habe ich es niemals für vortheilhaft gehalten, die Methode über die Verdünnung $m = 0{,}01$ hinaus anzuwenden, da in diesem Gebiet ein Fehler von 0,0001° C. kritisch ist.

Bemerkungen über Willkür des Beobachters.

Es scheint mir nöthig, hinzuzufügen, dass keine Mühe gescheut werde, diese Fehlerquelle zu eliminiren. Während die Methode selbst schon es unmöglich zu machen scheint, dass die Willkür des Beobachters irdend einen Einfluss auf die Resultate haben sollte, so wurde doch noch die Vorsicht angewandt, in jedem Falle die üblichen fünf vollständigen Beobachtungen einer Reihe zu machen, bevor die Resultate auf Coordinaten-Papier gebracht wurden. Ferner wurde niemals irgend eine Vergleichung mit den Resultaten anderer Beobachter gemacht, ehe nicht die ganze Beobachtungsarbeit beendet war. Schliesslich wurden die sogenannten theoretischen Werthe erst berechnet, nachdem Monate seit der Beobachtungszeit verstrichen waren, nämlich erst zu der Zeit, als die Arbeit zur Publication fertig gestellt wurde.

ge hinzu, dass ich, sobald es die Temperaturverhältnisse gestatten werden, die Beobachtungen fortzusetzen gedenke und zwar sollen u. A. untersucht werden: KHO, NO_3, eine Reihe von Phosphaten und organischen Säuren.

cal Laboratory Princeton College, Princeton, N. J.
1895.

15. *Besprechung einiger Einwände, die gegen meine Methode der Bestimmung des Gefrierpunktes verdünnter Lösung erhoben wurden; von E. H. Loomis.*

(Hierzu Taf. IV Fig. 3—8.)

Die Beobachtungen über den Gefrierpunkt einiger verdünnter organischer Lösungen, die der Verfasser mittheilte, sind so durchaus verschieden von allen den von früheren Untersuchern erhaltenen Resultaten, dass verschiedene Fragen in dieser Hinsicht zu beantworten sind.

1. Hr. Jones[1]) hat vermuthet, dass der bedeutende Unterschied seiner Resultate von den meinigen vielleicht so zu erklären ist, dass ich unreines Material verwandte, besonders in den Fällen von Zucker und Phosphorsäure. Die letztere ist genügend im vorangehenden Aufsatz (p. 510) besprochen worden. Was den Zucker anbetrifft, so brauche ich nur anzugeben, dass allein *gut ausgebildete*, *durchsichtige* Krystalle von Candiszucker genommen wurden. Diese wurden sorgfältig ausgewählt, mit einem feinen Pinsel von Staub befreit, dann pulverisirt und über Schwefelsäure getrocknet. Die genau abgewogene Menge wurde dann in *kaltem* (4° C.) Wasser gelöst, und die Gefrierpunkte dann sobald als möglich bestimmt. Ich denke, derartiges Material kann man innerhalb der für die gegenwärtigen Methoden von Gefrierpunktsbestimmungen erforderlichen Reinheitsgrenzen getrost als gut ansehen.

Im allgemeinen muss ich bemerken, dass ich durchweg meine Hauptaufmerksamkeit mehr auf die Reducirung von experimentellen Fehlern im physikalischen Theil der Arbeit richtete, als von solchen im chemischen Theil, da ich überzeugt bin, dass die ersteren Fehler die grösste Schwierigkeit bildeten und noch bilden, neben denen die Frage nach der absoluten chemischen Reinheit des Materials kaum in Betracht kommen kann.

1) Jones, Wied. Ann. **53.** p. 395.

es möglich, dass irgend eine Fehlerquelle, die der ngewandten Methode eigenthümlich ist, dafür ver- zu machen ist, dass meine Resultate gleichmässig d, als die von allen früheren Autoren erhaltenen?

fortgesetzte Anwendung der Methode liess mich rtigen experimentellen Fehler erkennen. Es ist sante Thatsache, dass alle neueren Beobachtungen *nstimmen*, dass die alten Werthe für diese organi- indungen merklich erniedrigt werden, und dass derselben, besonders die von Nernst und Abegg[1]) ldermann[2]) in der Region mittlerer Concentration h mit den meinigen sind. Diese Uebereinstimmung ffallender, wenn wir auf die Tabelle blicken, die ich einer früheren Arbeit[3]) wiederhole. Sie enthält die te einer $^1/_{10}$ normalen Zuckerlösung, wie sie von edenen Autoren gefunden wurden, nebst dem Jahr tion und dem vermutheten Fehler der Beobachter. ser Tabelle füge ich jetzt die von mir und den obachtern erhaltenen Werthe hinzu.

3. Hr. Wildermann hat betreffs der drei von mir untersuchten organischen Verbindungen die Vermuthung ausgesprochen, *dass die mit der Zunahme der Concentration zunehmenden Molecularerniedrigungen einem experimentellen Fehler zuzuschreiben sind, der, wie er meint, den beobachteten Nullpunkt zu niedrig macht.* Die Resultate gestatten kaum diese Annahme, da dieselbe nur dann Berechtigung haben kann, wenn eine Folge von *constanten Differenzen* zwischen den Gefrierpunkten von den aufeinander folgenden Lösungen $m = 0{,}01$, $m = 0{,}02$, $m = 0{,}03$ etc. bis $m = 0{,}20$ vorliegen würde. Diese Differenzen zeigen indessen bei Zucker eine nicht zu verkennende *Zunahme* von 0,0184 bis 0,0206°, d. h. die Zufügung von jedem $^1/_{100}$ Grammmolecül zu der Lösung erniedrigt den Gefrierpunkt um einen stets wachsenden Betrag. Daraus haben wir zu folgern, dass die beobachtete Zunahme der Molecularerniedrigung ihren Grund nicht in einem Fehler in der Bestimmung des Nullpunktes des Thermometers haben kann. Das gilt auch für Alkohol und Harnstoff.

Ferner müsste ein derartiger Fehler ein *constanter* sein, da diese drei Verbindungen genau in derselben Weise untersucht wurden, wie alle anderen Verbindungen, deren Zahl jetzt einige zwanzig beträgt. Der Umstand, dass diese übrigen Resultate von einem solchen constanten Fehler frei zu sein scheinen, macht die obige Annahme zum mindesten unwahr. Auch ist es unmöglich, dass dieser vermuthete Fehler ein *zufälliger* sein sollte, der den zwei oder drei Bestimmungen des Nullpunktes, von dem die Erniedrigungen erhalten wurden, eigenthümlich sein könnte, da diese besonderen Erniedrigungen für Zucker und Alkohol von nicht weniger als *vierzehn* getrennt bestimmten Nullpunkten gemessen wurden, deren jede das Mittel von 7—9 gänzlich unabhängigen Beobachtungen war.

Es scheint mir nöthig zu sein, in dieser Beziehung meine Resultate mit denen der anderen Autoren zu vergleichen. Von den früheren Beobachtern haben Arrhenius und Tammann dieses der zunehmenden Concentration entsprechende Zunehmen der Molecularerniedrigungen gefunden, und von den neueren Beobachtern finden alle, ausser Hrn. Jones, dieselbe, auch von mir beobachtete Zunahme, so z. B. Nernst und Abegg[1])

1) Nernst u. Abegg, Zeitschr. f. phys. Chem. 4. p. 681. 1894.

Zwar differiren ihre drei getrennten Beobachtungs-
r voneinander: eine zeigt *Zunahme* der Molecular-
gen mit Zunahme der Concentration, die zweite Ab-
l die dritte zeigt eine solche Unregelmässigkeit, dass
r in dieser Beziehung keinen Schluss ableiten kann;
rhin zeigen die *Mittel*werthe der drei Reihen eine
nene *Zunahme*. Die Resultate von Jones weisen
nahme von dem Punkt $m = 0{,}10$ an auf, die von
n dem Punkt $m = 0{,}16$, während bei Wildermann
ne durch die *ganze* Reihe geht. Man vergleiche
IV, wo Wildermann's Resultate für Zucker durch
rten Linien dargestellt sind. Reihe I wurde mit
apsel" um die Kugel des Thermometers gemacht,
se „Eiskapsel", während III unter „noch günstigeren
" [1]) gefunden wurde. Hr. Wildermann sieht II
innerhalb 0,0001—2° an: alsdann müssen die in
erkenswerthen Reihe erscheinenden drei Thatsachen
ig angesehen werden, nämlich:
st eine deutliche *Zunahme* der Molecularerniedrigungen
erth 1,76 in den verdünnten Lösungen bis 1,89 in

wünschenswerth, zu erfahren, aus welchem Grunde er dasselbe in Reihe II, wo die „Eiskapsel" fehlte, unbeachtet lässt.

Obgleich diese Reihe II von Hrn. Wildermann für correct innerhalb 0,0001—2° erklärt wird, so scheint sie für ihn doch nicht so beweisend zu sein, wie seine Discussion derselben vermuthen lässt, da er die Untersuchung „unter noch günstigeren Umständen" [1]) wiederholte. Das Resultat hiervon ist Reihe III. Diese letztere differirt von Reihe II in unregelmässiger Weise um etwa **0,001°**, d. h. etwa um das fünffache des möglichen Fehlers der letzteren. Nimmt man nun an, dass diese Reihe III den äussersten Grad experimenteller Genauigkeit erreicht hat, so folgt daraus, glaube ich, dass Hr. Wildermann den experimentellen Fehler seiner früheren Untersuchungen unterschätzte.

Diese früher nicht erreichte Genauigkeit dieser letzten Reihe (III) macht sie besonders beachtenswerth (vgl. Fig. 6, Curve III), und zwar sind folgende Punkte hervorzuheben.

1. Die Reihe zeigt eine Variation von 1,84 bis 1,89.

2. Der Werth 1,89 wird sehr plötzlich von einer der fünf Beobachtungen erreicht; ihm gehen voraus zwei Beobachtungen, deren Werthe 1,84 sind, und es folgen ihm zwei, deren Mittelwerth ebenfalls ungefähr 1,84 ist.

Trotzdem *sagt* Hr. Wildermann von dieser Beobachtungsreihe [2]): „So habe ich gezeigt, dass die Constante 1,89—7 sich in verdünnten Lösungen gut bewährt."

Diesen Widerspruch zwischen Hrn. Wildermann's Resultaten und seiner Erläuterung derselben darf man bei Durchsicht seiner Arbeit nicht aus dem Gedächtniss verlieren:

So z. B. zeigen bei Alkohol (vgl. Fig. 7) seine „ohne Eiskapsel" erhaltenen Resultate (Curve II) ein stetiges Anwachsen der Molecularerniedrigungen von 1,81 bis 1,85; die einzige Ausnahme befindet sich bei $m = 0{,}006527$. Hierüber sagt er nun [3]): „Wir erhalten in allen Concentrationen den constanten Werth 1,84."

Die dritte Reihe, „wiederholt unter noch günstigeren Umständen", zeigt noch auffälliger dieselbe unverkennbare, mit der

1) Wildermann, Phil. Mag. **40**. p. 126. 1895.
2) Wildermann, l. c.
3) Wildermann, Zeitschr. f. phys. Chem. **3**. p. 342. 1894.

ion wachsende Zunahme der Molecularerniedrigungen.
es für überflüssig, diese detaillirte Prüfung auf den
g bleibenden Fall von Harnstoff auszudehnen, wo
Erscheinungen zu Tage treten.

ürfte sich aber der Mühe verlohnen, auf die auf-
ebereinstimmung hinzuweisen, die besteht zwischen
Hrn. Wildermann mit „Eiskapsel" erhaltenen Re-
nit den meinigen, für Zucker und Alkohol. Bei
gl. Fig. 7, Taf. IV, Curve I) ist diese Uebereinstimmung
dass beide Reihen als identisch angesehen werden
it Ausnahme der kleinen Region grösster Verdünnung.
ermann erklärt diese Uebereinstimmung damit, dass
tet, dass bei mir unzweifelhaft eine ähnliche „Eis-
n die Kugel des Thermometers vorhanden war. Aus
ieren Arbeit ist aber ersichtlich, dass die Bildung dieses
dort sorgfältig erwogen wurde, und man wird ferner
dass u. a. es ein Grund dafür war, die „Ueberkühlung"
ge Grenze von 0,15 bis 0,25° zu beschränken, dass
g dieser störenden Eislager unmöglich werden sollte.
r That bildete sich bei mir niemals auch nur eine

anzusehen. Dass ein derartiger Fehler durchaus nicht unwahrscheinlich ist, erhellt aus der Thatsache, dass bei denjenigen Electrolyten, die in der Region extremer Verdünnung mit Fehlern behaftet zu sein scheinen, bei den Curven eine ähnliche Tendenz, nach unten sich zu biegen, hervortritt ($BaCl_2$, HCl, NH_4Cl). Den Umstand, dass Wildermann's Resultate dieselbe Eigenthümlichkeit aufweisen, darf man nicht als eine Bestätigung meiner Resultate ansehen.

5. Es bleibt noch eine sehr wichtige Frage.

Welches sind die bez. Vortheile, die man bei Gebrauch eines Thermometers hat, das in $^1/_{1000}$ Grad getheilt ist, und eines anderen, das in $^1/_{100}$ Grad getheilt ist?

Diese Frage kann ich nur auf der Grundlage discutiren, die mir meine eigene Arbeit mit einem $^1/_{100}$ Grad Thermometer lieferte, und die mir die publicirten Resultate anderer Autoren geben, welche mit $^1/_{1000}$ Grad Thermometern arbeiteten.

Zunächst muss ich ganz entschieden betonen, dass das $^1/_{100}$ Grad Thermometer leicht bis zu den Zehntausendtheilen eines Grades *abgelesen* werden kann, mit einem möglichen Fehler, der die Hälfte dieser Zahl beträgt. Genügender Beweis hierfür ist die Thatsache, dass ich oftmals eine Beobachtungsreihe unterbrach, um einen zufällig anwesenden Studenten für mich die Ablesung machen zu lassen. In *keinem Falle* unterschieden sich solche Ablesungen von den meinigen um mehr als $^1/_{10000}$ Grad. Das ist aber auch durchaus nicht auffallend, wenn man sich vergegenwärtigt, dass die Micrometerscala des Mikroskops den Beobachter in Stand setzt, die Tausendtheile direct abzulesen, und die *Zehntausendtheile* so genau abzuschätzen, wie die Zehntel eines Millimeters an einer gewöhnlichen Millimeterscala.

Wie lässt sich alsdann die Thatsache erklären, dass eine Reihe von fünf unabhängigen Bestimmungen eines gegebenen Gefrierpunktes im Durchschnitt etwa um 0,001° variiren? Es ist das erstens entweder auf eine *Inconstanz* des Thermometers selbst zurückzuführen, oder zweitens auf eine Mangelhaftigkeit in der Methode, die es nicht vermag, die Lösung innerhalb dieser Genauigkeitsgrenzen auf den wirklichen Gefrierpunkt zu bringen. Während es im Princip nicht unmöglich erscheint, dass die erstgenannte Ursache bisweilen mitspielt, so deutet doch eine

e Untersuchung dieses Punktes[1]) auf das Gegentheil denke, es wird sich leicht nachweisen lassen, dass e Ursache ganz besonders zu beachten ist, und dass *auptsächlichste Schwierigkeit* bei allen Gefrierpunkts- ngen bildet.

z. B. die von Hrn. Jones[2]) erhaltenen Resultate an- so scheint die grosse Genauigkeit, mit der er sein d Thermometer *ablesen* konnte, zusammen mit einigen vorläufigen Beobachtungen, ihn dazu veranlasst zu einen *experimentellen* Fehler auf 0,0001—2° festzu- Sicherlich ist der *Ablesungs*fehler sogar noch kleiner. e ganzen *Resultate* von Hrn. Jones hindurch wird es ar, dass seine *Methode* nicht im Stande war, die innerhalb dieser geschätzten Genauigkeit auf ihre nkte zu bringen, da in *jedem* Fall, wo uns Hr. Jones achtungsreihen mittheilt, die correspondirenden Be- en einer und derselben Lösung oft um $^1/_{1000}$ Grad selten um das doppelte und dreifache dieses Betrages Diese auffallenden Abweichungen treten ganz all- seinen beiden Reihen von K_2SO_4 und der von $BaCl_2$

Methode leicht experimentelle Fehler bis zu meherern Tausendtheilen eines Grades zulässt. Auf Hrn. Jones' Bekanntschaft mit dieser Thatsache brauchen wir jedoch nicht nur zu *schliessen*, sondern er bestätigt dieselbe selbst dadurch, dass er von seinen Resultaten für Na_2CO_3 sagt[1]): „Die scheinbare Unregelmässigkeit rührt ohne Zweifel von einem geringen Versuchsfehler her." Man vergleiche die graphische Darstellung seiner Resultate für Na_2CO_3 in Fig. 3. Hier tritt hervor, dass der geringe Versuchsfehler fast bis zu einem Hundertstel eines Grades ansteigt. Der Umstand, dass Hr. Jones hierauf als auf einen geringen Fehler Bezug nimmt, zeigt, wie vollständig er sich der gänzlichen Unzuverlässigkeit seiner Methode in dem hier besprochenen Resultate bewusst war.

Was für seine Na_2CO_3-Reihe gilt, erscheint auch bei seinen späteren Resultaten, besonders bei H_2SO_4, Zucker, $BaCl_2$, K_2CO_3 etc. Die Curven für die beiden letzteren sind in Fig. 3 und 4 gegeben.

Unter diesen Umständen kann man kaum einsehen, was für ein besonderer Vortheil aus der Anwendung eines $^1/_{1000}$ Grad Thermometer entsprang, oder mit welchen Gründen Hr. Jones die Versuche rechtfertigen will, die Molecularerniedrigungen von Lösungen in den extremen Verdünnungen $^1/_{100}$ bis $^1/_{1000}$ normal zu messen, wo ein experimenteller Fehler von 0,0001—2° absolut *fatal* ist.

Der einzige sonstige Beobachter, der, soweit mir bekannt, ein $^1/_{1000}$ Grad Thermometer benutzte, ist Hr. Wildermann in seiner von Hrn. Lewis entnommenen Methode. Dass diese Methode in derselben fundamentalen Anforderung mangelhaft ist, die Lösung auf ihren wirklichen Gefrierpunkt zu bringen, geht aus einer ähnlichen Prüfung der beiden Reihen von Resultaten hervor, die er für Zucker und Alkohol gegeben hat. In jedem dieser Fälle ist nach Hrn. Wildermann Reihe II mit einem möglichen Fehler von 1—3 Zehntausendtheilen eines Grades behaftet, und er betrachtet die Reihe III als erhalten unter „noch günstigeren Umständen."

1) Jones, l. c. p. 638.

len Differenzen, die diese zwei Reihen für Zucker mögen folgende hervorgehoben werden:

Bei $m = 0{,}01$, $0{,}0008°$
$m = 0{,}02$, $0{,}0004$
$m = 0{,}03$, $0{,}0006$

eihen für Alkohol finden wir folgende:

Bei $m = 0{,}01$, $0{,}0004°$
$m = 0{,}02$, $0{,}0008$
$m = 0{,}05$, $0{,}0010$
$m = 0{,}09$, $0{,}0027$ [1])

r veröffentlicht er keine „wiederholte" Reihe für
)
ind indessen schon durch die vorliegenden Angaben gesetzt, zu schliessen, dass sein auf 0,0001—2° ge- experimenteller Fehler thatsächlich etwa zehnfach t, um seine Resultate zu erklären.

ermag diese grossen Differenzen nur in der Weise n, dass ich annehme, dass die Methode nicht im

Ablesung gebracht hat, auch seine Lösung zu einer constanten *Temperatur* gebracht habe.

Wie erklärt nun Hr. Wildermann die Thatsache, dass sein $^1/_{100}$ Grad Thermometer, das neben sein $^1/_{1000}$ Grad Instrument gestellt wurde, Variationen von einigen (1—3) Tausendtheilen zeigte? Er sagt uns, das seien Ablesungsfehler. Ist es vielleicht nicht möglich, dass die Variationen nicht ausschliesslich auf Ablesungsfehler zurückzuführen sind, sondern dass sie von thatsächlichen Aenderungen des Quecksilbers herrühren können? Gerade das $^1/_{100}$ Grad Thermometer mit seiner kleinen Kugel ist vielleicht im Stande, solche Temperaturveränderungen in den Lösungen anzuzeigen, die bei Gebrauch des $^1/_{1000}$ Grad Thermometers, mit einigen *300 g* Quecksilber in der Kugel, ganz verloren gehen können.

Ich glaube somit, dass eine sorgfältige Prüfung der mit einem $^1/_{1000}$ Grad Thermometer erhaltenen Resultate uns zu dem Schlusse zwingt, dass die Anwendung eines solchen bislang nichts zur Erhöhung der Genauigkeit der bisher angewandten Methoden beigetragen hat und dass sie ferner darauf hinweist, grössere Genauigkeit in *der* Richtung anzustreben, eine genauere Controlle über die Temperatur der Lösungen selbst zu erhalten.

Zum Schluss mögen noch einige Punkte hervorgehoben werden, die sich mir durch lange Praxis als beachtenswerth ergeben haben.

1. Es kann nicht stark genug betont werden, dass die Ablesung des Thermometers, welches auch immer die Methode ist, *niemals* gemacht werden soll, bevor nicht alle Manipulationen mit der Lösung beendet sind.

2. Der experimentelle Fehler einer Methode kann ziemlich sicher geschätzt werden, indem man eine Reihe von gänzlich unabhängigen Bestimmungen des Gefrierpunktes von *Wasser* macht. Diese sollen an einem Tage, wo das Barometer möglichst constant ist, gemacht werden, und besondere Aufmerksamkeit sollte auf die unter 1. genannte Vorsicht verwendet werden.

3. Wichtig erscheint es, alle diese beobachteten Nullpunkte des Thermometers sorgfältig nebst den Tagen der Beobachtung

nen. Die sehr grosse Variation, 0,008[1]), des schein-
punktes von Wildermann's $^1/_{1000}$ Grad Thermo-
sich in seiner kurzen Beobachtungsperiode ergab,
diese Weise, wenn sie systematisch studirt wird,
u einigen werthvollen Schlüssen führen.

---

rn. Wildermann's Kritik meiner Arbeit haupt-
uf unrichtiger Wiedergabe der Thatsachen beruht,
t es mir überflüssig, näher auf dieselbe einzugehen.

Maximum findet man auf p. 339, Zeitschr. f. phys. Chem. **3.**
r dritte beobachtete Nullpunkt 0,4873 ist, was, auf 760 mm
884 wird. Das Minimum findet man auf p. 362, wo der
4781, oder, auf 760 mm reducirt. **0,4804** ist.

16. *Innerer Bau und optisches Verhalten der Lippmann'schen Photographien in natürlichen Farben;* *von F. Schütt.*

Als Lippmann vor einem halben Jahrzehnt zum ersten Mal fixirbare Photographien in natürlichen Farben auf Gelatineplatten herstellte, zögerte er nicht, die Farben derselben als Interferenzfarben anzusprechen, welche ihren Ursprung der lamellaren Structur der Schicht verdankten. Später[1]) gab er in mathematischer Form die Begründung, weshalb das von einer so beschaffenen Schicht reflectirte Licht nur Strahlen von derselben (oder nahe derselben) Wellenlänge enthalten könne, wie das, mit welchem die Schicht belichtet wurde. Diese Theorie, welche in ihren Grundzügen bereits von Zenker in seinem Lehrbuche der Photochromie entwickelt worden war, ist nebst der ebengenannten Schlussfolgerung bisher von allen Nachfolgern Lippmann's auf dem Gebiete der Photochromie, wie Gebr. Lumière, Krone, Valenta u. A. anerkannt worden. Erst Neuhauss[2]), welcher in den nach Lippmann'schem Verfahren hergestellten Photochromien das Vorhandensein einer deutlichen Körnung erkannte, gelangte durch Messung der Grösse der einzelnen Körner zu dem Schlusse, dass neben den letzteren eine noch viel feinere und dennoch regelmässige Schichtung nicht wohl denkbar sei. Obgleich dieser Einwand gegen die Grundlage der Zenker-Lippmann'schen Theorie in einer neuerdings erschienenen Abhandlung von O. Wiener[3]) für nicht stichhaltig erklärt wurde, scheinen die erhobenen Zweifel doch einer weiteren

1) Lippmann, Journ. de phys. (3) 3. p. 97. 1894; Niewenglowsky, Jahrb. f. Photogr. 8. p. 73, 1894.

2) Neuhauss, Photogr. Rundschau 8. p. 295. 1894.

3) O. Wiener, Wied. Ann. 55. p. 225. 1895.

dürftig zu sein, da schon Meslin[1]) darauf hinwies, len Photographien des Spectrums keineswegs nur arben reflectirt werden und auch Lippmann von keit seiner Schlussfolgerung bisher den experimen- eis nicht erbracht hat.

rund der älteren und einiger neuer Beobachtungen romien soll im Folgenden eine Klarstellung dieser benphotographie wichtigen Punkte versucht werden. robeobjecte dienten Photochromien des Sonnen- welche nach den Vorschriften von Lippmann und hergestellt worden waren und von denen namentlich erf. von Hrn. Neuhauss gütigst überlassene Platte lfarben mit ausserordentlicher Kraft wiedergab.

nalten der Photochromien im auffallenden Licht.

rscheinungen, welche bei der Reflexion des weissen bachtet werden können, sind folgende:

e einzelne Farbe des Spectrums ist nur dann wahr- wenn die Oberfläche der Gelatineschicht das Bild

2. Verhalten der Photochromien im durchgehenden Licht.

a) Die im reflectirten Lichte sichtbaren Farben sind im durchfallenden Lichte verschwunden oder äusserst schwach durch die zu ihnen complementären Farben ersetzt.

b) Das Spectroskop zeigt, dass die Strahlen kürzerer Wellenlänge bis zu etwa 500 $\mu\mu$ hinauf beim Durchgang durch die Schicht eine Absorption erleiden, infolge deren das ganze Spectrum einen röthlichen Ton annimmt.

3. Folgerungen.

Aus diesem Verhalten der Photochromien können bereits folgende Schlüsse auf die Natur und Entstehung ihrer Farben gezogen werden:

a) Die im weissen Lichte auftretenden Farben sind zweifellos Interferenzfarben. Denn wären sie Absorptionsfarben (etwa durch gefärbte Silberverbindungen hervorgebracht), so würden α) die Farben nicht nur bei einer ganz bestimmten Stellung der Gelatineoberfläche gegen die Lichtquelle sichtbar sein, sondern es müsste auch diffuse Zerstreuung derselben eintreten. β) Die Farben würden im durchgehenden Lichte erhalten bleiben, keinesfalls aber durch die zu ihnen complementären ersetzt sein, man müsste denn fluorescirende Farbstoffe annehmen wollen. γ) Im schräg auffallenden und reflectirten Lichte könnte keine Veränderung der Farben eintreten.

b) Die Interferenzfarben kommen nicht durch eine feine Zertheilung (Strichelung, Punktirung etc.) der Gelatineoberfläche zu Stande, denn in diesem Falle könnte α) der farbige Widerschein nicht streng dem Reflexionsgesetz unterworfen sein derart, dass er stets mit dem Spiegelbilde der Lichtquelle zugleich sichtbar wäre. β) Würden nicht alle Richtungen der Oberfläche vollkommen gleichwerthig sein. γ) Würden die Farben gegen eine Aenderung des Einfallswinkels des Lichtes viel empfindlicher sein und periodisch ihre Helligkeit wechseln.

c) Sämmtliche beobachteten Eigenschaften sprechen dafür, dass die Interferenzfarben diejenigen dünner, übereinandergelegter Blättchen sind. Im besonderen wird dies erwiesen:

α) Durch den Uebergang sämmtlicher Farben in die nächstfolgenden mit kürzerer Wellenlänge bei schräger Reflexion

es. Gerade dieses Verhalten kommt den Farben
ttchen zu, worauf ausser Lippmann auch Zenker[1])
n[2]) aufmerksam gemacht haben.
urch den Uebergang sämmtlicher Farben in die
nden mit grösserer Wellenlänge, wenn die Dicke
neschicht vergrössert wird. — Dies lässt sich am
urch bewirken, dass man die Photochromie in ein
bares Glasgefäss hineinbringt, in welchem die Luft
mit Feuchtigkeit gesättigt wird. Da die Gelatine
ein in ihrer Dicke eine Zunahme erfährt, beweist
lerung der Farben in der genannten Weise, dass
thatsächlich von dem verticalen Abstand der ver-
übereinanderliegenden Ebenen in der Gelatine-
hängig sind, dass diesen verschiedenen Ebenen
auch eine optisch verschiedene Beschaffenheit zu-

4. Der innere Bau der Photochromien.

das optische Verhalten der Photographien in natür-
ben ist also die Anwesenheit dünner Lamellen, wie

Ein Zweifel daran, dass es sich wirklich um ein Silberkorn im Innern der Schicht und nicht um eine Körnung der Gelatineoberfläche handelte, konnte nicht bestehen, indem das Korn stets da am dichtesten erschien, wo die Platte am meisten der Lichtwirkung ausgesetzt war, während ausserhalb des Spectrums und an den Stellen, wo ein Staubfädchen die Gelatine vor der Einwirkung des Lichtes geschützt hatte, die Zahl der Körnchen sofort auf ein Minimum herabsank.[1]) Um nun festzustellen, wieviel Kornschichten wohl in der Gelatine übereinanderliegen mochten, maass ich vermittelst eines Ocular- und Objectivmikrometers die Grösse einzelner Körner bei 320- bis 720facher Vergrösserung und fand dieselbe in naher Uebereinstimmung mit Neuhauss zu 0,0006—0,0013 mm; die bei weitem grösste Menge der Körner schien zwischen 0,0007 und 0,0009 mm Durchmesser zu haben.

Hierauf suchte ich die Dicke der Gelatineschicht einiger Photochromien zu bestimmen, über welche bisher merkwürdigerweise keine genaueren Angaben gemacht worden sind. Die Messung dieser Grösse bot insofern Schwierigkeiten, als die kleinste, an der Mikrometerschraube noch mit Sicherheit ablesbare senkrechte Verschiebung des Mikroskops von 0,0025 mm die Dicke der Gelatineschicht augenscheinlich um ein Beträchtliches übertraf. Nach einigen vergeblichen Versuchen gelang es indessen, ganz feine Streifen von der Gelatine abzulösen, welche sich sofort zusammenrollten und aufrecht stehend unter Anwendung blauen Lichtes eine annähernde Messung ihrer Dicke zuliessen. Dieselbe betrug nicht mehr, aber auch wahrscheinlich nicht viel weniger als 0,0012 mm. Wir haben somit das überraschende Resultat zu verzeichnen, dass die Dicke der Gelatineschicht nicht grösser war, als der Durchmesser der in ihr vertheilten Silberkörnchen!

Von einer Lamellenbildung durch diesen Silberniederschlag kann demnach überhaupt nicht die Rede sein, wohl aber von einer Lamellenbildung in demselben.

Bekanntlich gelingt es nicht nur auf Bromsilbergelatineplatten, Farben zu reproduciren, sondern auch festes Jod-, Brom-

1) Neuhauss hat l. c. diesen Einwand noch auf andere Weise widerlegt.

rallen., ferner Bichromatgelatine., ja selbst ganz ge- Gelatine zeigen, in entsprechender Weise belichtet, r minder kräftig die vorhanm gewesenen Farben. r Bromsilberemulsion nichts weiter verstellt., als ein solcher lichtempfindlichen Substanzen, ist es leicht ch., dass durch die Wirkung der stehenden Licht- it ebensowohl in der Gelatine, als in den darin ent- Bromsilberkörnern Lamellen bilden müssen. Man n vergessen, dass die Körner Molecülaggregate vor- henen trotz ihrer Kleinheit immer noch etwa ein 100,000 mal grösserer Durchmesser zukommt, als nehen Molecül. Da diese Aggregate sich erst in der bildeten, kann man erfahrungsgemäss annehmen, dass entgenden Mengen Gelatine durchsetzt sind, um nach iren der nicht vom Lichte veränderten Bromsilber- ihre ursprüngliche Form zu bewahren. Die Gelatine ssermassen als lichtdurchlässiges Bindemittel, und r Anwesenheit wird es Farben der natürlichen

[illegible]

[illegible] zwischen

nicht überall gleiche Beschaffenheit und genau gleiche Abstände besitzen, mithin auch nicht die gleichen Farben reflectiren. Namentlich im Blau und Violett des Spectrums trat deutlich ein in die Grundfarbe eingestreutes Roth auf. Leider liess sich ein directer Zusammenhang zwischen diesem Roth und dem Korne der Platte nicht feststellen, da das eine nur im reflectirten, das andere nur im durchgelassenen Lichte sichtbar war.

Wir begnügen uns deshalb, festgestellt zu haben, dass farbige Reflexion im weissen Lichte auch an denjenigen Stellen der Schicht stattfindet, welche vom Silberkorn eingenommen sind, und sehen darin eine Bestätigung der Ansicht, dass auch innerhalb des Kornes Lamellenbildung eintreten kann.

Aber auch über den Bau der Lamellen lassen sich Aufschlüsse erlangen.

Vielfach wird noch an der, zuerst von Zenker für Schichten anderer Art aufgestellten Hypothese festgehalten, dass die Gelatineschicht von parallelen, spiegelnden Silberlamellen im Abstande von einer halben Wellenlänge des wirksam gewesenen Lichtes durchzogen ist, deren Dicke gegenüber der Wellenlänge des Lichtes als sehr klein angesehen werden kann. Auch G. Meslin[1]) spricht sich p. 373 in ähnlicher Weise aus: „. . . nous pouvons conclure . . . que la décomposition chimique, qui s'est produite au voisinage des plans ventraux, a déposé aux environs de ces plans des granules d'argent, sur lesquels la réflexion de la lumière se produira." — Wenn hier die Dicke der Silberlamellen auch nicht gleich Null gesetzt wird, so geht doch aus den weiteren Ausführungen hervor, dass eine reflectirende Wirkung nur ihrer Oberfläche zugeschrieben wird.

Diese Auffassung wird durch folgende Thatsachen widerlegt:

1. Jede einzelne Lamelle ist als hochgradig durchsichtig zu betrachten, da selbst ihre Gesammtheit das durchgehende Licht nur wenig abschwächt. Eine durchsichtige Lamelle zwischen zwei gleichartigen Medien reflectirt aber nahezu gleich viel Licht an ihrer Ober- wie Unterfläche, nur in beiden Fällen

1) G. Meslin, Ann. chim. phys. (6) 27. p. 369. 1892.

gengesetzter Schwingungsrichtung, sodass, wenn ihre rschwindend klein ist, alles reflectirte Licht durch z vernichtet wird. Solche Lamellen können also kein Licht zurückwerfen, es sei denn, dass schon dläche den grössten Theil des auffallenden Lichtes dann haben wir es aber nicht mit hochgradig durch- Lamellen zu thun. Aus demselben Grunde ist auch ere Theil der von den Newton'schen Farbenringen menen Kreisfläche dunkel, sobald die Dicke der zwi- den durchsichtigen Medien eingeschlossenen anders- chicht kleiner wird, als etwa der achte Theil der ge des auffallenden Lichtes.

ie Lichtwirkung, der die Lamellen ihre Entstehung , ist streng genommen nur in denjenigen Ebenen, die Schwingungsknoten der stehenden Lichtwellen eich Null. Es ist daher nicht denkbar, dass nur ge- en Maximis der Lichtwirkung eine Reduction des es stattfinden soll und unmittelbar daneben nicht ieb'n doch schon bei beträchtlicher Unterexposition tion in den Maximis beginnt. Eher wäre es denk-

Dann aber beginnt der metallische Glanz, welcher die Farben der Photochromien auszeichnet, zu verblassen und schliesslich ist der Lichtreflex von dem einer gewöhnlichen, durchsichtigen Gelatineschicht nicht mehr zu unterscheiden. Da eine wirkliche Silberlamelle durch Feuchtigkeit nicht verändert wird, können auch die übereinander liegenden Lamellen in der Photochromie durch blosses Dickerwerden der dazwischen gelagerten Gelatineschichten ihr Reflexionsvermögen nicht einbüssen.

Auch Lippmann hat die oben wiedergegebene Ansicht im gleichen Sinne modificirt. In einer neueren Arbeit[1]), in welcher das Zustandekommen der Farben bei der Reflexion einer mathematischen Behandlung unterworfen wird, geht er von der Hypothese aus, dass in einer homogenen, optisch unveränderten Gelatineschicht lichtreflectirende Molecüle nach einem bestimmten Gesetze periodisch vertheilt sind. Aber auch in dieser Form ist die Hypothese anfechtbar, indem einerseits die Homogenität der Gelatine nach der Einwirkung der stehenden Lichtwellen schwer aufrecht zu erhalten ist, andererseits der Versuch, die spiegelnden Silberlamellen durch spiegelnde Silbermolecüle zu ersetzen, deshalb als unzulässig bezeichnet werden muss, weil einzelne Molecüle ebensowenig im Stande sind, eine Lichtwelle zu reflectiren, als etwa die in der Luft suspendirten Staubtheilchen eine Schallwelle zurückzuwerfen vermögen. Endlich können reflectirende Silbermolecüle durch Feuchtigkeit ebensowenig ihr Reflexionsvermögen verlieren, als eine spiegelnde Silberlamelle.

Es bleibt als einziger Ausweg die Annahme, dass das in den silberhaltigen Gelatinelamellen vertheilte Silber lediglich zur Erhöhung des Lichtbrechungsvermögens und damit auch des Lichtreflexionsvermögens derselben beiträgt.

Auch diese Hypothese hat Lippmann zur Erklärung der Reflexfarben herangezogen, aber nur für die Farbenphotographie auf Bichromatgelatineplatten. Eine Ablagerung irgend einer Substanz innerhalb der Schicht findet hier nicht statt, nur das Aufsaugevermögen der Gelatine für Wasser wird in den Ebenen der Schwingungsmaxima durch die Wirkung des

1) Lippmann, Journ. de phys. (3) **3**. p. 97. 1894.

erabgesetzt. Deshalb ist auch im trockenen Zustande Platten nichts von farbiger Reflexion zu bemerken, r die Schicht feucht wird, findet nach Lippmann[1]) Vorgang statt: „Mais dès que l'eau intervient, les e la couche non impressionnées s'imbibent; l'indice tion varie dès lors périodiquement dans l'épaisseur che de même que le pouvoir réflecteur et l'image evient visible.“ Hier ist also deutlich ausgesprochen, Lippmann's Ansicht der periodische Wechsel des hungsvermögens allein die Ursache der Reflexion !

lin, der wie wir sahen, an dem Vorhandensein spie- ilberlamellen festhält, erklärt es für unwahrscheinlich, n der Schicht vertheilten Silbermolecüle das Brechungs- der Gelatine beeinflussen können, indem er ausführt[2]): nant compte de l'argent, qu'elle contient, et du faible e réfraction d. Verf.) qu'on attribue à ce métal, il contraire de là, que la présence des granules d'argent. dans la pellicule n'y modifie que peu ou point la la propagation de la lumière.“ Meslin begründet

sein, in jedem Falle ist er von dem der Gelatine, welcher 1,4 bis 1,5 beträgt, verschieden, und die Hypothese von dem periodischen Wechsel des Lichtbrechungsvermögens von einem Minimum zu einem folgenden Maximum behält durchaus ihre Berechtigung.

Auch die Anzahl dieser Minima und Maxima lässt sich nach den ausgeführten Messungen mit hinreichender Sicherheit feststellen. Rechnet man als Dicke der Gelatineschicht rund ein Tausendstel Millimeter, so können in derselben im Roth (halbe Wellenlänge = 0,00036 mm) nicht mehr als drei, im äussersten Violett (halbe Wellenlänge = 0,00020 mm) nicht mehr als fünf Maxima und Minima Platz finden.[1]) Dass die Zahl der Lamellen nicht willkürlich abgeändert werden darf, geht daraus hervor, dass die gemessene Dicke der Gelatineschicht diejenige darstellt, welche für eine möglichst gute Wiedergabe der Farben als die geeignetste befunden wurde und dass auch bei den nach Becquerel's Verfahren hergestellten Farbenphotogrammen die Dicke der Halogensilberschicht am besten etwa 0,0016 mm beträgt.[2])

Eine nothwendige Folge dieses inneren Baues der Photochromien ist, dass nicht die silberhaltigen Lamellen allein die Lichtreflexion hervorbringen und die Gelatinelamellen nur als durchsichtige Trennungsschichten dienen, sondern dass sich beide Lamellengattungen an der Reflexion in ganz gleicher Weise betheiligen, ähnlich so, als ob Lamellen von zweierlei Lichtbrechungsvermögen von je einer viertel Wellenlänge Dicke abwechselnd übereinander gelegt wären. Gleich wie diese Lamellen alle die nämliche Dicke haben müssten, um eine bestimmte Farbe reflectiren zu können, so haben wir uns auch in den Photochromien die Ebenen mittleren Lichtbrechungsvermögens in je einer viertel Wellenlänge Abstand zu denken.

Eine gute Bestätigung für diese Gleichwerthigkeit der Lamellen bildet ein von Neuhauss[3]) angestellter Versuch. Reibt man mechanisch von der obersten am stärksten an der Lichtreflexion betheiligten Schicht etwas ab, so wird sie dünner

1) Die Wellenlänge des Lichtes in Gelatine gleich der in Luft angenommen.

2) O. Wiener, Wied. Ann. **55.** p. 225. 1895.

3) R. Neuhauss, Photogr. Rundschau 8. p. 301. 1894.

sprünglich sichtbare Farbe macht der nächstfolgenden
er Wellenlänge Platz, später nach völliger Entfernung
t erscheint die erste Farbe wieder. Diesen Wechsel
e Neuhauss bei allen Farben, beim Blau sogar
die Umwandlung in Violett, dann in Gelbgrün und
Blau. Weder durch die Annahme dünner, ein-
gelnder Silberlamellen, noch periodisch angehäufter,
r Silberelemente lässt sich dieses Verhalten erklären,
eiden Fällen hängen die Farben nur von dem gegen-
bstande der reflectirenden Theilchen ab und dieser
ch allmähliches Abtragen der Schicht sicher nicht
verändert werden.

5. Die Farbe des reflectirten Lichtes.

mann hat, wie schon erwähnt, das Problem der
dergabe durch Photochromien einer mathematischen
g unterzogen und ist zu dem Resultat gelangt, dass
stehende Lichtwellen gebildeten Lamellen nur die-
htart zu reflectiren vermögen, durch welche sie er-
den. Indessen hat Lippmann auch auf die Un-

wies sich die folgende Anordnung: Die Photochromie wird durch Ueberdecken mit zwei Streifen mattschwarzen Papieres so weit abgeblendet, dass nur noch ein 1 bis 2 mm breites Farbenband übrig bleibt und vor einem möglichst dunklen Hintergrunde, am besten schwarzem Sammet, so aufgestellt, dass sie kräftiges Himmelslicht annähernd senkrecht reflectirt. Wird diese leuchtende Linie jetzt aus $1^1/_2$ bis 2 m Entfernung durch ein Handspectroskop ohne Spalt und Sammellinse, oder auch nur durch ein passend aufgestelltes Prisma betrachtet, so erblickt man ein von tiefschwarzen Absorptions- (oder richtiger Interferenz-) Streifen durchzogenes Spectrum, dessen Aussehen die umstehende Figur wiedergibt.

Der Streifen RV stellt die untersuchte Photochromie des Spectrums dar. Man findet darauf die Farben verzeichnet, welche das unbewaffnete Auge an den betreffenden Stellen wahrnimmt. Das darunter befindliche secundäre Spectrum zeigt die spectrale Zusammensetzung dieser Farben.

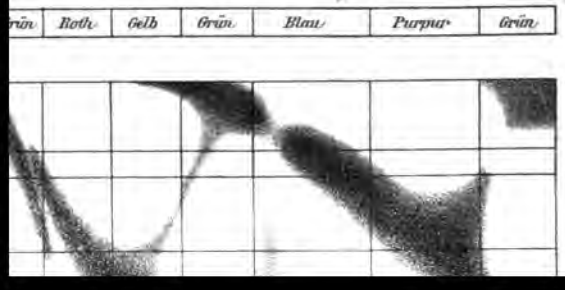
Wir erkennen sogleich, dass die Photochromie keine einfachen Farben reflectirt, denn in diesem Falle dürfte nur ein heller diagonaler Streifen im secundären Spectrum vorhanden sein. Aber auch keine einfachen Farben, welche durch beigemischtes weisses Licht abgeblasst erscheinen, denn auch dann dürfte neben diesem Streifen nur ein überall gleichmässiges, schwaches continuirliches Spectrum sichtbar sein. Statt dessen zeigen sich drei breite, wenig divergirende Lichtstreifen, welche durch völlig schwarze Interferenzstreifen voneinander getrennt sind.

Die spectroskopische Analyse beweist also im Gegensatze zur Theorie, *dass sämmtliche von Lippmann'schen Photochromien wiedergegebenen Spectralfarben Mischfarben sind, dass in jeder derselben zwar eine beschränkte Anzahl der Farben des Spectrums fehlen, dagegen andere von sehr verschiedener Wellenlänge sehr vollkommen reflectirt werden!*

Namentlich sei auf die starke Vermischung des Roth mit blauem und auf die des Blau und Violett mit gelbem und rothem Lichte hingewiesen. Im Violett macht sich diese Vermischung sogar dem blossen Auge durch einen Stich dieser Spectralfarbe ins Purpurroth bemerkbar. Die reinsten Farben sind ihrem Spectrum zufolge das Gelb und Grün. — Die leichten Schatten,

ch im secundären Spectrum der zu Grunde gelegten
mie zwischen den starken Interferenzbanden hinziehen,
ihre Entstehung augenscheinlich geringen Unregel-
ten in der Schicht, wie auch der Verlauf der Bande II
t durch ähnliche Ursachen kleine Störungen erlitten
scheint.

Meslin hat das von einer solchen Photochromie
Licht spectroskopisch untersucht, erhielt indessen
ndeutliches Spectrum, weil er einen mit Spalt ver-
Spectralapparat benutzte, vielleicht auch, weil ihm
iger brillante Photochromie zur Verfügung stand.



gemacht habe, und bestätigt, dass die Farben auf Photochromien verschiedenen Ursprunges einerseits qualitativ gleich, andererseits im Widerspruch mit den Folgerungen der Lippmann'schen Theorie stets zusammengesetzte sind.

6. Die Entstehung der reflectirten Farben.

Es wäre nun eine dankenswerthe Aufgabe, in gleicher Weise wie es Lippmann ausgeführt hat, auf Grund der entwickelten Annahmen über den inneren Bau der Gelatineschicht rechnungsmässig den Nachweis zu führen, dass ein Widerspruch zwischen Theorie und Beobachtung nicht mehr vorhanden ist. Indessen wird an diese Behandlung des Problems nicht eher gedacht werden können, als bis wenigstens der Brechungsexponent der silberhaltigen Lamellen mit einiger Sicherheit bekannt ist. Auch dürften die Gesetze der Reflexion des Lichtes an so eigenartig gebauten Lamellen, namentlich aber der Phasenwechsel bei der Reflexion sich kaum mit hinreichender Sicherheit feststellen lassen. Aber in Ermangelung eines directen Beweises bietet es doch einiges Interesse, einen Fall der Lichtreflexion zu betrachten, für den die Verhältnisse ähnlich, nur weit einfacher liegen, als bei den Lamellen der Photochromien. Denken wir uns nämlich eine Anzahl dünner, durchsichtiger Lamellen von abwechselnd niederem und hohem Brechungsvermögen aufeinander gelegt, deren Dicke an der einen Seite $^1/_4$ Wellenlänge des rothen, an der anderen Seite $^1/_4$ Wellenlänge des violetten Lichtes (allgemein also $\lambda/4$) beträgt, und durch einen Schnitt parallel mit der obersten Lamelle eine Schicht von ein Tausendstel Millimeter Dicke abgehoben, so werden an der einen Seite derselben 5, an der anderen 10 Lamellen übereinander liegen und eine Schicht von ganz ähnlichen optischen Eigenschaften entstehen, wie sie die Gelatineschicht der Photochromien besitzt. Der Einwand, dass noch eine Verschmelzung der Lamellen stattzufinden habe, um ähnliche Bedingungen wie bei natürlichen Photochromien zu schaffen, kann deshalb nicht als schwerwiegend angesehen werden, weil wir einerseits über die Art des Ueberganges der Schichten mit hohem Brechungsvermögen in solche mit niederem Brechungsvermögen bei den Photochromien gar nichts

vissen und es wohl möglich ist, dass dieser Ueber-
unvermittelt erfolgt, andererseits eine solche Ver-
g voraussichtlich eine qualitative Aenderung der re-
Farben nicht zur Folge haben würde. Endlich kommt
chte Annahme dem vermutheten inneren Bau der
mmer noch bedeutend näher, als die Annahme ein-
gelnder Silberlamellen oder Silbermolecüle. — Die
telle einer solchen Schicht am kräftigsten reflectirten
ssen sich folgendermaassen berechnen:
len die Oberfläche einer Lamelle treffenden Licht-
rgend einer Wellenlänge λ' wird ein Theil hier re-
n anderer an der darauffolgenden Trennungsfläche,
den übrigen noch vorhandenen Trennungsflächen,
tliche zurückgeworfenen Lichtwellen könen mit allen
her reflectirten zur Interferenz gelangen. Die Wege-
eträgt für je eine hin- und zurückdurchlaufene La-
enkrechter Incidenz $\lambda/2$, d. h. ihre doppelte Dicke,
hlaufene Lamellen $n(\lambda/2)$. Erfolgte die Reflexion
terferenz gelangenden Lichtwellen an der Oberfläche
er Lamellen, so ist entweder kein oder in beiden

Die Wellenlängen der an unseren Lamellen am kräftigsten reflectirten Lichtarten sind demnach gegeben durch die Gleichungen:

$$\lambda' = \frac{n\lambda}{2m}, \qquad \lambda'' = \frac{n\lambda}{2m-1}.$$

Dabei ist es wohl möglich, dass für λ' und λ'' identische Werthe resultiren. Ob und welche Lichtarten sich ganz oder theilweise auslöschen, soll nicht näher untersucht werden, da für uns die Frage, ob an einer Stelle für mehrere Lichtarten zugleich günstige Reflexionsbedingungen vorhanden sein können, die interessantere ist.

Tabelle 2.

n	m	Roth			Gelb	Grün		Blau			Violett		Ultraviolett		
		780	700	640	590	550	520	490	460	440	420	400	380	360	340
1	1		700	640	590	550	520	490	460	440	420	400			
2	1		700	640	590	550	520	490	460	440	420	400			
3	2		700	640	590	550	520	490	460	440	420				
	3	468	420												
4	2		700	640	590	550	520	490	460	440	420				
	3	520	467	427											
5	2									733	700	667	633	600	567
	3		700	640	590	550	520	490	460	440					
	4	557	500	457											
6	2							735	690	660	630	600	570	540	510
	3			640	590	550	520	490	460	440					
	4			480											
7	3						728	686	643	616	588	560	532	503	476
	4					550	520	490	460						
8	3							653	613	587	560	533	507	480	
	4							490	460						
9	3											720	683	648	612
	4									566	540	514	488		
10	3											667	634	600	567
	4											500			
11	4												597	566	534

Die Ueberschriften über den Spalten der vorstehenden Tabelle geben die Spectralfarben und ihre Wellenlängen λ, denen die Lamellendicke $\lambda/4$ entspricht. Darunter sind die Wellenlängen λ' und λ'' zusammengestellt, welche durch Einsetzen der

enden Werthe für n und m in obige Gleichungen er-
rden. Auf der Seite des äussersten Roth sind für n
1—5, auf der des Violett 1—10 einzusetzen. (Ist
länge des Lichtes innerhalb der Lamellen kleiner als
ie bei den Photochromien, so würden auf eine Schicht
mm Dicke allerdings einige Lamellen mehr kom-
n würde dadurch das Resultat nicht wesentlich ge-
rden, auch bliebe noch festzustellen, ob die vortheil-
Dicke der Photochromien nicht möglicherweise noch
er ein Tausendstel Millimeter liegt). Für m kann
e Zahl eingesetzt werden, welche zu Werthen von
zwischen 750 und 400 $\mu\mu$ führt (sichtbare Farben).
etzt wurde auch, dass wie bei den Photochromien
lle zu Lamelle eine geringe Absorption der violetten
n Lichtstrahlen stattfindet, derart, dass die letzte La-
von Strahlen mit mehr als 500 $\mu\mu$ Wellenlänge
ird. [1])

2 zeigt also, dass nur von den beiden ersten La-
sjenige Licht am kräftigsten reflectirt wird, welches
len hätte erzeugen können, dass schon bei drei La-

so erhält man als Resultat die Farben, welche das unbewaffnete Auge auf unserer Lamellenschicht im weissen Lichte wahrnehmen muss. Dieselben stehen in Tabelle 3 unter den einzelnen Verticalreihen.

Tabelle 3.

	ca.	Roth λ =			Gelb λ =	Grün λ =		Blau λ =			Violett λ =		Ultraviolett λ =		
		780	700	640	590	550	520	490	460	440	420	400	380	360	340
Roth	700		5				1	2	1	1	1	1	1		
	640			6				1	1	1	1	2	2	1	
Gelb	590				6				1	2	1	1	1	2	1
Grün	550	1				7				1	2	2	1	2	2
	520	1					7					2	2	1	2
													1	1	1
Blau	490		1	1				8							
	460	1	1	1					8						
	440									6					
Violett	420		1	1							4				
	400											2			
		Grün	Roth		Gelb	Grün		Blau			Purpur		Grün		

Es ist nun sehr bemerkenswerth, dass diese unter den gemachten Voraussetzungen berechneten Farben thatsächlich mit denen übereinstimmen, welche eine gute Photochromie des Sonnenspectrums zeigt. Durch Vergleichung der vorstehenden Tabelle mit Fig. 1 kann man sich leicht davon überzeugen. Nicht nur führt die Combination der errechneten Lichtarten zu den für das Auge direct wahrnehmbaren Farben der Photochromie, sondern man erkennt auch in der Anordnung der Zahlen deutlich die drei breiten hellen Streifen wieder, welche in Fig. 1 das secundäre Spectrum ausmachen, sofern man nur berücksichtigt, dass der durch die höchsten Zahlen (in Tab. 3) bezeichnete Ort stärkster Reflexion nicht als ein so schmales Band aufzufassen ist, wie die Zahlenreihe selbst. Auch das charakteristische Grün an beiden Enden des Spectrums, welches nach der Figur dort als kräftigste Nebenfarbe auftritt, wo das äusserste Violett und Roth als die Hauptfarben unserem Auge unsichtbar werden, wird in gleicher

rch die Rechnung erhalten und dadurch zugleich

auch zugegeben werden, dass die gemachten Voraus-
nicht ohne Weiteres auf Photochromien übertragbar
rechtfertigt doch die auffallende Uebereinstimmung
den berechneten und den wirklich reflectirten Farben
uthung, dass die angenommenen Verhältnisse den
mindestens sehr nahe kommen. —

Meslins Erklärungsversuch muss ich noch kurz ein-
r beruht auf der Voraussetzung, dass spiegelnde
chten durch Gelatinelamellen von je $\lambda/2$ Dicke von-
getrennt sind. Meslin erklärt die reflectirten Farben
herein als Mischfarben und zwar als Newton'sche
II. Ordnung, indem er zu zeigen sucht, dass eine
melle von der Dicke $\lambda/2$ dieselben Farben reflectiren
e eine Luftlamelle von der Dicke λ, weil ja jene La-
einem Medium mit entsprechend höherem Brechungs-
n als Luft bestehe. Meslin übersieht dabei, dass
der Belichtung die Schwingungsknoten und Schwin-
he nur um je eine halbe Wellenlänge des Lichtes
ilbergelatine voneinander entfernt sind, d. h. be-

beschränkte Anzahl Lamellen zunächst der Oberfläche der Gelatine bildet.

b) Um eine solche Feinheit der Schicht zu erreichen, ist es nothwendig, eine sehr feinkörnige Emulsion zur Herstellung der Platten zu verwenden, da die Korngrösse leicht den Betrag von 0,001 mm übersteigen kann.

c) Nur bei richtiger Belichtungsdauer können die Farben richtig wiedergegeben werden. Denn jedes einzelne Lamellenpaar ist entstanden, indem in den Ebenen der Knoten und deren Nachbarschaft das unveränderte Bromsilber aus der Gelatine herausfixirt wurde, wodurch der Brechungsexponent dieser Lamellen sank, während in den Ebenen der Bäuche Silber deponirt und der Brechungsexponent an diesen Stellen erhöht wurde. Nehmen wir nun an, dass die Belichtungsdauer so abgepasst war, dass beide Veränderungen sich gegenseitig das Gleichgewicht halten, so wird sowohl jede einzelne Lamelle den Raum einer Viertelwellenlänge, als auch je zwei Lamellen den Raum einer halben Wellenlänge einnehmen. Wird dagegen nach zu langer Belichtung bei der Entwickelung zu viel Silber angehäuft, so wächst der Brechungsexponent der Lamellen und die Wellenlänge des Lichtes in ihnen nimmt ab. Die durch Licht irgend einer Wellenlänge erzeugten Lamellen werden daher jetzt für eine Lichtart mit etwas grösserer Wellenlänge „passend" sein und diese am kräftigsten reflectiren. Das ganze Spectrum, und namentlich diejenigen Farben, welche auf die empfindliche Schicht am stärksten wirkten, muss sich auf der Platte nach dem violetten Ende hin verschieben. Ist endlich die Silberabscheidung durch die ganze Schicht erfolgt, so müssen mit dem Verschwinden der optisch verschiedenartigen Lamellen auch die Farben ausbleiben. —

Aber selbst wenn diese und noch einige weitere Bedingungen erfüllt worden sind, erhalten wir doch nur eine Photochromie, deren Farben im besten Falle für unser Auge befriedigend mit denen des Originals übereinstimmen, im physikalischen Sinne lassen sich noch beträchtliche Unterschiede zwischen den scheinbar übereinstimmenden Farben nachweisen. Endlich steht der praktischen Verwendung des Verfahrens die Abhängigkeit der fertigen Photochromien von dem jeweiligen Luftzustande und von der Zusammensetzung

Einfallswinkel des bei der Betrachtung benutzten
ichtes entgegen.
le diese Mängel sich später werden beseitigen lassen?
, dass es noch vieler und uneigennütziger Arbeit
m die Farbenphotographie nach Lippmann'schem
über den Standpunkt eines interessanten und lehr-
ysikalischen Experimentes zu erheben.

in, November 1895.

17. *Zur Frage über den Einfluss der Phasendifferenz der harmonischen Töne auf die Klangfarbe; von Rudolph König.*

In meiner Abhandlung „Bemerkungen über die Klangfarbe“[1]) hatte ich nachgewiesen, dass die Beobachtung der Erscheinungen beim Zusammenklange zweier einfacher Töne, und speciell die der Stösse bei harmonischen Intervallen, logisch zu dem Schlusse führt, die Phasendifferenz zwischen den harmonischen Tönen müsse nothwendig einen Einfluss auf die Klangfarbe haben, und ich hatte in derselben Arbeit dann ferner auch noch untersucht, indem ich mich dabei hauptsächlich der Wellensirene bediente, „wie gross dieser Einfluss unter verschiedenen Umständen sein könne, und wie viel das Ohr davon wahrzunehmen im Stande ist.“ Vor einiger Zeit hat nun Hermann in einer Abhandlung „Beiträge zur Lehre von Klangwahrnehmungen“[2]), diese Frage über den Einfluss der Phasendifferenz von neuem behandelt, und geglaubt Gründe aufstellen zu können, aus denen hervorgehen soll, dass die Phasendifferenz durchaus keinen Einfluss auf die Klangfarbe hätte. Ich glaube nun zwar, dass sich die Antwort auf diese Gründe schon aus meinen früheren Schriften herauslesen lässt, aber wegen der Wichtigkeit des Gegenstandes scheint es mir dennoch zweckmässig, dieselben durch einige Bemerkungen zu beleuchten, und wenn ich dieses erst jetzt thue, so liegt der Grund dafür darin, dass ich, als die Arbeit von Hermann erschien, gerade mit Untersuchungen über die Leistungsfähigkeit der Wellensirene beschäftigt war, die ich zunächst beenden wollte, und deren Resultate ich jetzt veröffentlicht habe.

I. Experimente mit Stimmgabeln.

Ich muss zuerst erwähnen, dass Hermann meine Ableitung des Einflusses der Phasendifferenz aus den Erschei-

1) R. König, Wied. Ann. 1881 und Quelques Exp. p. 218.
2) Pflüger, Arch. f. Physiol. **56.** p. 467.

eim Zusammenklang zweier Töne, durchaus übergeht, hauptsächlich nur darauf beschränkt, gegen die ähigkeit der Wellensirene, und somit also auch gegen igkeit der vermittels dieser Untersuchungsmethode n Resultate, Einspruch zu erheben. Natürlich hat er dabei doch nicht entgehen können, dass sich aus alten des Zusammenklanges von einem Grundton mit zigen harmonischen Tone bei verschiedener Phasen- die Möglichkeit oder Unmöglichkeit eines Einflusses ndifferenz auf die Klangfarbe müsse bestimmen lassen, t er also auch wieder, wie früher Lord Kelvin, ier Curven des Octavenintervalles für die Phasen- 0, $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$, die Vorgänge während eines Stosses , und kommt dabei zu dem Schlusse „Die verstimmte üsste mit dem Grundtone eine schwebungsartige echslung zeigen, und zwar zweimal so häufig, wie er reinen Octave schwebt, oder viermal so häufig, ine Grundton mit dem verstimmten Grundton schwebt", lie Phasenverschiebung einen Einfluss auf die Klang- en sollte. Er erklärt darauf beim Zusammenklange

Lord Kelvin, welche er in seiner etwa anderthalb Jahre nach meiner Arbeit erschienenen Schrift „On beats of imperfect harmonies“ [1]) veröffentlicht, die Richtigkeit der meinigen ebenfalls so vollkommen bestätigt, dass über die Existenz dieser Tonschwankungen auch nicht der geringste Zweifel mehr stattfinden kann.

Um dem Leser das lästige Umschlagen zu ersparen, dürfte es vielleicht zweckmässig sein, hier die auf diesen Gegenstand bezügliche früher von mir geschriebene Stelle, wie auch einige Citate aus der Abhandlung von Lord Kelvin folgen zu lassen. Ich schrieb [2]):

„Eine Eigenthümlichkeit der Stösse harmonischer Intervalle besteht noch darin, dass die beiden primären Töne abwechselnd hervortreten. Lässt man neben dem starken, grossen *C* das nur um einen geringen Theil einer Schwingung verstimmte kleine *c* ertönen, sodass sich sehr langsame Stösse bilden, so hört man abwechselnd einmal den Grundton und einmal die Octave so deutlich hervortreten, dass man, wenn das kleine *c* sehr stark ist, mitunter geneigt sein könnte, jede Schwebung doppelt zu zählen. Ist das kleine *c* dagegen schwach, so hört man nur den Grundton abwechselnd stärker und schwächer werden. Ganz dieselbe Beobachtung habe ich auch bei den sehr langsamen Stössen der Duodecime und der Doppeloctave, C:g und $C:\overline{c}$, machen können, aber bei nur einigermaassen schnellen Schwebungen lässt sich das periodische Hervortreten des höheren Tones nicht mehr wahrnehmen.

Auch diese Erscheinungen dürften sich leichter aus den Figuren der Stösse dieser Intervalle erklären lassen, als aus der Annahme resultirender Zwischentöne, welche man nicht hören kann.“...

Lord Kelvin, nachdem er erklärt, dass die Theorie nur die ganze Periode des Phenomens angäbe, jedoch nicht die Frage beantwortete, ob das Ohr die graduelle Veränderung der Qualität durch die ganze Periode wahrnehmen könne, oder ob es unfähig wäre die verschiedene Qualität zwischen zwei

1) Lord Kelvin, Proceedings of the Roy. Soc. of Edinburgh, Session 1877—1878.

2) R. König, Pogg. Ann **157.** p. 188. 1876.

er Periode zu erkennen, sagt, möglichst wörtlich

e Experimente beweisen, dass in jedem Falle das
wei Hälften der Periode jedes Stosses unterscheidet.
bei dem Stosse einer Annäherung an die Harmonie
welcher die Veränderung des Luftdruckes auf das
die vorhergehenden Curven für vier Fälle der be-
Periode angegeben ist, finde ich, dass das Ohr die
s Tones, der durch die scharf gegipfelte (sharp-topped),
flache (flathollowet) Curve dargestellt wird, von der
unterscheidet, der durch die flach gegipfelte und
rf zugespitzte repräsentirt wird." ...

Welches auch immerhin die physiologische Theorie
durch welche die Stösse zu erklären sind, es ist
essante Thatsache, dass das Ohr unterscheidet, wie
ll ist, zwischen einem Stoss (push) und einem Zug
das Trommelfell, in der durch die vorhergehenden
rgestellten Weise, nicht nur für den Fall der An-
an die Harmonie 1 : 2, sondern auch bei jeder anderen
ary" Harmonie." ...

Ehe ich die Experimente machte, dachte ich es mög-

Stösse wird in der That nur entstehen, wie Lord Kelvin an den erwähnten Curven des gestörten Octavenintervalles auseinandergesetzt hat, wenn das Ohr etwa die beiden Klänge der Coincidenz der Maxima und der Coincidenz der Minima nicht voneinander unterscheiden könnte, und nur diese beiden Klänge von den beiden Klängen der Phasencoincidenz von 0 und $^1/_2$, oder wenn etwa, wie Hermann glaubt, das Ohr wirklich unfähig wäre die beiden Klänge mit der Phasencoincidenz von 0 und von $^1/_2$, unterscheiden zu können, während es die beiden Klänge der Coincidenz der Maxima und der Coincidenz der Minima verschieden empfände.

Man könnte sich nun fragen, wie es möglich gewesen ist, dass Hermann von diesen Tonschwankungen nichts hat hören können, da sie verhältnissmässig so leicht vernehmbar sind, denn handelte es sich nur um meine Untersuchungen, so könnte man geneigt sein die grosse Deutlichkeit der Erscheinung der Anwendung sehr tiefer Töne, und der Benutzung von Instrumenten zuzuschreiben, welche in der That eine bedeutend grössere Leistungsfähigkeit als die gewöhnlich in physikalischen Sammlungen vorhandenen Apparate besitzen, diese Erklärung wird aber dadurch völlig unzureichend, dass Lord Kelvin seine Beobachtungen mit Tönen von derselben Höhe und mit Stimmgabeln ganz gleicher Construction ausgeführt hat, wie Hermann. Bei einigen Experimenten, welche ich deshalb mit den gewöhnlichen Stimmgabeln auf Resonanzkästen, mit Zinken von ungefähr 10 und 8 mm Dicke, und 14 mm Breite, anstellte, fand ich, dass es weit weniger die Höhe der Töne selbst, oder ihre zu geringe absolute Intensität ist, welche bei der Beobachtung dieser Tonschwankungen hindernd auftritt, als vielmehr die Ungleichheit in der Abnahme der Intensität bei beiden Tönen, und dass diese also sehr vermuthlich auch die Erfolglosigkeit des Versuches von Hermann mit der verstimmten Octave c' und c'', wird veranlasst haben. Ich fand in der That bei der Wiederholung dieses Versuches mit den gewöhnlichen Gabeln $\bar{c}$ und $\bar{\bar{c}}$, dass selbst bei einer Verstimmung des Zusammenklanges von nur einer Schweburg in etwa zwei bis drei Secunden, die Tonschwankungen nicht deutlich hervortraten, wenn die Intensität des Tones c'', viel schneller abnahm, als die des Grundtones c', wogegen sich

chselnde Anschwellen beider Töne sofor
n liess, wenn ich die Abnahme der Int
. dadurch beträchtlich verlangsamte, das
kasten genügend verstimmte, was sich
cht thun lässt, indem man z. B. ein kleines
Taschentuch zum Theil in denselben hine
lie Abnahme der Intensität der beiden Tö
gsam, so kann man die Tonschwankungen
ewöhnlichen Stimmgabeln auf Resonanzkä
jede Schwierigkeit wahrnehmen, jedoch
genstriche, denn ihre Deutlichkeit hängt
gerade stattfindenden Intensitätsverhält
öne ab.
esslich möchte ich in Bezug auf diese
och bemerken, dass sich aus ihnen alle
ülich die grössere oder geringere Wahrn
sses der Phasendifferenz der harmonische
vom Klangfarben ableiten lässt, dass sie
Entscheidung der Frage selbst, ob die
Einfluss einer Differenz auf die Klangf

ich in Folgendem zeigen, wo ich sie der Reihe nach untersuchen will.

1. Hermann findet es auffallend, dass zwei Klänge, von denen der eine die ganze Reihe, der andere nur die ungeraden der harmonischen Töne mit regelmässig abnehmenden Amplituden enthält, keinen grösseren Unterschied zwischen sich hören lassen, als dieses beim Anblasen ihrer Wellencurven der Fall ist, da aber die Richtigkeit seiner Vermuthung, dass dieser Unterschied grösser sein müsste, von ihm auf kein directes Experiment gestützt worden ist, so kann auch eine solche blosse Annahme offenbar nicht ausreichen, die Resultate der Wellensirene für falsch zu erklären.

Wählt man übrigens die Tonhöhe der Klänge nicht zu tief, sondern etwa in der Mitte der Octave von c' zu c'', so ist der Klang der Curve $1, 2, 3 \ldots n$, Ph. 0, so beträchtlich viel lauter und runder, als der Klang der Curve $1, 3, 5 \ldots n$, Ph. 0 und $^1/_2$, dass man durchaus nicht nöthig hat vorauszusetzen, dass der Unterschied zwischen beiden Klängen noch grösser sein müsste.

2. Wie der Umstand, dass die Klänge der Wellensirene so gut wie unabhängig von dem Abstande der Luftspalte von den ausgeschnittenen Curvenstreifen zu sein scheinen, gegen die Richtigkeit der Annahme zeugt, dass bei der Tonerzeugung starke Luftanstauungen vor den Wellenstreifen eine grosse Rolle spielen, habe ich schon oben[1]) erläutert.

3. Die kleine Wellensirene für die Experimente über die Phasendifferenz[2]) construire ich mit drehbaren Anblasespalten, damit man an ihnen auch die Klangumwandlungen bei verschiedenen Spaltenneigungen beobachten könne, welche alle ganz genau mit den theoretisch geforderten Resultaten übereinstimmen. An den beiden Curven dieses Instrumentes $1, 2, 3 \ldots n$, Ph. 0, und $1, 2, 3 \ldots n$, Ph. $^1/_2$, hat Hermann die Klänge, die bei den beiden äussersten Spaltenneigungen entstehen, ganz richtig beschrieben, statt sie jedoch mit den ihnen zukommenden Curven zu vergleichen[3]), wobei er sogleich die vollständige

1) Vgl. Wellensirene p. 9.
2) Catal. p. 60. 1889.
3) Vgl. Wellens. Fig. 18.

timmung zwischen den Experimenten und der Theorie
aben würde, erklärt er, dass diesen Erscheinungen
„Gesetz“, welches er mit gesperrter Schrift druckt,
e liege, „Der Schall ist unter sonst gleichen Um-
am schärfsten, wenn die Spaltenöffnung durch die
plötzlich als möglich verdeckt oder freigelegt wird,
wirkt plötzliche Verdeckung weit schärfer, als plötz-
nung.“ Dieses „Gesetz“, sagt aber doch im Grunde
deres, als dass ein Klang der oben beschriebenen
so schärfer ist, als der Gipfel seiner Curve weiter
Mitte derselben entfernt ist, weil dann seine harmo-
öne grössere Amplituden haben, und dass von zwei
längen mit ganz gleichen harmonischen Tönen, aber
ferenzen von 0 und $^1/_2$, der letztere schärfer ist als
Wenn Hermann aber weiter bemerkt, dass Schief-
er Spalte vor diesen Curven „stets“ den Klang ver-
würde dieses allerdings, wenn es wahr wäre, un-
egen die Treue der Uebertragung von Curven in
ngungen durch die Wellensirene sprechen, aber das
den aller Schärfe aus dem Klange, und sein Ueber-
inen einfachen Ton bei der Mittelstellung der Spalte

men werden kann, ohne ihn zu verändern, wie ja nach Hermann[1]) z. B. die Klänge des Claviers bei derselben „ganz verändert" und „trompetenartig", wiedergegeben werden, beweist, dass es ganz auf die Natur der Curve ankommt, ob bei ihrer Abscissenumkehrung ein Wechsel in der Klangfarbe zur Wahrnehmung kommt oder nicht.

Selbstverständlich würde schon bei allen Curven, welche aus zwei symmetrischen Hälften bestehen, die Abscissenumkehrung ganz ohne jede Wirkung bleiben müssen, und wenn sich auch an vielen Klängen, deren Curven ganz unsymmetrisch sind, geradezu gar kein Einfluss der Phasendifferenz nachweisen lässt, so liegt dieses gewöhnlich der Hauptsache nach in der relativen Intensität ihrer harmonischen Töne. Es bestehen in der That die engsten Beziehungen zwischen den Aenderungen der Klangfarbe durch Phasenverschiebungen ihrer Partialtöne, und den Stössen gestörter harmonischer Intervalle, ja diese Klangfarbenwechsel und Stösse sind im Grunde nur eine und dieselbe Erscheinung. Nun lassen sich diese Stösse zwar noch bis zum Intervalle $1:14\mp$, deutlich nachweisen[1]), jedoch treten sie bei allen harmonischen Intervallen immer nur bei gewissen Intensitätsverhältnissen der beiden Töne mit grösster Deutlichkeit hervor, während sie bei andern weit schwächer, oder oft auch, wie besonders bei den weiteren Intervallen, gar nicht mehr wahrnehmbar sind. Bestehen also unter den harmonischen Tönen eines Klanges solche Intensitätsverhältnisse, dass sie einzeln genommen weder mit dem Grundtone noch mit einem der anderen harmonischen Töne bei einer continuirlichen Phasenverschiebung, irgend welche, oder nur sehr wenig ausgeprägte Stösse hören lassen würden, so kann die Phasenverschiebung bei mehreren dieser harmonischen Töne auch keinen Wechsel in der Klangfarbe vernehmbar hervortreten lassen, was sie im entgegengesetzten Falle thun möchte.

Die Schwierigkeit bei den Untersuchungen über den Einfluss der Phasendifferenz besteht hiernach also keineswegs darin, einen Klang aufzufinden, bei welchem eine bestimmte

1) Hermann, Pflüger's Arch. **53.** p. 9.
2) König, Wied. Ann. **12.** p. 341. 1881; Quelque Exp. p. 156.

schiebung keinen hörbaren Unterschied in der Klan
orruft, als vielmehr im Gegentheil die Fälle zu e
ei welchen sich ein Einfluss derselben nachweise
herauszufinden, bei welcher Phasenverschiebun
der grössten Deutlichkeit geschehen kann, und Be
Klängen, die bei einer bestimmten Phasenverschi
die Vocalcurven bei der Abscissenumkehrung, keine
er Klangfarbe vernehmen lassen, können also durch
beweisen, dass ein solcher nie, bei keinem Klang
einer Phasendifferenz soll zur Wahrnehmung kom
en. —

habe in meiner Abhandlung „Bemerkungen üb
arbe", bei der Besprechung von Wellencurven leid
die Nachlässigkeit begangen „Intensität", sta
e", und selbst auch auf einigen Figuren „*I*" sta
hreiben, was ich, seit ich es bemerkt, selbst öffen
richtigen bis jetzt keine Gelegenheit gehabt hatt
nann hat also sehr mit Recht auf diesen Fehl
n gemacht. Diese Verwechselung der beiden Au
rte aber wohl gerade darum [illegible] nur gering

lassen, als dass man auch jetzt noch an letzteren zu zweifeln ein Recht haben könne.

Kurz zusammengefasst geht also aus den vorstehenden Bemerkungen Folgendes hervor:

1, Der Grund, weshalb Hermann geglaubt hat, nach seinen Beobachtungen von Stimmgabeln „mit grösster Sicherheit behaupten zu können, dass Phasenverhältnisse der Partialtöne keinen Einfluss auf das Ohr haben", läuft schliesslich nur auf einen ihm missglückten Versuch hinaus, sich von den Tonschwankungen beim gestörten Octavenintervalle zu überzeugen, die schon seit langen Jahren, nicht nur an diesem, sondern auch noch an beträchtlich weiteren gestörten harmonischen Intervallen entdeckt, seitdem oft öffentlich demonstrirt worden waren, und in jedem Augenblicke auf das Deutlichste von neuem wieder dargestellt werden können.

2. Wenn Hermann behauptet, dass „jede" Neigung der Luftspalte vor den Curven 1, 2, 3 . . . n, Ph. 0 und $^1/_2$, die Klänge dieser verstärke und schärfer mache, was allerdings gegen die Genauigkeit der Uebertragung von Curven in Luftschwingungen durch die Wellensirene sprechen würde, so ist dieses im vollständigsten Widerspruch mit den Experimenten, unter allen andern, wirklich richtigen Beobachtungen, welche er an der Wellensirene gemacht, ist aber keine, die nicht genau den theoretischen Erfordernissen entspräche, sodass die früher von mir in Bezug auf die Phasendifferenz mit diesen Instrumenten gemachte Versuche keineswegs zu verwerfen sind.

P. S. Was die weiteren, nicht direct die Frage über den Einfluss der Phasendifferenz betreffenden Experimente anlangt, welche Hermann in derselben Abhandlung noch beschrieben, möchte ich nur erwähnen, dass ich bei meinen Untersuchungen über den Ton, welcher durch gleiche Perioden isochroner Schwingungen hervorgerufen wird, die von einer Periode zur andern ihre Phasen wechseln [1]), ausser den Löchersirenen, auch die Wellensirenen angewendet habe, mit denen ich Perioden von sehr verschiedener Wellenzahl

1) König, Pogg. Ann. **157.** p. 232. 1876; Quelques Exp. p. 143. Fig. 40, 41.

), deren kürzeste die des Quintenintervalles war,
ur drei gleichweit voneinander abstehende Wellen-
hält, und also eine noch kürzere Periode bildet, als
ier Zähnen bestehende, welche Hermann seitdem
Zahnrade geprüft hat. Da die Töne sowohl der
ne wie der Wellensirene durchaus nichts zu wün-
g lassen, so kann ich in der Anwendung von Zahn-
r diese Untersuchungen keine Verbesserung der
ngsmethode erkennen, und der Vorzug, welchen
ihnen gegeben, scheint mir nur dadurch erklärbar,
Löchersirenen ausserordentlich schlecht eingerichtet
ein müssen, wie auch aus seiner Aeusserung hervor-
heint, dass er mit denselben „wegen der stets sich
inmischenden Nebengeräusche, kein befriedigendes
rlangen konnte."

so scheint mir auch der ursprüngliche Apparat der
Terquem und Boussinesq für die experimentelle
hrer Theorie des Mitteltones, dessen Schwingungs-
arithmetischen Mittel der beiden primären Schwin-
n gleich ist, zusammengestellt hatten, und von dem

18. *Theorie der Schubspannungen und der spannungslosen Geraden;* *von Ferdinand Wittenbauer.*

1. Der Spannungszustand in jedem Punkte eines festen Körpers wird seit Lamé (Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides) durch Angabe des Spannungsellipsoids definirt. Die Halbmesser desselben geben nach Grösse und Richtung die Spannungen des Punktes an; ist

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{C^2} = 1$$

die auf die Axen des Ellipsoids bezogene Gleichung desselben, so werden A, B, C die Hauptspannungen des Punktes genannt; jede von ihnen wirkt normal zu der sie nicht enthaltenden Hauptebene des Ellipsoids.

Für jede andere Ebene des Punktes, die unter den Winkeln α, β, γ gegen die Hauptebenen BC, CA, AB des Ellipsoids geneigt angenommen wird, ist die zugehörige Spannung p aus der Gleichung zu gewinnen:

worin $$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2,$$

(1) $$p_x = A\cos\alpha, \quad p_y = B\cos\beta, \quad p_z = C\cos\gamma$$

die Projectionen der Spannung p auf die Hauptspannungen A, B, C bedeuten.

Die Wirkung der Spannung p auf die ihr zugeordnete Ebene $\alpha\beta\gamma$ ist eine doppelte; sie zerfällt in eine senkrecht zur Ebene gerichtete Normalspannung σ und in eine Schubspannung τ, welche in die Ebene fällt. Die Spannungstheorie liefert hierfür die Gleichungen

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2$$

(2) $$\sigma = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma.$$

Während das Vertheilungsgesetz der Normalspannungen ein ziemlich einfaches ist und sich durch die Fläche der Normalspannungen

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = \pm 1$$

lässt, welche man erhält, wenn man auf der Richtu
spannung σ die Strecke $1/\sqrt{\pm\sigma}$ vom Mittelpunk
t das Vertheilungsgesetz der Schubspannungen nic
chtig. Insbesondere hat sich hinsichtlich der Grös
spannungen in viele Lehrbücher der Elasticität d
ngeschlichen, dass es *drei grösste Schubspannung*
nnten Hauptschubspannungen gebe, welche d

$$\pm\frac{B-C}{2}, \quad \pm\frac{C-A}{2}, \quad \pm\frac{A-B}{2}$$

d in den Ebenen liegen, welche die Räume zwisch
spannungsebenen halbiren.

gende Arbeit hat den Zweck, ein mathematisch
ertheilung der Schubspannungen, ihrer Grösse u
nach, zu geben und hiermit oberwähnten Irrthu

e in der Ebene $\alpha\beta\gamma$ wirkende Schubspannung
ie Richtungen der Hauptspannungen $A\,B\,C$ fallend

Die gesammte Schubspannung τ wird

$$(8)\quad \begin{cases} \tau^2 = \tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2 \\ \quad = \xi^2(c\eta^2 - b\zeta^2)^2 + \eta^2(a\zeta^2 - c\xi^2)^2 + \zeta^2(b\xi^2 - a\eta^2)^2, \end{cases}$$

oder mit Berücksichtigung von (4) und (5):

$$(9)\qquad \tau^2 = a^2\eta^2\zeta^2 + b^2\zeta^2\xi^2 + c^2\xi^2\eta^2.$$

3. Jeder Ebene des betrachteten Punktes 0 eines festen Körpers entspricht eine ganz bestimmte in ihr liegende Gerade als Schubspannungsrichtung.

Nennt man $\xi\eta\zeta$ die Coordinaten jener Ebene und bezeichnet man die Coordinaten xyz des Schnittpunktes der Schubspannung mit einer um O beschriebenen Kugel vom Halbmesser Eins als Coordinaten der Schubspannungsrichtung, so ist die Zuordnung der Ebene und der in ihr liegenden Schubspannungsrichtung durch die Gleichung definirt:

$$(10)\quad x : y : z = \xi(c\eta^2 - b\zeta^2) : \eta(a\zeta^2 - c\xi^2) : \zeta(b\xi^2 - a\eta^2),$$

wobei

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 1.$$

Um umgekehrt zu jeder Schubspannungsrichtung xyz die zugeordnete Spannungsebene zu finden, beachte man die Gleichungen

$$(11)\quad \begin{cases} x\xi + y\eta + z\zeta = 0, \\ \dfrac{ax}{\xi} + \dfrac{by}{\eta} + \dfrac{cz}{\zeta} = 0, \end{cases}$$

von denen erstere aussagt, dass die Schubspannungsrichtung in der Spannungsebene liegt, die zweite aber eine Folge der Gleichung (10) ist; die Elimination von ζ bez. η liefert die Gleichungen

$$(12)\quad \begin{cases} \left(\dfrac{\eta}{\xi}\right)^2 + \dfrac{\eta}{\xi} \cdot \dfrac{ax^2 + by^2 - cz^2}{axy} + \dfrac{b}{a} = 0, \\ \left(\dfrac{\zeta}{\xi}\right)^2 + \dfrac{\zeta}{\xi} \cdot \dfrac{ax^2 - by^2 + cz^2}{azx} + \dfrac{c}{a} = 0, \end{cases}$$

woraus die Beziehung folgt:

$$(13)\quad \begin{cases} \xi : \eta : \zeta = \dfrac{x}{(c-b)x^2 - by^2 + cz^2 \pm \delta} : \dfrac{y}{(a-c)y^2 - cz^2 + ax^2 \pm \delta} \\ \qquad\qquad : \dfrac{z}{(b-a)z^2 - ax^2 + by^2 \pm \delta}, \end{cases}$$

$$- (x\sqrt{a} + y\sqrt{b} + z\sqrt{c})(- x\sqrt{a} + y\sqrt{b} + z\sqrt{c})$$

$$(x\sqrt{a} - y\sqrt{b} + z\sqrt{c})(x\sqrt{a} + y\sqrt{b} - z\sqrt{c})$$

$$^2 x^4 + b^2 y^4 + c^2 z^4 - 2\,b\,c\,y^2 z^2 - 2\,c\,a\,z^2 x^2 - 2\,a\,b\,x^2 y^2.$$

sse δ^2 kann nur positiv sein; nur für zwei reelle Schub-richtungen wird sie Null, nämlich wenn gleichzeitig

$$z = 0, \qquad x\sqrt{a} \pm y\sqrt{b} = 0$$

l. Hierbei ist auf Bedingung (6) Rücksicht genommen

in (13) niedergelegte Beziehung gestattet, zu jeder nungsrichtung $x\,y\,z$ die zugeordnete Spannungsebene nden. Wegen des Doppelzeichens von δ entsprechen ubspannungsrichtung zwei durch sie gehende Span-en.

t man η_1/ξ_1 und η_2/ξ_2, ζ_1/ξ_1 und ζ_2/ξ_2 die Wurzel-r Gleichungen (12), so ist

$$\frac{\eta_1}{\xi_1}\frac{\eta_2}{\xi_2} = \frac{b}{a}, \qquad \frac{\zeta_1}{\xi_1}\frac{\zeta_2}{\xi_2} = \frac{c}{a}$$

Für $\xi_0 = 1$, $\eta_0 = 0$, $\zeta_0 = 0$ geht die Gleichung der Kegelfläche über in

$$\xi (c\,\eta^2 - b\,\zeta^2) = 0.$$

Die Fläche zerfällt also in die drei Geraden

$$\xi = 0, \quad \eta\sqrt{c} = \pm\,\zeta\sqrt{b},$$

von denen jedoch bei Berücksichtigung der Bedingung (6) nur die erste reell ist.

Hieraus folgt: Alle Schubspannungsrichtungen, welche in die Hauptspannungsebene BC fallen, gehören zu Ebenen, welche durch die Hauptspannung A gehen und zur Hauptspannungsebene BC selbst. Dasselbe gilt analog für die beiden anderen Hauptspannungsebenen AB und CA. Doch ist Folgendes bemerkenswerth:

Für $\xi_0 = 0$, $\eta_0 = 0$, $\zeta_0 = 1$ werden alle drei Geraden, in welche die Kegelfläche zerfällt,

$$\zeta = 0, \quad \xi\sqrt{b} \pm \eta\sqrt{a} = 0,$$

reell, weil $a < 0$, $b < 0$ angenommen wurde.

Die durch die letzte Gleichung dargestellten, in der Hauptspannungsebene AB liegenden Geraden wollen wir die *Hauptschublinien* des Punktes O nennen; *sie besitzen die Eigenschaft, Schubspannungsrichtung jeder durch sie gelegten Ebene zu sein.*

5. Alle Spannungsebenen, welche ein Ebenenbüschel mit der Axe $x_0\,y_0\,z_0$ bilden, erfüllen die Gleichung

$$\xi\,x_0 + \eta\,y_0 + \zeta\,z_0 = 0$$

und ausserdem die Gleichungen (11)

$$\xi\,x + \eta\,y + \zeta\,z = 0$$

$$\frac{a\,x}{\xi} + \frac{b\,y}{\eta} + \frac{c\,z}{\zeta} = 0,$$

wenn $x\,y\,z$ die Coordinaten der zu den Ebenen $\xi\,\eta\,\zeta$ des Büschels gehörigen Schubspannungsrichtungen sind.

Die Elimination von $\xi\,\eta\,\zeta$ aus obigen Gleichungen liefert

$$a\,x\,(x_0\,z - z_0\,x)\,(y_0\,x - x_0\,y) + b\,y\,(y_0\,x - x_0\,y)\,(z_0\,y - y_0\,z) + c\,z\,(z_0\,y - y_0\,z)\,(x_0\,z - z_0\,x) = 0.$$

se Gleichung wird eine Kegelfläche dritten Grades , welche der Ort aller Schubspannungen ist, deren ebenen das Büschel mit der Axe $x_0 y_0 z_0$ bilden. gehört dem Kegel als Doppelerzeugende an.

$y_0 = 0$, $z_0 = 0$ geht die Gleichung des Kegels über 0 und somit zerfällt er in die drei Hauptspannungs-

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0,$$

durch eine Hauptspannung A gehenden Spannungs- ben ihre Schubspannungsrichtung im Schnitte mit spannungsebene BC; nur in den Hauptspannungs- A und AB wird die Richtung der Schubspannung t. Analoges gilt von den Ebenenbüscheln mit den der C.

$$x_0 \sqrt{a} \pm y_0 \sqrt{b} = 0$$

leichung der Kegelfläche über in

$$(\sqrt{a} \pm y \sqrt{b} + z \sqrt{c})(x \sqrt{a} \pm y \sqrt{b} - z \sqrt{c}) = 0$$

Kegel zerfällt in je drei Ebenen, von denen aber

und der veränderliche Parameter k nimmt wegen

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 1$$

die Form an

$$k = (c - b)\xi^2 + (a - c)\eta^2 + (b - a)\zeta^2. \tag{17}$$

Die Berührungserzeugende des durch Gleichung (16) dargestellten Kegels zweiter Klasse hat die Gleichung

$$x : y : z = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} : \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} : \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}$$
$$= \xi(k + b - c) : \eta(k + c - a) : \zeta(k + a - b),$$

oder wenn k mit Benutzung von (17) eliminirt wird:

$$x : y : z = \xi(c\eta^2 - b\zeta^2) : \eta(a\zeta^2 - c\xi^2) : \zeta(b\xi^2 - a\eta^2).$$

Diese Gleichung stimmt mit jener der Schubspannungsrichtung (10) überein.

Die durch Gleichung (15) oder (16) dargestellten Kegelflächen besitzen also die Eigenschaft, dass jeder ihrer Berührungsebenen die Berührungserzeugende als Schubspannungsrichtung entspricht und umgekehrt jeder Erzeugenden die Berührungsebene als Spannungsebene zugehört.

Die Kegelflächen zweiten Grades

$$F = \frac{x^2}{k + b - c} + \frac{y^2}{k + c - a} + \frac{z^2}{k + a - b} = 0$$

sind confocal, denn die Differenzen je zweier Nenner sind constant; die Focallinien dieser Kegel sind

$$x\sqrt{a} \pm y\sqrt{b} = 0,$$

also die bereits besprochenen Hauptschublinien.

Der Gleichung $F = 0$ wird genügt, wenn für

$k = c - b$, $x = 0$, $y\sqrt{a} \pm z\sqrt{c} = 0$ (imaginär)

$k = a - c$, $y = 0$, $z\sqrt{c} \pm x\sqrt{a} = 0$ (imaginär)

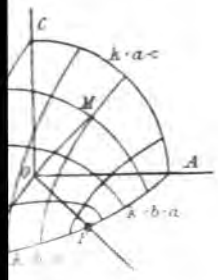
$k = b - a$, $z = 0$, $x\sqrt{a} \pm y\sqrt{b} = 0$ (reell, Fokallinie).

Die Kegelfläche reducirt sich demnach für $k = c - b$ und $k = a - c$ auf die Hauptspannungsebenen CB, bez. AC, für $k = b - a$ auf die Hauptspannungsebene BA und die beiden Fokallinien. Fig. 1 stellt den Schnitt dieser Schaar confocaler Kegel mit einer concentrischen Kugel dar. OF ist eine der beiden Fokallinien.

Gerade OM ist der Schnitt zweier confocaler Kegel-
r Schaar $F = 0$; ihre Berührungsebenen längs der
en OM sind zu einander orthogonal; sie sind die
ls Schubspannungsrichtung gehörenden Spannungs-
l. Abschnitt 3, Schluss).

Ebenen, welche durch eine der beiden Fokallinien
ben in dieser die Richtung ihrer Schubspannung
hnitt 4 und 5).

Geraden, welche in einer der Hauptspannungsebenen
ben in dieser und in der dazu senkrechten die zu-
gehörigen Spannungsebenen (vgl. Abschnitt 4).



7. Die bisherige Untersuchung hat sich nur mit der Richtung der Schubspannung beschäftigt. Um über die Grösse derselben und insbesondere über die Vertheilungen der Schubspannungen im Raume Kenntniss zu erlangen, bediene man sich

Diese Gleichung stellt eine Fläche vierter Ordnung dar, die wir als *Schubspannungsfläche* bezeichnen wollen. Sie gibt ein gutes Bild der Vertheilung der Schubspannungen und hat ziemlich einfache Gestalt. Ihre Schnitte mit den Hauptspannungsebenen BC, CA, AB des Punktes O sind die Paare gleichseitiger Hyperbeln

$$ayz = \pm 1, \quad bzx = \pm 1, \quad cxy = \pm 1,$$

deren Asymptoten die Hauptspannungen sind.

Fig. 2 stellt einen Octanten dieser Fläche mit obigen Hauptschnitten und den drei Diagonalschnitten mit den Ebenen

$$y = z, \quad z = x, \quad x = y$$

dar. Diese Diagonalschnitte setzen in den Scheiteln $\alpha\beta\gamma$ der gleichseitigen Hyperbeln normal zu den Hauptebenen BC, CA, AB ein, durchlaufen jede einen Wendepunkt und nähern sich den Hauptspannungsaxen A, B, C asymptotisch.

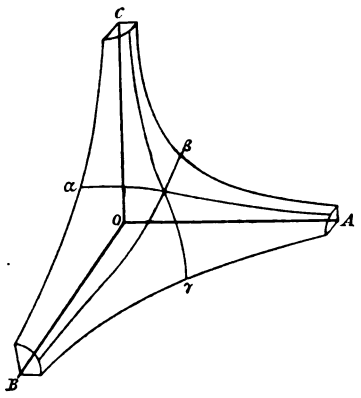


Fig. 2.

Die Punkte $\alpha\beta\gamma$ sind hyperbolische Punkte der Fläche.

Die unendlich fernen Punkte der Hauptspannungsaxen gehören der Fläche an; ihnen entsprechen die Schubspannungen der Hauptspannungsebenen, welche also nach dem Reciprocitätsgesetze (18) gleich Null sind.

8. Von grösster Wichtigkeit ist die Entscheidung der Frage, welche Punkte der Schubspannungsfläche dem Punkte O am nächsten liegen, denn ihnen entspricht der grösste Werth der Schubspannung.

Es ist demnach die Function

$$\frac{1}{\iota} = \overline{ON}^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Minimum zu machen unter Einhaltung der Be-

$$a^2 y^2 z^2 + b^2 z^2 x^2 + c^2 x^2 y^2 = 1.$$

hieraus folgenden Gleichungen

$$x\,dx + \qquad\qquad y\,dy + \qquad\qquad z\,dz = 0$$

$$y^2) \cdot x\,dx + (c^2 x^2 + a^2 z^2) \cdot y\,dy + (a^2 y^2 + b^2 x^2)\, z\,dz = 0$$

die Erfüllung der weiteren Bedingung

$$z = x(b^2 z^2 + c^2 y^2) : y(c^2 x^2 + a^2 z^2) : z(a^2 y^2 + b^2 x^2).$$

en Bedingungen (19) und (20) wird durch folgende eme entsprochen:

$$r = 0, \qquad y = \pm \frac{1}{\sqrt{a}}, \qquad z = \pm \frac{1}{\sqrt{a}};$$

$$r = \pm \frac{1}{\sqrt{b}}, \qquad y = 0, \qquad z = \pm \frac{1}{\sqrt{b}};$$

$$r = \pm \frac{1}{\sqrt{\quad}}, \qquad y = \pm \frac{1}{\sqrt{\quad}}, \qquad z = 0.$$

Eine Kugel, die ihren Mittelpunkt in O hat und einen Radius besitzt, der nur um eine sehr geringe Strecke Δm grösser ist wie m, besitzt die Gleichung

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2m(\Delta m - x),$$

wenn die zweite Potenz von Δm vernachlässigt wird.

In nächster Nähe des Punktes γ dürfen, da die YZ-Ebene die Fläche in γ berührt, die Coordinaten y und z als sehr kleine Grössen erster Ordnung, die Coordinaten x als sehr kleine Grössen zweiter Ordnung angesehen werden; mit Vernachlässigung der Grössen höherer Ordnung kann somit die Gleichung der Fläche geschrieben werden

$$2mc^2x - c^2y^2 + (a^2 + b^2)z^2 = 0$$

und ebenso die Gleichung der Kugel

$$y^2 + z^2 = 2m(\Delta m - x).$$

Der Schnitt dieser beiden Flächen, der mit Dupin als Indicatrix der Berührung in γ bezeichnet werden kann, ist eine der Berührungsebene YZ parallel liegende Curve

$$c^2y^2 + abz^2 = c^2m\Delta m.$$

Sie ist eine Ellipse oder Hyperbel, je nachdem a und b gleiches oder entgegengesetztes Vorzeichen haben; nur in ersterem Falle, bei elliptischer Berührung der Kugel und der Fläche, kann von einem Minimum der Function $1/r^2$ gesprochen werden.

Nun ist unserer Annahme (6) gemäss

$$a < 0, \quad b < 0, \quad c > 0,$$

es kann demnach nur in γ ein Minimum der Function $1/r^2$ eintreten, nicht aber in α oder β.

9. Die drei Schubspannungen

$$\tau_1 = \frac{1}{\overline{O\alpha}^2} = \pm\frac{a}{2} = \pm\frac{B-C}{2},$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\overline{O\beta}^2} = \pm\frac{b}{2} = \pm\frac{C-A}{2},$$

$$\tau_3 = \frac{1}{\overline{O\gamma}^2} = \pm\frac{c}{2} = \pm\frac{A-B}{2},$$

ssen man erhält, wenn man die Werthsyst

$$\tau = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$$

, wirken in Ebenen, welche senkrecht sin
mit Oy. Man hat sie *Hauptschubspannung*
vielen Lehrbüchern der Elasticität findet
ihe Behauptung, dass sie die grössten Schubs
es O sind, während obige Untersuchung g
eine von ihnen, nämlich

$$\tau_1 = \frac{A - B}{2},$$

e Schubspannung des Punktes O ist; di
er als *Hauptschubspannung* bezeichnet wer
beiden anderen spielen eine sehr untergeord
elbe, wie die mittlere C der drei Hauptsp

$$A > C > B.$$

ie es niemand einfällt, diese Spannung

Für $\tau = 0$ zerfällt der Kegel gleicher Schubspannungen in die drei Hauptspannungsaxen A, B, C. Für $\tau = \tau_1 = \pm a/2$ besitzt die Kegelfläche in

$$x = 0, \qquad y = \pm z$$

zwei in BC gelegene Doppellinien, von denen $O\alpha$ die eine ist, und schneidet die beiden anderen Hauptspannungsebenen CA, AB in je vier Geraden

bez.
$$y = 0, \quad az = \pm x(b \pm \sqrt{b^2 - a^2})$$
$$z = 0, \quad ay = \pm x(c \pm \sqrt{c^2 - a^2}),$$

welche alle reell sind unter der Voraussetzung

$$|a| < |b| < |c| \tag{24}$$

und symmetrisch liegen zu $O\beta$ bez. $O\gamma$.

Für $\tau = \tau_2 = \pm b/2$ besitzt die Kegelfläche in

$$y = 0, \qquad z = \pm x$$

zwei in CA gelegene Doppellinien, von denen $O\beta$ die eine ist und schneidet die Hauptspannungsebene AB in vier Geraden

$$z = 0, \; bx = \pm y(c \pm \sqrt{c^2 - b^2}),$$

welche unter gleicher Voraussetzung (24) reell sind und symmetrisch zu $O\gamma$ liegen, während die Hauptspannungsebene BC in vier imaginären Geraden getroffen wird.

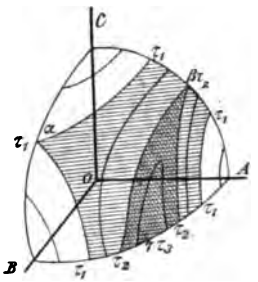


Fig. 3.

Für $\tau = \tau_3 = \pm c/2$ schrumpft der Kegel in die beiden Geraden

$$z = 0, \qquad x = \pm y$$

ein, von denen $O\gamma$ die eine ist.

Für grössere Werthe von τ wird die Kegelfläche imaginär.

Aus dieser Betrachtung und insbesondere aus Fig. 3 geht sehr klar hervor, dass es durchaus nicht gestattet ist, von τ_1 und τ_2 als grössten Schubspannungen zu sprechen, da der ganze einfach schraffirte Raum des Kugeloctanten Schubspannungen angehört, die zwischen τ_1 und τ_2 liegen und der

pelt schraffirte Raum Schubspannungen, die zwischen
liegen.

Die Schubspannungen aller Ebenen eines Ebenen-
dessen Axe die Richtungscoefficienten $l\,m\,n$ besitzt,
nach Abschnitt 5 eine Kegelfläche dritten Grades.
sen aller dieser Schubspannungen ergeben sich im
der zur Axe des Ebenenbündels senkrechten Ebene

$$E = l\,x + m\,y + n\,z = 0$$

Schubspannungsfläche

$$F = a^2 y^2 z^2 + b^2 z^2 x^2 + c^2 x^2 y^2 = 1.$$

irt man letztere Gleichung auf ein rechtwinkliges
ensystem, dessen Axen XYZ die Richtungscoefficienten

$$l,\ m,\ n;\ l_1,\ m_1,\ n_1;\ l_2,\ m_2,\ n_2$$

dann wird E zur Coordinatenebene YZ und ihr Schnitt
Fläche F nimmt die Gleichung an:

$$+ m_2 z)^2 (n_1 y + n_2 z)^2 + b^2 (n_1 y + n_2 z)^2 (l_1 y + l_2 z)^2 + c^2 (l_1 y + l_2 z)^2 (m_1 y + m_2 z)^2 = 1.$$

an hier

worin der Abkürzung halber

$$i^2 = a^2 l^2 + b^2 m^2 + c^2 n^2$$
$$k = a l^2 + b m^2 + c n^2$$
$$d^3 = a b c l m n$$

gesetzt wurde.

Die auf diese Weise festgelegten Coordinatenebenen XY und XZ sollen *Hauptschubebenen des Büschels* genannt werden.

Für

$$y = \varrho \cos \varphi, \qquad z = \varrho \sin \varphi$$

gesetzt und mit Berücksichtigung, dass nach (18)

$$y^2 + z^2 = \varrho^2 = \frac{1}{\tau}$$

ist, geht obige Gleichung über in

$$(25) \quad \tau^2 = \cos^2 \varphi \, (\tau_x^2 \cos^2 \varphi + i^2 \sin^2 \varphi) + \frac{d^6}{\tau_x^4} \cos 4\varphi + \frac{k d^3}{2 \tau_x^2} \sin 4\varphi.$$

Diese Gleichung liefert die Grösse der Schubspannung für jene Ebene des Büschels, deren Normale mit der Schubspannung τ_x der Normalebene YZ den Winkel φ einschliesst.

Nennt man τ_y und τ_z die Schubspannungen der beiden Hauptschubebenen XZ und XY des Büschels, so folgt aus Gleichung (25) für

$$(26) \quad \begin{cases} \varphi = 0: & \tau_y^2 = \tau_x^2 + \frac{d^6}{\tau_x^4}, \\ \varphi = 90^0: & \tau_z^2 = \frac{d^6}{\tau_x^4}, \end{cases}$$

somit

$$\tau_y^2 = \tau_z^2 + \tau_x^2.$$

Mit Benutzung von Gleichung (26) geht (25) über in

$$(27) \quad \tau^2 = \cos^2 \varphi \, (\tau_x^2 \cos^2 \varphi + i^2 \sin^2 \varphi) + \tau_z^2 \cos 4\varphi + \tfrac{1}{2} k \tau_z \sin 4\varphi.$$

11. Die Schubspannung τ_z der Hauptschubebene XY besitzt Richtungscoefficienten, welche nach den Gleichungen (7) im Verhältnisse stehen

$$l_2 (c m_2^2 - b n_2^2) : m_2 (a n_2^2 - c l_2^2) : n_2 (b l_2^2 - a m_2^2),$$

wobei $\xi \eta \zeta$ durch $l_2 m_2 n_2$ ersetzt wurden.

Diese letzteren Richtungscoefficienten der Z-Axe stehen aber nach vorigem Abschnitte im Verhältnisse

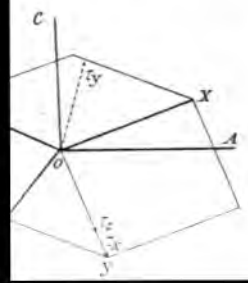
$$l_2 : m_2 : n_2 = a m n : b n l : c l m.$$

geht obenstehendes Verhältniss über in

$$l(c\,m^2 - b\,n^2) : m(a\,n^2 - c\,l^2) : n(b\,l^2 - a\,m^2).$$

aber das Verhältniss der Richtungscoefficienten der nnung τ_x der Normalebene YZ des Büschels und gt: Die Schubspannungen τ_x und τ_z haben dieselbe Y (Fig. 4).

Die in dieselbe Richtung fallenden Schubspannungen gehören zu zwei aufeinander senkrechten Ebenen Y, deren Normalen die Richtungscoefficienten $l\,m\,n$, esitzen (vgl. Abschnitt 3, Schluss).



Nun ist nach (26)

$$\tau_x^2\,\tau_z = d^3 = a\,b\,c\,l\,m\,n\,,$$

und ebenso würde man erhalten, wenn die Z-Axe als Träger eines Ebenenbüschels angesehen würde

$$\tau_z\,\tau_x^2 = a\,b\,c\,l_2\,m_2\,n_2\,.$$

d. h.: Jene Ebenen des Büschels, welche gegen die Hauptschubebenen unter $\pm 45^0$ geneigt sind, besitzen gleiche Schubspannungen.

14. Nimmt man als Träger des Ebenenbüschels eine der Hauptspannungen z. B. C an, so wird im besonderen

$$l = 0, \quad m = 0, \quad n = 1; \quad \tau_x = 0, \quad i^2 = c^2, \quad d = 0$$

und Gleichung (25) wird

$$\tau = \pm c \sin\varphi \cos\varphi.$$

Für die Fokallinien

$$x\sqrt{a} \pm y\sqrt{b} = 0$$

(die wir Schublinien des Punktes genannt haben) als Träger des Ebenenbüschels wird

$$l^2 = -\frac{b}{c}, \quad m^2 = -\frac{a}{c}, \quad n = 0; \quad \tau_x^2 = ab, \; i^2 = ab, \; d = 0$$

und Gleichung (25) wird

$$\tau = \pm\sqrt{ab}\,.\cos\varphi.$$

Da nach Abschnitt 5 alle Ebenen dieses Büschels ihre Schubspannung τ in der Schublinie haben werden, so ist diese die Richtung von unendlich vielen Schubspannungen des Punktes, deren Werthe zwischen 0 und $\sqrt{ab}$ schwanken.

15. Eine Ebene ε des Büschels, welche die Richtungscoefficienten $\xi\,\eta\,\zeta$ besitzt, schneidet die Normalebene E des Büschels, deren Richtungscoefficienten $l\,m\,n$ sind, in einer Geraden mit den Richtungscoefficienten

$$m\zeta - n\eta, \quad n\xi - l\zeta, \quad l\eta - m\xi.$$

Die Schubspannung τ der Ebene ε besitzt die Richtungscoefficienten

$$\frac{\xi(c\eta^2 - b\zeta^2)}{\tau}, \quad \frac{\eta(a\zeta^2 - c\xi^2)}{\tau}, \quad \frac{\zeta(b\xi^2 - a\eta^2)}{\tau}$$

und ihre Projection τ_E auf die Normalebene E hat somit die Grösse

$$\tau_E = \xi(c\eta^2 - b\zeta^2)(m\zeta - n\eta) + \eta(a\zeta^2 - c\xi^2)(n\xi - l\zeta) + \zeta(b\xi^2 - a\eta^2)(l\eta - m\xi),$$

welcher Ausdruck übergeht in

$$\tau_E = -(a\,l\,\eta\,\zeta + b\,m\,\zeta\,\xi + c\,n\,\xi\,\eta). \tag{28}$$

Werth der Projection der Schubspannung in
man statt $\xi\,\eta\,\zeta$ die Richtungscoefficienten
enkrechten Ebene ε_1 des Büschels einführ
estehen der Identitäten

$$\xi l + \eta m + \zeta n = 0,$$
$$\xi_1 l + \eta_1 m + \zeta_1 n = 0,$$
$$\xi\xi_1 + \eta\eta_1 + \zeta\zeta_1 = 0$$

igt. Hieraus folgt in Uebereinstimmung m
Satze der Spannungstheorie: *Die Schubsp*
higer Ebenen sind so beschaffen, dass ihre Pr
u ihrer Schnittlinie senkrechte Ebene dieselb

usser der Richtung der Normalspannung ein
der Schubspannung ist noch die zu diese
Richtung bemerkenswerth. Es ist dies jen
längs welcher dieselbe gar keine Spannung
sie die *spannungslose Gerade der Ebene* n
Ebene des Punktes O ist die ganze N
se Gerade eingeführt. Nennt man ξ'
der Spannungslinie, so wird die Schub

17. Alle spannungslosen Geraden xyz, welche ein in der Ebene $\xi_0 \eta_0 \zeta_0$ liegendes Strahlenbüschel bilden, erfüllen die Gleichung

$$x\xi_0 + y\eta_0 + z\zeta_0 = 0.$$

Die zugeordneten Spannungsebenen $\xi\eta\zeta$ werden demnach mit Berücksichtigung der Gleichung (29) die Gleichung zu erfüllen haben

$$a\xi_0\eta\zeta + b\eta_0\zeta\xi + c\zeta_0\xi\eta = 0,$$

d. h. sie bilden eine Kegelfläche zweiter Klasse. Jeder dieser Kegelflächen gehören die Hauptspannungsebenen AB, BC, CA und auch die Ebene des Strahlenbüschels als berührende Ebenen an.

Wählt man als Ebene des Strahlenbüschels eine der Hauptspannungsebenen, z. B. BC, so ist

$$\xi_0 = 1, \quad \eta_0 = 0, \quad \zeta_0 = 0$$

und die Gleichung der Kegelfläche wird

$$\eta\zeta = 0;$$

sie zerfällt also in die beiden Hauptspannungsrichtungen B und C, d. h.: Jede Gerade einer Hauptspannungsebene ist spannungslose Gerade derselben.

Wählt man als Ebene des Strahlenbüschels eine beliebige, durch eine der Hauptspannungen, z. B. A, gehende Ebene E, so ist $\xi_0 = 0$, und die Gleichung der Kegelfläche wird

$$\xi(b\eta_0\zeta + c\zeta_0\eta) = 0.$$

Die Kegelfläche zerfällt also in die Hauptspannungsrichtung A und in eine Gerade

$$G = b\eta_0\zeta + c\zeta_0\eta = 0,$$

welche in der Hauptspannungsebene BC liegt. Daraus folgt: Die Strahlen des in der Ebene E liegenden Strahlenbüschels sind spannungslose Gerade der Ebenen eines Ebenenbüschels mit der Axe G.

Analoges gilt von den beiden anderen Hauptspannungsrichtungen B und C.

18. Alle Spannungsebenen, welche ein Ebenenbüschel mit der Axe $x_0 y_0 z_0$ bilden, erfüllen die Gleichung

$$x_0\xi + y_0\eta + z_0\zeta = 0.$$

rdneten spannungslosen Geraden $x\,y\,z$ wer
ung (30) zu Hülfe genommen wird, Erzeu
e zweiten Grades

$$a\,x_0\,y\,z + b\,y_0\,z\,x + c\,z_0\,x\,y = 0$$

Hauptspannungsrichtungen sowie die Axe d
ehören dieser Kegelfläche an.
t man als Axe des Ebenenbüschels eine
richtungen, z. B. A, so ist

$$y_0 = 0\,, \quad z_0 = 0\,,$$

leichung der Kegelfläche

$$y\,z = 0\,;$$

somit in die Hauptspannungsebenen $C\,A$
tspannungsrichtung A ist demnach spa
r jede durch sie gehende Ebene.
ine Gerade G, welche in einer der Haupts
B. $B\,C$, liegt, als Axe des Ebenenbüschels
egelfläche wird

$$x\,(b\,y_0\,z + c\,z_0\,y) = 0\,.$$

e in die Hauptspannungsebene $B\,C$ und in

Die Berührungsebene

$$\xi_1 x + \eta_1 y + \zeta_1 z = 0$$

einer dieser Kegelflächen längs der Erzeugenden $x_1\, y_1\, z_1$ besitzt die Gleichung

$$a y_1 z_1 x + b z_1 x_1 y + c x_1 y_1 z = 0$$

und es besteht somit die Relation

$$\xi_1 : \eta_1 : \zeta_1 = a y_1 z_1 : b z_1 x_1 : c x_1 y_1 ,$$

welche mit (30) übereinstimmt. Diese Kegelflächen besitzen somit die Eigenschaft, dass jede Erzeugende derselben spannungslose Gerade ihrer berührenden Ebene ist.

Die Schnitte dieser Kegelflächen mit einem Kugeloctanten von gleichem Mittelpunkt sind in Fig. 5 dargestellt. Schreibt man die Gleichung (31) in der Form

$$z^c = k x^{-a} y^{-b},$$

so sind die Exponenten durchweg positiv und es ist mit Rücksicht auf

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

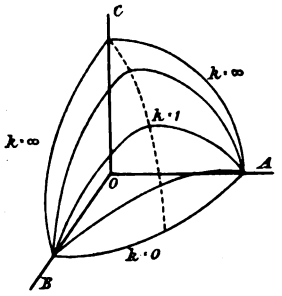


Fig. 5.

ersichtlich:

Für $k = 0$ ist die Kegelfläche die Ebene AB;

für $k = 1$ geht die Kegelfläche durch den Punkt

$$x = y = z;$$

für $k = \infty$ zerfällt die Kegelfläche in die Ebenen BC und CA.

Die Geraden A und B gehören allen Kegelflächen als Erzeugende an, die Gerade C nur einer derselben.

Die gegen die Ebene AB am stärksten geneigten Erzeugenden aller Kegelflächen liegen in den Ebenen, die zu den beiden Hauptschublinien (Fokallinien)

$$x\sqrt{a} \pm y\sqrt{b} = 0$$

senkrecht stehen. Diese Ebenen sind die Orte aller spannungslosen Geraden jener Ebenen, welche durch die Hauptschub-

hen. Der Schnitt einer dieser Ebenen mit dem nten ist in Fig. 5 durch eine punktirte Linie an-

Die spannungslosen Geraden dreier aufeinander senk-benen des Punktes O liegen in einer Ebene.

sind $\tau_1\ \tau_2\ \tau_3$ die Schubspannungen dieser drei Ebenen, $\xi_2\ \eta_2\ \zeta_2$, $\xi_3\ \eta_3\ \zeta_3$ die Coordinaten der letzteren, so sind linaten der spannungslosen Geraden

$$x_1 = \frac{a\,\eta_1\,\zeta_1}{\tau_1}, \quad y_1 = \frac{b\,\zeta_1\,\xi_1}{\tau_1}, \quad z_1 = \frac{c\,\xi_1\,\eta_1}{\tau_1},$$

$$x_2 = \frac{a\,\eta_2\,\zeta_2}{\tau_2}, \quad y_2 = \frac{b\,\zeta_2\,\xi_2}{\tau_2}, \quad z_2 = \frac{c\,\xi_2\,\eta_2}{\tau_2},$$

$$x_3 = \frac{a\,\eta_3\,\zeta_3}{\tau_3}, \quad y_3 = \frac{b\,\zeta_3\,\xi_3}{\tau_3}, \quad z_3 = \frac{c\,\xi_3\,\zeta_3}{\tau_3},$$

egen

$$\eta_1\,\zeta_1 + \eta_2\,\zeta_2 + \eta_3\,\zeta_3 = 0,$$

$$\zeta_1\,\xi_1 + \zeta_2\,\xi_2 + \zeta_3\,\xi_3 = 0,$$

$$\xi_1\,\eta_1 + \xi_2\,\eta_2 + \xi_3\,\eta_3 = 0$$

$$\xi_1 = \frac{a y_1 x_1}{\sigma_1}, \quad \eta_1 = \frac{b x_1 x_1}{\sigma_1}, \quad \zeta_1 = \frac{c x_1 y_1}{\sigma_1};$$

$$\xi_2 = \frac{a y_2 x_2}{\sigma_2}, \quad \eta_2 = \frac{b x_2 x_2}{\sigma_2}, \quad \zeta_2 = \frac{c x_2 y_2}{\sigma_2},$$

$$\xi_3 = \frac{a y_3 x_3}{\sigma_3}, \quad \eta_3 = \frac{b x_3 x_3}{\sigma_3}, \quad \zeta_3 = \frac{e x_3 y_3}{\sigma_3},$$

worin

$$\sigma_1 = \frac{a b c \xi_1 \eta_1 \zeta_1}{\tau_1^2}, \quad \sigma_2 = \frac{a b c \xi_2 \eta_2 \zeta_2}{\tau_2^2}, \quad \sigma_3 = \frac{a b c \xi_3 \eta_3 \zeta_3}{\tau_3^2}.$$

Hieran lassen sich aber dieselben Folgerungen schliessen wie im vorigen Abschnitt.

Die Gleichung der Geraden, in welcher sich die drei Spannungsebenen schneiden, ist

(34) $$b c x_1 x_2 x_3 \xi + c a y_1 y_2 y_3 \eta + a b z_1 z_2 z_3 \zeta = 0.$$

22. Ist

$$x_1 = \xi_1, \quad y_1 = \eta_1, \quad z_1 = \zeta_1,$$
$$x_2 = \xi_2, \quad y_2 = \eta_2, \quad z_2 = \zeta_2,$$
$$x_3 = \xi_3, \quad y_3 = \eta_3, \quad z_3 = \zeta_3,$$

so wird in den Gleichungen (33) und (34) auch

$$x = \xi, \quad y = \eta, \quad z = \zeta,$$

d. h.: Wählt man in O ein beliebiges rechtwinkliges Coordinatensystem, so sind die Axen desselben spannungslose Gerade dreier Ebenen, die sich in einer Geraden G schneiden; hingegen sind die Coordinatenebenen Spannungsebenen dreier spannungsloser Geraden, die in einer Ebene E liegen; G und E stehen aufeinander senkrecht.

23. Sind wie in Abschnitt 20 $\tau_1\ \tau_2\ \tau_3$ die Schubspannungen dreier aufeinander senkrechter Ebenen $E_1\ E_2\ E_3$ und deren Coordinaten $\xi_1\ \eta_1\ \zeta_1$, $\xi_2\ \eta_2\ \zeta_2$, $\xi_3\ \eta_3\ \zeta_3$, so gilt nach Gleichung (9)

$$\tau_1^2 = a^2 \eta_1^2 \zeta_1^2 + b^2 \zeta_1^2 \xi_1^2 + c^2 \xi_1^2 \eta_1^2,$$
$$\tau_2^2 = a^2 \eta_2^2 \zeta_2^2 + b^2 \zeta_2^2 \xi_2^2 + c^2 \xi_2^2 \eta_2^2,$$
$$\tau_3^2 = a^2 \eta_3^2 \zeta_3^2 + b^2 \zeta_3^2 \xi_3^2 + c^2 \xi_3^2 \eta_3^2.$$

Berücksichtigt man, dass

$$\eta_1 \zeta_1 + \eta_2 \zeta_2 + \eta_3 \zeta_3 = 0,$$
$$\zeta_1 \xi_1 + \zeta_2 \xi_2 + \zeta_3 \xi_3 = 0,$$
$$\xi_1 \eta_1 + \xi_2 \eta_2 + \xi_3 \eta_3 = 0,$$

man aus obigen Gleichungen

$$- \tau_2^2 = 2\,(a^2\,\eta_1\,\eta_2\,\zeta_1\,\zeta_2 + b^2\,\zeta_1\,\zeta_2\,\xi_1\,\xi_2 + c^2\,\xi_1\,\xi_2\,\eta_1\,\eta_2).$$

ngslosen Geraden zweier dieser Ebenen $E_1\,E_2$ schliessen kel α_{12} miteinander ein, welcher nach (32)

$$\cos\alpha_{12} = x_1\,x_2 + y_1\,y_2 + z_1\,z_2$$

$$\text{os}\,\alpha_{12} = a^2\,\eta_1\,\eta_2\,\zeta_1\,\zeta_2 + b^2\,\zeta_1\,\zeta_2\,\xi_1\,\xi_2 + c^2\,\xi_1\,\xi_2\,\eta_1\,\eta_2\,.$$

nit

$$\tau_3^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\,\tau_1\,\tau_2\cos\alpha_{12}$$

$$\tau_1 : \tau_2 : \tau_3 = \sin\alpha_{23} : \sin\alpha_{31} : \sin\alpha_{12}\,,$$

Schubspannungen dreier aufeinander senkrechter Ebenen, pannungslosen Geraden derselben aufgetragen, verhalten rei im Gleichgewicht befindliche Kräfte.

Zum Schlusse soll noch auf einige specielle Fälle en werden.

eine der Hauptspannungen, z. B. B, verschwindet, also das Spannungsellipsoid auf eine Spannungs- ducirt, so tritt in den Resultaten der vorliegenden ung gar keine Veränderung ein.

d. h.: Von den beiden jeder Schubspannungsrichtung zugeordneten Spannungsebenen geht die eine durch die Hauptspannungsrichtung A.

Die im Abschnitt 4 besprochene Kegelfläche dritter Klasse zerfällt in die Gerade $\xi = 0$ und in den Kegel zweiter Klasse

$$\xi_0 (\eta^2 + \zeta^2) = (\eta_0 \eta + \zeta_0 \zeta) \xi ,$$

d. h.: Den Strahlen eines beliebigen Strahlenbüschels entsprechen als Spannungsebenen alle durch A gehenden Ebenen und die Berührungsfläche eines Kegels zweiter Klasse, zu denen auch die Hauptspannungsebene BC und die Ebene des Strahlenbüschels gehören.

Die im Abschnitt 5 besprochene Kegelfläche dritten Grades zerfällt in die Ebene $z_0 y = y_0 z$ und in den Kegel zweiten Grades

$$x_0 (y^2 + z^2) = (y_0 y + z_0 z) x ,$$

d. h.: Den Ebenen eines beliebigen Ebenenbüschels entsprechen als Schubspannungsrichtungen alle Strahlen des Strahlenbüschels, welches in der durch die Axe des Ebenenbüschels und durch A gehenden Ebene liegt und ausserdem die Erzeugenden eines Kegels zweiten Grades, zu denen auch die Hauptspannungsrichtung A und die Axe des Ebenenbüschels gehören. Die Kreisschnittebenen dieses Kegels stehen senkrecht zur Axe des Ebenenbüschels.

Alle durch A gehenden Ebenen haben demnach unendlich viele Schubspannungsrichtungen.

Jede nicht durch A gehende Ebene hat die ihr gehörende Schubspannungsrichtung in der orthogonalen Projection von A auf die Ebene.

Die im Abschnitt 6 untersuchten confokalen Kegelflächen gehen über in

$$F = \frac{k + c}{k - 2c} \cdot x^2 + y^2 + z^2 = 0 ,$$

sind also Rotationskegel mit der Hauptspannungsrichtung A als Axe. Jede berührende Ebene derselben besitzt in der Berührungserzeugenden die ihr zugeordnete Schubspannungsrichtung.

Die Schubspannungsfläche geht über in die Rotationsfläche

$$c^2 x^2 (y^2 + z^2) = 1$$

s Axe und BC als asymptotischer Ebene. Sie ent-ch Drehung einer gleichseitigen Hyperbel um eine mptoten.

Kegelflächen gleicher Schubspannung sind Rotations- A als Axe.

Hauptschubspannung besitzt die Grösse

$$\pm \frac{A - B}{2},$$

n allen Erzeugenden jenes Rotationskegels um A als dessen Oeffnung 90^0 ist.

spannungslosen Geraden aller Ebenen liegen sämmt-r Hauptspannungsebene BC.

jene Ebenen, welche durch A gehen, machen eine e; für diese ist jede durch O gehende Gerade slos.

1896. ANNALEN № 4.
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND 57.

1. *Methode zur Prüfung der Fresnel'schen Formeln in ihrer Abhängigkeit vom Einfallswinkel und der Farbe des Lichtes;* von *D. W. Murphy.*

Einleitung.

Seit Fresnel seine berühmten Formeln über die Intensität des reflectirten Lichtes aufgestellt hat, ist die experimentelle Prüfung derselben Gegenstand vielfacher und eingehender Untersuchungen gewesen. Dabei ist von all den verschiedenen Prüfungsmethoden die im Princip einfachste, die photometrische, relativ sehr spät zur Anwendung gekommen. Es liegt dies zum grossen Theil an der bisherigen Ungenauigkeit der photometrischen Messungen überhaupt, welche im Speciellen bei der geringen Menge des an Glasflächen reflectirten Lichtes noch beträchtlich erhöht wird. Aus diesem Grunde zieht Hr. Rood[1]) es vor, das durch eine Glasplatte *hindurchgegangene* Licht zu messen. Erst Lord Rayleigh[2]) und fast zu gleicher Zeit Conroy[3]) wählen den experimentell schwierigeren, aber entschieden einwandsfreieren Weg, direct die *reflectirte* Lichtmenge zu photometriren. Um die grossen Lichtverluste durch Diffusion zu vermeiden, welche die Benutzung der gewöhnlichen Photometer mit sich bringt, verwendet Rayleigh nur *regelrechte* Spiegelungen des Lichtes von der Lichtquelle an bis zum Auge hin. Er deutet die verschiedenen Werthe, welche er für verschiedene Platten erhält dahin, dass nur die *frisch polirten* Glasflächen mit der Theorie übereinstimmende Werthe liefern.

1) Rood, American Journ. of Science **50**. p. 1.

2) Lord Rayleigh, Proceedings of the Royal Society of London **41**. p. 275.

3) Conroy, Philos. Trans. of the Royal Society of London **180 A**. p. 245. 1889.

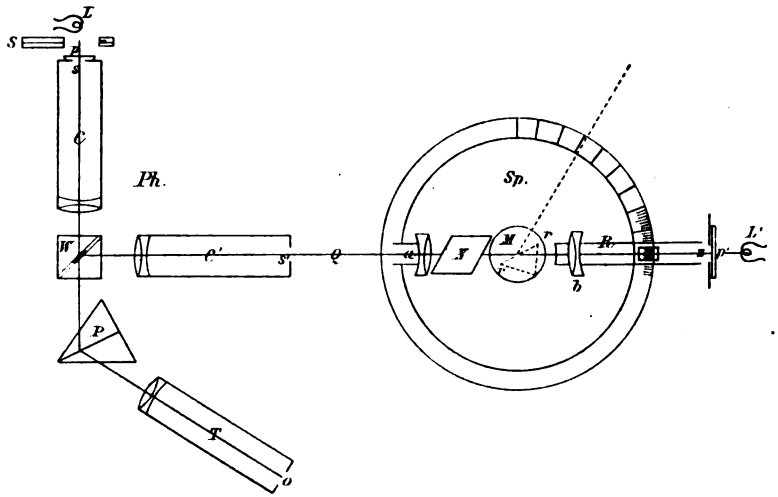
roy bestimmt sowohl die an Glasplatten reflectirten durch sie hindurchgehenden Lichtmengen und zwar n von verschiedener Dicke, um hierdurch den Grund weichungen zu finden, welche zwischen Rechnung und ung auftreten. Sein Resultat lautet dahin, dass je *Art der Politur* die Grösse der reflectirten Lichtne ganz verschiedene ist.

diese Streitfragen schon Grund genug, um von neuem tion an spiegelnden Flächen zu untersuchen, so kam noch ein anderer Grund dazu. Sowohl Rayleigh oy haben bei ihren Versuchen *weisses* Licht angewandt Brechungsquotienten für die hellsten Strahlen der zu Grunde gelegt; auch verwenden sie gewöhnliches *rtes* Licht. Ueber die Abhängigkeit der reflectirten ge von der Wellenlänge und die Bestimmung derr bestimmte Farben ist wenigstens auf rein *photo*Wege meines Wissens überhaupt noch nicht geworden. [1])

werde im Folgenden zeigen, dass sich mit Hülfe des -Brodhun'schen Spectralphotometers in Verbindung rotirenden Sector zur messbaren Lichtschwächung

wurden und zwar in der Anordnung, wie sie bei den Versuchen getroffen war.

Das Spectralphotometer Ph. von Lummer und Brodhun[1]) besteht aus den drei Spaltrohren *C*, *C'* und *T*, dem Photometerwürfel *W* und dem Zerstreuungsprisma *P*. Bei richtiger Justirung der verschiedenen Theile erblickt ein beim Ocularspalt *o* befindliches Auge durch das Objectiv des Rohres *T* als Lupe die verschiedenen Felder des Photometerwürfels mit scharfen Kanten aneinander stossend und zwar die einen erleuchtet vom Licht des Spaltes *s*, die anderen vom Licht des Spaltes *s'*. Zur Beleuchung von *s* und *s'* dienen die Glühlampen *L* und *L'*, welche von demselben Accumulatorenstrome



hintereinander durchflossen werden. Ihre Leuchtkraft beträgt je etwa 50 Hefnerlicht. Während die Lichtquelle *L* fest mit dem Spectralphotometer verbunden ist, und ihr Licht direct auf den Spalt *s* sendet, ist die Glühlampe *L'* auf einem besonderen Apparat montirt, dem Hülfsspectrometer *Sp*. Dasselbe besteht aus einer Schieferplatte von 50 cm Durchmesser, auf welcher am Rande eine Gradtheilung eingeschnitten und um deren verticale Axe bei *M* die Metallschiene *R* drehbar ist. Dieser Arm gleitet bei seiner Drehung entlang der Theilung, sodass die Grösse der Drehung bequem abgelesen wer-

1) O. Lummer u. E. Brodhun, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **12**. p. 132. 1892.

. Auf ihm sitzen beweglich das Objectiv *b* und der welcher mit einer mattirten Glassplatte oder Milch- *p'* bedeckt ist. Eine ebensolche Platte *p* ist vor imatorspalt *s* des Spectrophotometers befestigt.

dem Spalte *z*, fest mit der Schiene *R* verbunden, sich die Lichtquelle *L'*, welche die matte Scheibe euchtet. Man justirt die Linse *b* so, dass die von nden Strahlen parallel aus ihr austreten und senk- Umdrehungsaxe der Schiene *R* verlaufen. Es bleibt rahlengang dann bei jeder Stellung von *R* erhalten. *Nullstellung* treffen die parallel aus *b* austretenden auf ein zweites Objectiv *a*, welches dieselben in rennebene vereinigt. Diese Linse *a* ist auf einer *Q* beweglich, welche ihrerseits fest auf der Schiefer- fsitzt. Dieses *in sich* justirte Hülfsspectrometer orien- jetzt als Ganzes so, dass das Spaltbild von *z* bei *s'* kommt, und dass dieses Bild wiederum deutlich im lt des Fernrohres *T* abgebildet wird. Deckt sich mit dem Bilde des Spaltes *s*, so sieht das vor den lt gebrachte Auge die Photometerfelder erleuchtet die reflectirenden Felder von der Lichtquelle *L*

Als Messapparat zur Lichtschwächung benutzte man einen rotirenden Sector S zwischen Lichtquelle L und Spalt s. Die Grösse der Sectoröffnung konnte *während der Rotation* beliebig geändert werden von 180 bis 0^0 und war bis auf $^1/_{25}{}^0$ genau ablesbar.

Zwischen die Linse a und das Tischchen M kann ein in seiner Fassung drehbares Nicol'sches Prisma N gesetzt werden.

I. Abhängigkeit der gespiegelten Lichtmenge von der Wellenlänge des Lichtes.

Der einfachste Weg, um die Abhängigkeit der gespiegelten Lichtmenge von der Wellenlänge zu bestimmen, ist der folgende. Man sucht das Intensitätsverhältniss zwischen den Lichtquellen L' und L für zwei Farben und zwar erst für die *directen*, sodann für die *gespiegelten* Strahlen und bildet den Quotienten beider Verhältnisse. Die Messung selbst ist relativ einfach. Man bringt zunächst die Spalte des in sich justirten Spectralphotometers auf gleiche Breite, dreht die bewegliche Schiene R in ihre Nullstellung und regulirt bei einer mittleren Oeffnung des rotirenden Sectors die Entfernung der Lampe L so, dass nahe photometrische Gleichheit für die zu vergleichende Farbe vorhanden ist. Jetzt lässt man alles bis auf den rotirenden Sector ungeändert und macht durch Oeffnen und Schliessen desselben genaue photometrische Einstellungen. Hat man zehn Ablesungen für die eine Wellenlänge ausgeführt, so geht man durch Drehen des Beobachtungsrohres T zu einer anderen Farbe über und stellt wiederum mittels des rotirenden Sectors gleiche Helligkeit der Photometerfeder her. Dividirt man die so erhaltenen Sectoröffnungen O_l und O_λ für die Wellenlängen l und λ, so ergibt der Quotient O_l / O_λ das Intensitätsverhältniss J_d bei *directer* Strahlung.

Hierauf geht man zur Reflexion über, indem man die Schiene R aus der Nullstellung herausbewegt und die spiegelnde Prismafläche richtig justirt. Wollte man jetzt photometrische Gleichheit herstellen, so müsste man wegen der geringen Lichtstärke des reflectirten Lichttheils den Sector bedeutend verkleinern. Um die damit verbundenen, wenn auch noch so geringen Fehler zu vermeiden, lässt man daher den Sector lieber unverändert und entfernt die Lichtquelle L bis unge-

ichheit vorhanden ist.[2]) Die genaue Einstellung er-
auf wieder durch Schliessen und Oeffnen des Sectors;
t sie für dieselben Wellenlängen l und λ wie zuvor
erhält das Verhältniss $J_r = O_l / O_\lambda$, wenn jetzt O_l
ie zu l und λ gehörigen Sectoröffnungen bedeuten.
ient J_r / J_g gibt dann direct an, um wieviel Licht der
ge λ mehr oder weniger reflectirt wird als Licht der
ge l. Es werde ein Beispiel für die Wellenlängen
nd 670 µµ gegeben. Bei der Nullstellung war ge-
$O_\lambda = 81.33°$ und $O_l = 73.76°$; also wird: $J_g =$
.73 = 1.074. Für die reflectirten Strahlen unter
nfallswinkel von 20° war dagegen gemessen: $O_l =$
d $O_\lambda = 73.35°$, woraus sich berechnet: $J_r = 80.25/73.35$

t man das Verhältniss

$$\frac{J_r}{J_g} = \frac{1.094}{1.074} = 1.019 ,$$

Einige Messungen wurden auch noch mit farbigen Platten angestellt, deren Rückseite mit Asphaltlack überzogen war. Sowohl rothe wie blaue Gläser zeigten gleich ungefärbten Gläsern für blaue Strahlen eine stärkere Reflexion wie für rothe, sodass die Zusammensetzung des reflectirten Lichtes nicht durch Färbung des spiegelnden Glases geändert wird. Die hierbei erhaltenen Resultate konnten mit der Theorie nicht verglichen werden, da der Brechungsexponent der Glasplatten unbekannt war.

II. Bestimmung der reflectirten Lichtmenge für verschiedene Farben.

Um den *absoluten* Betrag der reflectirten Lichtmenge für eine gewisse Farbe zu messen, muss man bei gewisser Stellung des Fernrohres T die *gesammte* Lichtmenge, welche die Lichtquelle L' bei der Nullstellung der Schiene R in das Photometer sendet, vergleichen mit dem *Bruchtheil*, den hiervon die spiegelnde Fläche nach dort reflectirt, falls die Schiene R aus ihrer Nullstellung gedreht wird und das Licht von L' unter Benutzung der spiegelnden Fläche nach s' gelangt. Der Vergleichung der directen mit der gespiegelten Lichtmenge stehen aber zwei Schwierigkeiten entgegen. Erstens ist der reflectirte Antheil besonders bei kleinen Einfallswinkeln gering (etwa 4 Proc.) gegenüber der einfallenden Lichtmenge[1]) und zweitens wird, besonders bei grossen Einfallswinkeln, das Licht durch die Spiegelung theilweise polarisirt.

Der erstere Umstand führt auf kleine Winkel des rotirenden Sectors; die theilweise Polarisation des Lichtes gibt zu Fehlern Veranlassung, da im Spectralphotometer das brechende Prisma P *polarisirende* Wirkung hervorbringt.

Man vermeidet den letzteren Fehler vollständig und macht die polarisirende Wirkung im Prisma P unschädlich, wenn man einen Polarisator N zwischen die spiegelnde Prismenfläche r und die Linse a einschaltet. Als Polarisator diente ein Nicol'sches Prisma von 45 × 45 mm Oberfläche (Apertur). Bei dieser Anordnung wurde also das Verhältniss der directen und

1) Aus diesem Grunde sah Rayleigh von der Benutzung gewöhnlicher Photometer mit *diffusen* Schirmen ganz ab.

n Strahlenmenge nur für eine ganz bestimmte Polari-
ne gemessen, deren Lage mit derjenigen des Nicols
ch ist. Um die Messungen mit der Berechnung ge-
Fresnel'schen Formeln vergleichen zu können, muss
r auch die Lage der Ebene von *N* genau kennen.
rechnete man aus dem Brechungsquotienten *n* des
den Prismas mit Hülfe der Brewster'schen Gleichung
len Incidenzwinkel *i* aus, für welchen das reflectirte
ade *vollständig* polarisirt ist. Dann drehte man den
en Arm, bis die Strahlen unter dem Winkel *i* auf die
äche auffielen und beobachtete, bei welcher Lage des
s von *L'* beleuchtete Photometerfeld am dunkelsten
) Bei dieser Lage des Nicols steht seine Polari-
ne *senkrecht* zur Einfallsebene des Lichtes. Mittels
kreises an der Nicolfassung konnte dann leicht jede
te Lage der Polarisationsebene bis auf 5′ genau ver-
werden. Nach vollzogener Justirung des Nicols wurde
gliche Schiene in die Nullstellung zurückgebracht, das
de Prisma abgenommen und mittels des rotirenden
leichheit der Photometerfelder hergestellt. In dieser
den 5 Einstellungen gemacht. Hierauf drehte man

Die Messungen wurden für die Wellenlängen 670 $\mu\mu$ und 535 $\mu\mu$ und zwar bei drei verschiedenen Lagen der Polarisationsebene (Azimut 0^0, 45^0 und 90^0) ausgeführt. Die Resultate sind in den folgenden Tabellen angegeben. Darin bedeutet J den Einfallswinkel der Strahlen an der reflectirenden Fläche rr. Die beobachteten Zahlen sind die Werthe je nur *einer* Beobachtungsreihe und *keine Mittelwerthe* mehrerer Reihen. Die berechneten Zahlen sind mit Hülfe der Fresnel'schen Formel abgeleitet worden unter Zugrundelegung der gemessenen Brechungsindices für 670 $\mu\mu$ und 535 $\mu\mu$ für welche die Werthe 1,55896 und 1,56462 gefunden wurden.

Die Differenzen zwischen beobachteten und berechneten Werthen sind direct angegeben und wegen der verschiedenen Grösse der reflectirten Lichtantheile nicht auf procentische Angaben umgerechnet worden.

Tabelle II.

Licht *in* der Einfallsebene polarisirt.

J	Wellenlänge 670 $\mu\mu$			Wellenlänge 535 $\mu\mu$		
	beobachtet	berechnet	Differenz	beobachtet	berechnet	Differenz
20°	5,60	5,58	+0,02	5,61	5,66	−0,05
40	9,24	8,94	+0,30	9,20	9,06	+0,14
60	19,64	19,64	±0,00	20,19	19,80	+0,39
80	55,73	56,04	−0,31	56,72	56,24	+0,48

Tabelle III.

Licht polarisirt unter 45° zur Einfallsebene.

J	Wellenlänge 670 $\mu\mu$			Wellenlänge 535 $\mu\mu$		
	beobachtet	berechnet	Differenz	beobachtet	berechnet	Differenz
20°	4,80	4,80	±0,00	5,10	4,87	+0,23
40	5,60	5,38	+0,22	5,63	5,46	+0,17
60	9,62	9,87	−0,25	10,12	9,95	+0,17
80	39,07	39,65	−0,56	39,04	39,73	−0,69

Tabelle IV.

Licht *senkrecht* zur Einfallsebene polarisirt.

J	Wellenlänge 670 $\mu\mu$			Wellenlänge 585 $\mu\mu$		
	beobachtet	berechnet	Differenz	beobachtet	berechnet	Differenz
20°	4,43	4,02	+0,41	4,38	4,08	+0,30
40	2,03	1,82	+0,21	2,00	1,86	+0,14
60	—	0,10	—	—	0,10	—
80	23,05	23,16	−0,11	22,76	23,22	−0,46

Abgesehen von den Resultaten für die kleineren Incidenzwinkel bei *senkrecht* zur Einfallsebene polarisirtem Licht stimmen Rechnung und Beobachtung im allgemeinen bis auf einige Proc. der reflectirten Lichtmenge miteinander. Dabei zeigen gerade die Werthe für die *kleinen* Einfallswinkel mehrfach eine fast vollständige Uebereinstimmung. Sprechen diese vielen von einander unabhängigen Einzelbeobachtungen einerseits für die Richtigkeit der Fresnel'schen Formeln, so legen sie andrerseits Zeugniss ab für die Genauigkeit der spectralphotometrischen Beobachtungen und der Messmethode mittels des Rotationsapparates. Da die Messungen für senkrecht zur Einfallsebene polarisirtes Licht leider nicht mehr wiederholt werden konnten, insofern das Spectralphotometer zu anderen Versuchen nothwendig gebraucht wurde, so kann ich die Ursache für die grosse Abweichung bei diesen Werthen nicht angeben. Jedenfalls ist sie nicht auf Kosten der Fresnel'schen Formel zu schreiben, sondern anderswo zu suchen.

Dies erhellt aus folgender Tabelle V, welche gleichzeitig lehrt, wie gross die Fehler sind, wenn man das Nicol N als „Strahlenfilter" *nicht* anwendet.

Tabelle V.

J	Wellenlänge 670 $\mu\mu$			Wellenlänge 535 $\mu\mu$		
	beobachtet	berechnet	Differenz	beobachtet	berechnet	Differenz
20°	4,70	4,80	−0,10	4,74	4,87	−0,13
40	4,60	5,38	−0,78	4,62	5,46	−0,84
60	7,77	9,87	−2,10	7,79	9,95	−2,16
80	34,44	39,65	−5,21	34,41	39,73	−5,32

Die für gewöhnliches Licht berechneten Werthe sind identisch mit denjenigen für Licht polarisirt unter 45° gegen die Einfallsebene (vergl. Tab. III). Für kleine Incidenzwinkel, wo sich die polarisirende Wirkung nicht sehr geltend macht, stimmen auch ohne Benutzung des Nicols N Beobachtung und Rechnung bis auf 2 Proc. überein. Bei grösseren Einfallswinkeln steigt die Differenz jedoch bis auf 20 Proc. und darüber.

In einer zweiten Arbeit werde ich die beschriebene Methode benutzen, um den Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit auf die Grösse der reflectirten Lichtmenge zu studiren.

Zum Schluss sei es mir gestattet, meinen Dank auszusprechen dafür, dass es mir gestattet war, die obigen Versuche in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt auszuführen.

oretische Untersuchungen über elastische Körper und Licht; von Paul Glan.

rie des Lichtes als Wellenbewegung der gewöhnlichen Körper.

wollen jetzt die Constante g' in dem zuvor ent-
Ausdrucke für den Vector ϱ eines Theilchens des
ausgedehnten elastischen Körpers, in dem die ebenen
t elliptischen Längsschwingungen verlaufen, als klein
. In diesem Falle werden die Bahnen der Theilchen
Ellipsen und die Intensität in einem Punkte des
die wir proportional der Summe der Quadrate der
n der beiden geradlinigen, zu einander rechtwinkligen
gen setzen wollen, aus denen sich die betrachtete
Schwingung zusammensetzt, kann proportional

$$g^2 \varepsilon^{-\frac{j\varepsilon}{2t}} + g'^2 g^2 \varepsilon^{-\frac{j\varepsilon}{2t}}$$

$$j\frac{\pi}{4}\left\{\left[\frac{\nu\left(4-\frac{e}{\nu}\right)}{\left(3-\frac{e}{\nu}\right)}+\frac{\pi^2h^2}{4}e'_{(3)}-\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2e'_{(5)}+\ldots\right]\right.$$

$$-\mathfrak{T}_0\frac{a^2e_0}{sc_p a\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}\cdot\left[\frac{e_0}{\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}+\frac{\pi^2h^2}{4}(e'_{(3)}+2e''_{(3)})-\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2(e'_{(5)}+2e''_{(5)})\right.$$

$$\left.+\ldots\right]+\mathfrak{T}_0\frac{a^2e_0}{sc_p a\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}\left[\left(\frac{k}{sc_p l^2}\frac{\pi^2}{2}-\left(\frac{k}{sc_p l^2}\right)^2\frac{2}{\pi h}\frac{3\pi^4}{16}\right)\left(e'_{(2)}+2e''_{(2)}\right.\right.$$

$$\left.-\frac{\pi^2h^2}{4}(e'_{(4)}+2e''_{(4)})+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2(e'_{(6)}+2e''_{(6)})-\ldots\right)\Big]=-\frac{\pi^3h}{8}\left[e'_{(2)}\right.$$

$$\left.-\frac{\pi^2h^2}{4}e'_{(4)}+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2e'_{(6)}-\ldots\right]+\mathfrak{T}_0\frac{a^2e_0}{sc_p a\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}\left[\frac{k}{sc_p l^2}\frac{\pi^3}{8h}\right.$$

$$\left.-\left(\frac{k}{sc_p l^2}\right)^2\frac{4}{\pi^2h^2}\frac{\pi^6}{64}\right]\cdot\left[\frac{e_0}{\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}+\frac{\pi^2h^2}{4}(e'_{(3)}+2e''_{(3)})-\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2(e'_{(5)}\right.$$

$$\left.+2e''_{(5)})+\ldots\right]-\frac{\mathfrak{T}_0a^2e_0}{sc_p a\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}\frac{\pi^3h}{8}\left[e'_{(2)}+2e''_{(2)}-\frac{\pi^2h^2}{4}(e'_{(4)}\right.$$

$$\left.+2e''_{(4)})+\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2(e'_{(6)}+2e''_{(6)})-\ldots\right].$$

Die Kleinheit des Factors $(k/sc_p l^2)^2\,4/\pi^2h^2$ berechtigt dazu, das mit diesem Coefficienten behaftete Glied auf der rechten Seite der letzten Gleichung gegen die anderen Glieder zunächst zu vernachlässigen. Aus der letzten Gleichung ergiebt sich dann, wenn wir sie nach j auflösen und in dem so für j erhaltenen Bruche Zähler und Nenner mit

$$\frac{\mathfrak{T}_0a^2e_0}{sc_p a\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}\left[\frac{e_0}{\left(3-\frac{e_0}{\nu_0}\right)}+\frac{\pi^2h^2}{4}(e'_{(3)}+2e''_{(3)})\right.$$

$$\left.-\left(\frac{\pi^2h^2}{4}\right)^2(e'_{(5)}+2e''_{(5)})+\ldots\right]$$

dividiren, für j der durch die folgende Gleichung bestimmte Werth:

$$\frac{k}{s\,c_\mu\,l^2}\,\frac{\pi^2}{2\,h}-\frac{\pi^2\,h}{2}\left[e'_{(2)}+2\,e''_{(2)}-\frac{\pi^2\,h^2}{4}\,(e'_{(4)}+2e''_{(4)})\right.$$

$$\left.\frac{h^2}{4}\right)^2(e'_{(6)}+2\,e''_{(6)})-\ldots\Big]:\left[\frac{e_0}{\left(3-\frac{e_0}{r_0}\right)}+\frac{\pi^2\,h^2}{4}\,(e'_{(3)}+2\,e''_{(3)})\right.$$

$$\left.\frac{h^2}{4}\right)^2(e'_{(5)}+2\,e''_{(5)}+\ldots\Big]-\frac{\pi^2\,h}{2}\left[e'_{(2)}-\frac{\pi^2\,h^2}{4}\,e'_{(4)}\right.$$

$$\left.h^2\right)^2e'_{(6)}-\ldots\Big]:\frac{\mathfrak{T}_0\,a^2\,e_0}{s\,c_\mu\,\mathfrak{a}\left(3-\frac{e_0}{r_0}\right)}\left[\frac{e_0}{\left(3-\frac{e_0}{r_0}\right)}+\frac{\pi^2\,h^2}{4}(e'_{(3)}+2\,e''_{(3)})\right.$$

$$\left.h^2\right)^2(e'_{(5)}+2\,e''_{(5)})+\ldots\Big]\Big\}:\Big\{1+\Big[\frac{k}{s\,c_\mu\,l^2}\,\frac{\pi^2}{2}$$

$$\frac{k}{c_\mu\,l^2}\Big)^2\frac{3\,\pi^3}{8\,h}\Big]\Big[e'_{(2)}+2\,e''_{(2)}-\frac{\pi^2\,h^2}{4}\,(e'_{(4)}+2\,e''_{(4)})+\Big(\frac{\pi^2\,h^2}{4}\Big)^2(e'_{(6)}$$

$$)-\ldots\Big]:\Big[\frac{e_0}{\left(3-\frac{e_0}{r_0}\right)}+\frac{\pi^2\,h^2}{4}\,(e'_{(3)}+2\,e''_{(3)})-\Big(\frac{\pi^2\,h^2}{4}\Big)^2(e'_{(5)}$$

ergiebt sich dann als *erster Ausdruck für* j der durch die folgende Gleichung bestimmte Werth desselben:

$$j = \frac{\pi^2}{2} \frac{k}{s c_p l^2 h},$$

und danach bei demselben Grade der Vernachlässigung, wie er eben angewandt wurde, für den *Vernichtungsindex* $j : 4l$ der in folgender Gleichung enthaltene Werth:

$$\frac{j}{4l} = \frac{\pi^2}{8} \frac{k}{s c_p l^3 h}.$$

Wenn wir die Beziehung zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit V, der Wellenlänge $4l$ und der Schwingungszahl $h : 4$ der betrachteten Wellenbewegung in Betracht ziehen, welche durch die Gleichung

$$V = lh$$

ausgedrückt wird, lässt sich aus der vorletzten Gleichung die folgende ableiten:

$$\frac{j}{4l} = \frac{\pi^2}{8} \frac{k h^2}{s c_p V^3}.$$

Bezeichnen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Weltenraume für ebene Wellen derselben Art und von derselben Schwingungsdauer mit V_0, so kann aus der letzten Gleichung durch Einführung von V_0 die weitere Gleichung erhalten werden:

$$\frac{j}{4l} = \frac{\pi^2}{8} \frac{k h^2}{s c_p V_0^3} \cdot \frac{V_0^3}{V^3},$$

und wenn für das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der hier behandelten Wellenbewegung im Weltenraume und in dem untersuchten Körper abkürzend n gesetzt wird, wenn wir also schreiben:

$$n = V_0 : V,$$

nimmt die vorletzte Gleichung die einfachere Form an:

$$\frac{j}{4l} = \frac{\pi^2}{8} \frac{k}{s c_p} \frac{h^2 n^3}{V_0^3}.$$

Wir können noch in sie statt der Schwingungszahl $h : 4$ die dieser Wellenbewegung im Weltall zukommende Wellenlänge $4l_0$ einführen, indem wir statt $h^2 : V_0^2$ schreiben — da $l_0 h = V_0$ — l_0^{-2} und gelangen dann zu dem durch die folgende Gleichung be-

annähernden Ausdruck für den Vernichtungsindex der en Wellenbewegung bei schwach absorbirenden Körpern:

$$\frac{j}{4\,l} = \frac{\pi^2}{8}\,\frac{k}{s\,c_p}\,\frac{n^3}{V_0\,l_0^2}.$$

unbekannten elastischen Constanten $e'_{(2)}$, $e''_{(2)}$, $e'_{(3)}$, $e''_{(3)}$,... ir nun solche Werthe geben, dass sich nach der g (I) der vorhergehenden Untersuchung für die Fort- sgeschwindigkeit V der betrachteten ebenen Wellen der giebt, welcher Lichtwellen von derselben Schwingungs- den untersuchten elastischen Körper zugehört. In lle ist n in der Gleichung (III) der absolute Brechungs- Licht mit der Wellenlänge $4\,l_0$ im Weltenraume. Die ite der letzten Gleichung enthält dann nur Grössen, ir viele Stoffe experimentell bestimmt sind, und für t sich dann der Vernichtungsindex nach jener Glei- rechnen.

werden sie hierbei auch für *Flüssigkeiten* anwenden, aus der Fortpflanzung von Schallschwingungen in iebt, dass sie gedehnt und comprimirt werden können Theile folglich auch Verdrehungen erleiden können,

bewegung in Bezug auf diese Körper eine sehr gute Durchlassfähigkeit für grosse Wellenlängen von der Ordnung langer Lichtwellen ergiebt, wenn wir sie in Bezug auf sie als schwach absorbirend ansehen, sodass die Gleichung (III) zur Bestimmung ihres Vernichtungsindex $j : 4l$ angewendet werden kann. Diese Gleichung (III) würde bei solchen Wellen noch anwendbar sein, wenn die Intensität derselben beim Fortschreiten in den genannten Stoffen um die Strecke von einem Centimeter auf etwa ein Siebentel ihres ursprünglichen Werthes reducirt würde, denn das entspräche dem Werthe 1 des Vernichtungsindex $j : 4l$ und j selbst bliebe dabei klein, von der Ordnung langer Lichtwellen, wie es zur Gültigkeit der Gleichung (III) nöthig ist. Das Absorptionsvermögen der betreffenden Stoffe für Licht von grosser Wellenlänge ist jedoch nach diesen Versuchen von Raoul Pictet beträchtlich geringer anzunehmen, als es einer Intensitätsverminderung auf 1 : 7 des Anfangswerthes beim Fortschreiten der Wellen um einen Centimeter entspräche.

Unter den von Pictet untersuchten zuvor genannten Stoffen sind mir für zwei unter ihnen, nämlich für *Kohlenpulver* und *Glaswolle*, sämmtliche physikalischen Constanten bekannt geworden, deren Kenntniss die Gleichung (III) erfordert, um mit ihrer Hülfe den Schwächungsindex $\varepsilon^{-j/2l}$ für schwach absorbirte Wellenlängen berechnen zu können. Ich lasse diese Berechnung für grosse Wellenlängen mit der Angabe der der Rechnung zu Grunde gelegten Beobachtungsergebnisse hier folgen.

Kohlenpulver.

Nach Forbes ist für Kohle $k = 0{,}000405$, ferner das mittlere specifische Gewicht für Steinkohle $s = 1{,}35$, weiter die specifische Wärme bei constantem Druck für Steinkohle $c_p = 0{,}20085$ nach Regnault und der Brechungsindex für Steinkohle für rothes Licht $n = 1{,}701$ nach Jamin. Den letzteren Werth habe ich als annähernd richtig auch für die überrothen Lichtwellen angenommen. Für die Wellenlänge $4l_0$ im Weltenraume gleich 0,001 cm ergiebt sich danach, wenn für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Weltall V_0 das Mittel der Bestimmungen von Cornu, Michelson,

und Young genommen wird, nämlich der Werth
172 . 10^{10} cm:

$$\frac{j}{4l} = 4{,}833 \,.\, 10^{-6}$$

ach

$$\frac{j}{4l} = 4{,}833 \,.\, 10^{-4}$$

Vellenlänge $4 l_0 = 0{,}0001$ cm. Da bei diesen kleinen der Vernichtungsindices statt $\varepsilon^{-j:2l_0}$ genommen werden $j:2l_0$, so würde sich für die Wellenlänge 0,001 cm ohle ein Lichtverlust von nahe ein Tausendstel der ichen Intensität ergeben nach dem Fortschreiten der n einen Meter und ein solcher im gleichen Falle um Zehntel für Wellen 0,0001 cm lang.

Glaswolle.

innere Wärmeleitungsfähigkeit k des Glases habe ich a Rive gleich 0,0013 genommen und für das speci- wicht s das des gewöhnlichen Glases 2,6, für die Wärme den Mittelwerth c_p gleich 0,193, den t für Glasthränen gemessen hat, und den Brechungs-

angesehen werden darf, führt deshalb für lange Wellen von der Ordnung der Lichtwellen auf theoretischem Wege in Bezug auf die Absorption zu demselben Resultat, welches die Untersuchungen von R. Pictet für lange Lichtwellen ergeben haben.

Hankel hat den Absorptionscoefficienten eines Glases für die auf Chlorsilber wirkenden Strahlen bestimmt. Das Maximum der Wirkung fällt den blauen Strahlen zu, jedoch ist die Wirkung des gewöhnlichen Spectrums vom Blau aus gegen Roth hin sehr schwach, während sie sich nach dem Violett ausdehnt. Es schien mir deshalb passender, die mittlere Wellenlänge der wirksamen Strahlen vom reinen Blau aus etwas nach dem brechbareren Ende des Spectrums zu verlegen und ich habe deshalb für sie diejenige der Strahlen genommen, welche der Grenze des Indigo und Blau zugehören und denen etwa die Wellenlänge $0{,}0_4458$ cm zukommt. Nach Hankel absorbirt nun eine Glasplatte von St. Gobain von 0,5 cm Dicke im Innern 10,47 Proc. von diesen Strahlen, für sie ist also:

$$\varepsilon^{-\frac{j}{4l}} = 0{,}8953,$$

und danach wird als *Ergebniss des Experimentes*

$$j : 4l = 0{,}1106$$

für $4l_0 = 0{,}0_4458$ cm und für Glas von St. Gobain.

Nach den Angaben in der Einleitung in die höhere Optik von A. Beer ist für Glas von St. Gobain das specifische Gewicht 2,329 und der Brechungsindex für $4l_0 = 0{,}0_4458$ cm gleich 1,598250 zu nehmen. Der thermische Leitungsindex des Spiegelglases, der hier wohl genommen werden kann, ist nach H. Meyer 0,0018, nach C. Christiansen 0,0022; als sein mittlerer Werth kann danach 0,0020 genommen werden. Die specifische Wärme des Spiegelglases bei constantem Atmosphärendruck gibt H. Meyer zu 0,1825 an. Daraus folgt nach der annähernd richtigen Gleichung (III) in diesem Falle als annäherndes *Resultat der Theorie*:

$$j : 4l = 0{,}009116 \quad \text{für} \quad 4l_0 = 0{,}0_4458 \text{ cm}.$$

Die Unbestimmtheit der Wellenlänge, auf welche das experimentelle Resultat zu beziehen ist, erschwert eine exacte Vergleichung der Theorie und des Experimentes.

die Metalle scheinen nach einigen vorliegenden
ungen für die längeren, überrothen Wellen der
bei weitem nicht so undurchsichtig zu sein, wie für
baren, von ihnen ausgesandten Wellen. So fand
er, welcher die radiophonische Wirkung des Lichtes
ss Zink-, Kupfer- und Aluminiumplatten von 0,01 cm
cm Dicke, die in die Bahn des Lichtes eingeschaltet
diese Wirkung nicht vollkommen aufzuheben ver-
Dass diese Metallschichten von einer Stärke, welche
für solche Schichten zum Zwecke der Untersuchung
hstrahlbarkeit angewandte weit übertraf, noch wirk-
gen der Wellen vom Violett bis Roth hindurchgelassen
lten, scheint mir nach den bekannten Werthen der
ngsindices der auf ihr Absorptionsvermögen unter-
Metalle nicht annehmbar. Auch für Ueberviolett
las nicht voraussetzbar, denn D. Liveiing und
r fanden, dass dünne Silberschichten auf Quarz
ur Lichtwellen von der Länge $3{,}350 . 10^{-5}$ cm bis
ge $3{,}090 . 10^{-5}$ cm verhältnissmässig gut hindurch-
dass dagegen die geprüften Schichten überviolette

der Strahlung gebracht wurden und 0,7° als Maass der bewirkten Erwärmung, wenn die durchstrahlten Platten 0,002 cm dicke Stanniol- oder 0,008 cm starke Bleifoliescheiben waren. Die Einschaltung eines Doppelschirmes aus Weissblech mit Luft zwischen den einzelnen Schirmen ergab als Maass der dann auftretenden Erwärmung nur 0,02°; mithin war in den vorigen Fällen sicher eine Wirkung der Strahlung durch die betreffenden Metallplatten hindurch nachgewiesen. Die Dicke der Metallscheiben war dabei ohne Einfluss und die Angaben bezogen sich auf den zu erreichenden stationären Zustand. Ein sofortiges Aufhören des Ausschlages des Galvanometers unmittelbar nach dem Aufhören der Bestrahlung oder wenigstens starkes Vermindern desselben in diesem Falle spricht dann dafür, dass nur die durchgehende Strahlung und nicht die Leitung der Wärme von ihrer der Locatellilampe zugewandten Seite zu der ihr abgewendeten die Ursache der beobachteten Erwärmung der Löthstelle der Thermosäule war.

Auch W. Wien, der die Intensitäten der von dünnen Metallschichten hindurchgelassenen Strahlungen eines leuchtenden und nichtleuchtenden Bunsen'schen Brenners maass und verglich, gibt an, dass die dunklen Strahlen nicht stärker absorbirt werden als die hellen; bei einigen Silberschichten ergab sich sogar eine erheblich geringere Schwächung der nichtleuchtenden Strahlung als der leuchtenden. Und wenn auch für leuchtende Flammen der Energiebetrag der sichtbaren Strahlung nur klein gegen den der Gesammtstrahlung zu sein scheint, so beträgt der erstere nach C. Hutchins 2,4 Proc. des letzteren für eine Normalkerze und nach J. Courry 1,75 Proc. für die Flamme eines Argandbrenners, wenn also auch in den beiden von W. Wien geprüften Flammen die Hauptmenge der wirksamen Strahlung als von derselben Art anzunehmen ist, so sprechen seine Experimente doch mehr für eine geringere Absorption der ultrarothen Strahlung, als der leuchtenden.

Bei der überaus grossen Wichtigkeit, welche mir die Versuche von Raoul Pictet zu haben scheinen, die Erniedrigung der Temperatur möglichst weit zu treiben, will ich die erlangten theoretischen Resultate benutzen, um Substanzen

en, welche für die strahlenden Körpern sehr niedriger ur zugehörigen sehr langen Wellen weniger gut durch- d, als die von jenem untersuchten, schlecht wärme- Materialien; es liesse sich dann wohl mit ihrer Be- eine Temperatur unter -213^{0} C. herstellen. Den Nullpunkt der Temperatur zu erreichen und noch e Temperaturen zu erzielen, als die seine, was mög- von höchster Wichtigkeit ist, scheint mir ein sehr ndes Ziel der experimentellen Forschung. Ich lasse nach Gleichung (III) berechneten Werthe des Ex- ndex $j:4l$ für eine weitere Anzahl von Materialien d zwar für die Wellenlänge 0,001 cm im Weltall, r Annahme, dass die betreffenden Substanzen für on dieser Länge als schwach absorbirende in dem äuterten Sinne zu betrachten sind, wie es zur Geltung hung (III) nothwendig ist.

Eisen.

den Refractionsindex n fandt A. Kundt im rothen

$k =$	0,172	— R. W. Stewart
	0,1587	— A. Berget
	0,1875	— A. Crichton Mitchell
	0,2034	— P. G. Tait
	0,1665	— Lorenz
	0,1988	— K. Ångström
	0,18115	— Mittelwerth.

Für das specifische Gewicht s nahm ich den Mittelwerth 7,86 und die specifische Wärme bei constantem Druck c_p nach dem Mittel der folgenden Bestimmungen von K. Ångström, der 0,111641, Regnault, welcher 0,11379, und Bède, der 0,1112 fand, zu 0,11221 an. Es haben hier und im Folgenden V_0 und $4\,l_0$ die vorher angegebenen Werthe und damit ergiebt sich für Fe und die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm im Weltenraume

$$j : 4\,l = 4{,}006\,.\,10^{-3}.$$

Das Eisen zeigt also ein enorm grösseres Absorptionsvermögen für diese langen Wellen, als die schlechten Wärmeleiter Kohle und Glaswolle, denn während jene bei der Progression der betrachteten Wellen um einen Meter einen Intensitätsverlust um ein Tausendstel, beziehlich ein Fünfhundertstel herbeiführen, beträgt er beim Eisen in diesem Falle etwa die Hälfte, genauer 0,4665. Zufolge des hohen Reflexionsvermögens des Eisens für grosse Lichtwellen würde eine Umhüllung des stark abzukühlenden Apparates mit einem System von starken Eisenplatten, welche durch Schichten schlecht die Wärme leitenden Materiales getrennt und auf ihren Innenseiten stark berusst, auf ihren Aussenseiten polirt wurden, einen beträchtlich besseren Schutz gegen die Zustrahlung von Wellen bieten, welche der Hauptstrahlung von Körpern sehr niedriger Temperatur entsprechen, falls das Eisen in dem oben auseinandergesetzten Sinne für diese Wellen zu den schwach absorbirenden Substanzen zu zählen ist.

Kupfer.

Den Brechungsindex des Kupfers für rothes, der Linie C etwa entsprechendes Licht entdeckte A. Kundt zu 0,45; D. Shea bestimmte ihn zu 0,35 für der Linie Li α zugehöriges Licht. Den mittleren Werth 0,40 habe ich danach für den des Refractionsindex des Kupfers für lange Wellen genommen.

den thermischen Leitungsindex ermittelt
seren Zahl von Experimentaluntersuchunge
ngen:

1152 — G. Kirchhoff und Hansemann — Cu ph
3195 — H. F. Weber
3333 — R. Wachsmuth
10 — R. W. Stewart
0405 — A. Berget
17706 — A. Crichton Mitchell — Cu (Crown)
9808 — P. G. Tait
1550 — A. Crichton Mitchell — Cu (Crown)
774 — A. Crichton Mitchell
7198 — Lorenz
9823 — K. Ångström
3955 — P. G. Tait

l wird k gleich 0,807705 für Kupfer.
ngen von R. Wachsmuth, der die specifis
ntem Druck gleich 0,0932, von W. Richard
) und Bède, der sie gleich 0,09331 fan
ittelwerth $c_p = 0{,}09347$ für Cu. Für das
ist das Mittel 8,92 für Cu.
ch bestimmt sich der Extinctionsindex d
trachteten Wellen

von Bunsen gefundene Werth 0,0559 und für das specifische Gewicht s sein Mittelwerth 10,53 genommen.

Mit diesen Zahlenwerthen ergiebt sich der Extinctionsindex des Silbers für Wellen von 0,001 cm Länge der hier untersuchten Art

$$j : 4\,l = 4{,}206 \,.\, 10^{-5}.$$

Die Diathermanität des Silbers steht danach also der des Kupfers ausserordentlich nahe; es absorbirt von diesen Wellen bei gleicher Dicke nur sehr wenig mehr als dieses.

Wismuth.

Der Refractionsindex für die hier untersuchten Wellen wurde nach A. Kundt zu 2,61 genommen, welchen Werth er nach jenem für das etwa der Linie C entsprechende Licht hat. Der thermische Leitungsindex ist nach H. F. Weber 0,0108 und nach Lorenz 0,0177, sein Mittelwerth demnach 0,01425. Nach dem Mittel der Bestimmungen von Kopp, welcher 0,0305 und Bède, der 0,02979 für die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck fand, ergiebt sich $c_p = 0{,}0301$ und der mittlere Werth des specifischen Gewichtes s ist 9,80. Danach bestimmt sich

$$j : 4\,l = 5{,}646 \,.\, 10^{-4}$$

für Wismuth und die betrachteten langen Wellen. Seine Diathermanität für diese Wellen liegt also zwischen der des Eisens und des Kupfers, aber sie steht derjenigen des Eisens viel näher als der des Kupfers.

Platin.

Unter Zugrundelegung des vorher angegebenen, von H. F. Weber ermittelten Werthes des inneren Wärmeleitungsvermögens des Silbers und des von G. Wiedemann und R. Franz gegebenen Verhältnisses dieser Grösse für Pt zu der für Ag, 0,094, ergab sich 0,10305 als Werth des inneren thermischen Leitungsindex k des Platins. A. Kundt bestimmte seinen Brechungsindex für rothes, der Linie C nahestehendes Licht zu 1,76 und D. Shea für das der Linie Li α entsprechende zu 2,02. Das Mittel dieser Resultate 1,89 habe ich als Refractionsindex für die betrachteten langen Wellen genommen. Aus den Werthen 0,314 von Dulong, 0,3243 von

t und 0,0325 von Kopp für die specifische Wärme c_p
ntem Atmosphärendruck folgt als Mittelwerth der-
3211. Für das specifische Gewicht s habe ich das
zten Platins 22,07 genommen; mit diesen Werthen

$$j : 4\,l = 6{,}458 \,.\, 10^{-4}$$

und die betrachtete Wellenbewegung. In Betreff
thermansie ist es zwischen Eisen und Wismuth ein-
es liegt aber in dieser Hinsicht dem letzteren viel

Aluminium.

nz bestimmte das innere thermische Leitungsver-
desselben zu 0,3435, Regnault seine specifische
ei constantem Atmosphärendruck c_p zu 0,21224,
0,202; aus den beiden letzten Angaben ergiebt sich
er Werth von c_p 0,20712. Der Mittelwerth seines
n Gewichtes s ist 2,60. Den Refractionsindex n habe
angegeben gefunden. Danach bestimmt sich für die
ge 0,001 cm im Weltall

Cadmium.

Für den thermischen Leitungsindex ermittelte H. F. Weber den Werth 0,2213 und Lorenz 0,2200, als mittlerer Werth ergiebt sich danach 0,22065; die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck fand Kopp gleich 0,0542, Regnault gleich 0,05669 und Bunsen gleich 0,0548, ihr Mittelwerth ist danach 0,05523. Das mittlere specifische Gewicht ist 8,60. Demnach folgt für $4\,l_0 = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\,l = 2{,}997\,n^3 . 10^{-4}.$$

Zink.

Den Wärmeleitungsindex k bestimmte Neumann zu 0,3071, H. F. Weber zu 0,3056 und G. Kirchhoff und Hansemann zu 0,2545; sein Mittelwerth ist danach 0,2891. Für die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck fand Dulong 0,0927, Regnault 0,09555, Kopp 0,0932 und Bunsen 0,0935. Ihr mittlerer Werth ist danach 0,09374; das mittlere specifische Gewicht ist 7,15 und es wird für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\,l = 2{,}837\,n^3 . 10^{-4}.$$

Zinn.

Es ergiebt sich für den inneren thermischen Leitungsindex nach H. F. Weber 0,1446, nach G. Kirchhoff und Hansemann 0,1446 und nach Lorenz 0,1528, als Mittelwerth also 0,14733. Die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck bestimmte Dulong zu 0,0514, Regnault zu 0,05623, Kopp zu 0,0548 und Bunsen zu 0,0559; ihr mittlerer Werth wird danach 0,0545. Das specifische Gewicht ist im Mittel 7,29 und es wird für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\,l = 2{,}439\,n^3 . 10^{-4}.$$

Messing.

Es ergab sich nach den experimentellen Untersuchungen der im Folgenden Genannten der innere thermische Leitungsindex

k = [illegible] — Neumann
[illegible] — H. F. Weber
[illegible] — Lorenz
[illegible] — Lorenz
[illegible] — E. Lenz
[illegible] — A. Berget
[illegible] — Mittelwerth

ifische Wärme für constanten Atmosphärendruck be-
Ergebnis für sprödes Messing zu 0,0838, für weiches
zu 0,0842, ihr mittlerer Werth ist demnach 0,0840.
Mittelwerth des specifischen Gewichtes für Gus-
8,439 und dem für Messingblech 8,545 ergiebt sich
rer Werth desselben für Messing 8,4925 und es folgt
Wellenlänge $4\lambda = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\lambda = 2{,}153\,a^2 \cdot 10^{-4}.$$

Blei.

estimmte P. G. Tait den inneren thermischen Leitungs-
0,0425, H. F. Weber zu 0,071, Lorenz zu 0,0836;
[illegible] ergibt sich daraus [illegible]. Die specifische
[illegible] Abschmelzen [illegible] Drähte
[illegible] Mittelwerth

wird danach 0,050376. Das mittlere specifische Gewicht ist 6,71 und es folgt für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\,l = 0{,}7580\,n^3 . 10^{-4}.$$

Quecksilber.

Es ermittelten den Werth des inneren thermischen Leitungsindex K. Ångström zu 0,01767, H. F. Weber zu 0,01516, Lorberg zu 0,01542 und A. Berget zu 0,2015; daraus ergiebt sich als Mittelwerth 0,01710. Für die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck fand Regnault den Werth 0,03332, Kopp 0,0335 und Petterson 0,033299 und es folgt daraus als mittlerer Werth 0,033373. Der Mittelwerth für das specifische Gewicht ist 13,55 und danach für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\,l_0 = 0{,}2488\,n^3 . 10^{-4}.$$

Gold.

Den thermischen Leitungsindex habe ich nach den Bestimmungen von G. Wiedemann und R. Franz, die das Verhältniss desselben zu dem des Silbers 0,548 fanden, unter Benutzung des von H. F. Weber für letzteres ermittelten Werth 1,096, zu 0,6007 bestimmt. Für die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck ergab sich 0,03112 als Mittel der Messungen von Dulong, der 0,0294, und Regnault, welcher 0,03244 fand. Für das specifische Gewicht habe ich den Werth 19,32, den des gemünzten Goldes, gewählt. A. Kundt maass den Refractionsindex für rothes, dem der Linie C nahestehendes Licht zu 0,38, 0,52, 0,79 und D. Shea zu 0,29 für das der Linie Li α entsprechende Licht. Danach ergiebt sich als Mittelwerth des Refractionsindex 0,495 für die längeren rothen Wellen, den ich im Folgenden für die betrachteten langen Wellen genommen habe. Daraus ergiebt sich für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\,l = 0{,}7969 . 10^{-4}.$$

Nickel.

Bestimmungen des thermischen Leitungsindex desselben sind mir nicht bekannt geworden. Ich habe deshalb die von G. Wiedemann und R. Franz aufgestellte Beziehung zwischen

der thermischen und electrischen Leitungsfähigkeit angewandt, nach der das Verhältniss derselben für zwei Substanzen bei beiden durch dieselbe Zahl bestimmt werden kann, mit Benutzung der Resultate von A. Mathiessen und A. Arndsen. Ersterer bestimmte das Verhältniss der electrischen Leitungsfähigkeiten von Nickel und Silber gleich 0,12222, letzterer zu 0,1447. Danach ergiebt sich die thermische Leitungsfähigkeit des Nickels aus der ersteren Bestimmung zu 0,1340, aus der letzteren 0,1580, also im Mittel zu 0,1463, wobei der von H. F. Weber bestimmte Werth der thermischen Leitungsfähigkeit des Silbers 1,096 zu Grunde gelegt ist. Die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck maass V. Regnault zu 0,11095, W. Voigt gleich 0,1085 und A. Naccari zu 0,10427, und daraus folgt als Mittelwerth 0,10791. Das specifische Gewicht ermittelte A. Arndsen zu 8,8801 und W. Voigt gleich 8,795 und daraus ergiebt sich als mittlerer Werth 8,8376. A. Kundt bestimmte den Brechungsindex für rothes, dem der Linie C nahestehendes Licht zu 2,17, 2,20, 2,69, für dasselbe Licht D. Shea zu 2,01 und G. du Bois und H. Rubens für das Licht der Linie Li α zu 1,93, 2,04. Daraus folgt als Mittelwerth 2,1733 und damit wird:

$$j : 4\,l = 1.305\,.\,10^{-3}$$

für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm.

Kobalt.

Aus dem von A. Mathiessen ermittelten Verhältniss der electrischen Leitfähigkeiten des Kobalts und Silbers zu 0,12930 ergiebt sich der thermische Leitungsindex des Kobaltes gleich 0,1418. Aus der von Dulong bestimmten specifischen Wärme bei constantem Atmosphärendruck desselben zu 0,1098 und der von V. Regnault gefundenen 0,10696 folgt als mittlerer Werth derselben 0,10838. Das specifische Gewicht ist 7,81. Den Refractionsindex bestimmten G. du Bois und H. Rubens für Licht der Linie Li α zu 3,22, 3,22 und D. Shea für solches, das nahe dem der Linie C entspricht, gleich 3,16 und daraus folgt als mittlerer Werth 3.20 und es wird für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}001$ cm:

$$j : 4\,l = 3{,}607\,.\,10^{-3}.$$

Das sind die Resultate der Theorie unter der Voraussetzung, dass die Metalle für sehr grosse Wellenlängen von der Ordnung der Lichtwellen als schwach absorbirend betrachtet werden können.

Eine Substanz, die vor allem für die sichtbaren Wellen als schwach absorbirend angesehen werden kann und für welche zahlreiche Ermittelungen der Extinctionsindices für verschiedene homogene Farben ausgeführt worden sind, ist das *Wasser*. Sie eignet sich deshalb für diese Strahlen in hohem Grade dazu, zur Entscheidung der Frage, wie weit die nur annähernd gültige Gleichung (III) die Resultate des Experimentes wiederzugeben vermag, beizutragen. Ich habe hier eines Umstandes zu gedenken, der derartige experimentelle Messungen erschwert. Flüssigkeiten enthalten meist etwas Staub, der zu einer Lichtdiffusion führt, die neben der Absorption das durchgehende Licht vermindert. Die gemessene Lichtabsorption rührt also zum Theil auch von dem Verluste durch Diffusion her. Diese beigemischten Staubtheilchen sind schwierig gänzlich zu beseitigen und schon verschiedene Art des Filtrirens scheint ihre Menge zu ändern. So ergiebt sich nach Wild der Extinctionsindex des weissen Lichtes bei destillirtem Wasser, das durch *grobes Filterpapier* filtrirt worden war,

$$j : 4\,l = 0{,}003105,$$

für solches, das durch ein *mittelfeines Filterpapier* filtrirt wurde,

$$j : 4\,l = 0{,}002127,$$

und für destillirtes Wasser, welches durch *feinstes Filtrirpapier* filtrirt worden war,

$$j : 4\,l = 0{,}001106.$$

Man ersieht hieraus, welche Differenzen bei derartigen Messungen des Extinctionsindex eintreten können, welche in diesem Falle zu fast um das Dreifache verschiedenen Werthen führen.

Ich selbst habe ähnliches ermittelt. Für destillirtes Wasser, das durch ein feines Filter gegangen war und für rothes Licht ergiebt sich nach meiner Bestimmung

$$j : 4\,l = 0{,}001267.$$

Als ich aber Wasser mehrfach destillirte und sämmtliche Gefässe, mit denen es in Berührung kam, auf das Sorgfältigste

etersäure reinigte und es sogleich nach der letzten
on mittels Heberrohres zur Untersuchung der Ab-
in die Röhren füllte, ergab sich ein geringerer Werth
ächungsindex, aus dem für den Extinctionsindex der

$$j : 4\,l = 0{,}000668$$

fast um die Hälfte kleinerer Werth als der vorige.
nicht nur beigemengter Staub, auch die Aufnahme
nger Quantitäten anderer Substanzen verändert das
nsvermögen des Wassers. Ich selbst fand, dass
s Wasser, welches mehrere Stunden in Gefässen ge-
hatte, undurchsichtiger geworden war, und solches,
ehr geringe Mengen Schwefelkohlenstoff enthielt, er-
h meiner Messung

$$j : 4\,l = 0{,}001842,$$

t dreimal grösseren Extinctionsindex als das reinste
untersuchte destillirte Wasser.

lasse nun die in der Gleichung (III) enthaltenen physi-
Constanten, nach den vorliegenden Ermittelungen

und ich habe deshalb ihre Resultate auf Wellen von der Länge derjenigen bezogen, die der Linie H entsprechen. Nach ihrer experimentellen Bestimmung ergiebt sich:

$$(j : 4\,l)_{0,3965\,\mu} = 0{,}00578;$$

nach der Gleichung (III) wird annähernd

$$(j : 4\,l)_{0.3965\,\mu} = 0{,}001\,335.$$

Nach experimentellen Bestimmungen von Hankel über die Diathermansie des Wassers für Licht, welches auf Papier mit Chlorsilber imprägnirt chemisch wirkt, und dem, wie vorher erwähnt, die Wellenlänge 0,458 μ zugehört, wird

$$(j : 4\,l)_{0,458\,\mu} = 0{,}003\,454;$$

aus der Formel (III) folgt:

$$(j : 4\,l)_{0,458\,\mu} = 0{,}001\,004.$$

Aus den Untersuchungen von Wild für weisses Licht, dem die Wellenlänge 0,550 μ zuertheilt wird, in betreff seiner Absorption in destillirtem Wasser, das durch feinstes Filterpapier filtrirt worden war, ergiebt sich, wie schon vorher angegeben:

$$(j : 4\,l)_{0,550\,\mu} = 0{,}001\,106,$$

und nach der erwähnten Formel wird

$$(j : 4\,l)_{0,550\,\mu} = 0{,}0006825,$$

wenn der Refractionsindex des Wassers für weisses Licht nach Newton, Wollaston und Brewster zu 1,336 angenommen wird.

Ich selbst finde für besonders gereinigtes destillirtes Wasser und durch rothes Glas gefärbtes Licht, dem ich nach meinen früheren Bestimmungen der Wellenlänge eines solchen die Wellenlänge 0,631 μ beigelegt habe, wie zuvor bereits erwähnt ist,

$$(j : 4\,l)_{0,631\,\mu} = 0{,}000668,$$

während die Gleichung (III) ergiebt:

$$(j : 4\,l)_{0,631\,\mu} = 0{,}0005\,143.$$

Boots bestimmte die Lichtabsorption des Wassers für Licht, das durch rothes Glas, durch Kupfervitriollösung gegangen war und für das der Natronflamme. Die Wellenlänge

Kupferoxydulösung gelichten habe ich nach von mir
geführten Messungen der mittleren Wellenlänge de
schieden stark concentrirte Lösungen gegangenen
ites zu 0,5215 μ angesetzt. Aus den Bestimmungen
ption dieser drei Lichtgattungen in Wasser, welche
führte, folgt:

$$j : 4\,l_{0,521\,\mu} = 0.001681;$$

ei III ergebe

$$j : 4\,l_{0,521\,\mu} = 0.0006143;$$

$$j : 4\,l_{0,521\,\mu} = 0.001290.$$

Gleichung III ergebe

$$j : 4_{0,521\,\mu} = 0.000582,$$

$$j : 4\,l_{0,521\,\mu} = 0.000780,$$

nach der erwähnten Gleichung

$$4\,l_{0,521\,\mu} = 0.000735$$

Extinctionsindices für verschiedene Wellenlängen $4\,l_0$ des Lichtes im Weltenraume verglichen folgen, für welche es ganz besonders schwach absorbirend ist, wie es im allgemeinen die Gültigkeit der Gleichung (III) erfordert.

$4\,l_0$	$j : 4\,l$ nach E. A.	$j : 4\,l$ nach Gl. (III)
0,6625 μ	0,00141	0,000466
0,650	0,00128	0,000485
0,6375	0,00115	0,000504
0,625	0,00112	0,000525
0,6125	0,00096	0,000547
0,600	0,00082	0,000567
0,5875	0,00026	0,000299
9,575	0,00010	0,000622
0,5625	0,00015	0,000652
0,550	0,00018	0,000681
0,5375	0,000025	0,000715
0,525	0,000075	0,00075
0,5125	0,000125	0,000788
0,500	0,00010	0,000829
0,475	0,00010	0,000922
0,450	0,00010	0,001020

Die Zahlen der dritten Columne sind durch Interpolation aus den entsprechenden für die Messungen von Hüfner und Albrecht nach der Gleichung (III) berechneten gefunden.

Die *Abhängigkeit des Extinctionscoefficienten $j : 4\,l$ von der Temperatur* lässt sich gleichfalls nach Formel (III) bestimmen. Es erfordert das die Kenntniss der Temperaturcoefficienten des thermischen Leitungsindex b_k, und derjenigen der specifischen Wärme bei constantem Atmosphärendruck, des specifischen Gewichtes und des Refractionsindex, welche bezüglich mit b_{c_p}, b_s und b_n bezeichnet werden mögen. Sie können erfahrungsmässig im allgemeinen als kleine Grössen betrachtet werden, und es sollen die in Bezug auf sie quadratischen Glieder und von höherer Ordnung gegen die erster Ordnung in Bezug auf sie unberücksichtigt bleiben. Dann ergiebt die Gleichung (III), wenn k_0, c_{p_0}, s_0, n_0 die Werthe der betreffenden physikalischen Constanten bei 0^0 bezeichnen:

$$j : 4\,l = \frac{\pi^2}{8}\,\frac{k_0}{s_0\,c_{p_0}}\,\frac{n_0^3}{\Gamma_0\,l_0^2}\,[1 + b_k + 3\,b_n - b_s - b_{c_p}].$$

n wir also entsprechend den *Temperaturcoefficienten ctionsindex* durch $b_{j:4l}$ bezeichnen, ergiebt sich:

$$b_{j:4l} = b_k + 3\,b_n - b_s - b_{cp}.$$

n Angaben von H. F. Weber und Lorberg, welche 4° und 23° C. beziehen, über die entsprechenden les thermischen inneren Leitungsindex des Wassers seinen Temperaturcoefficienten:

$b_k = 0{,}007910$ nach H. F. Weber
$= 0{,}005005$ „ Lorberg,

Mittel $b_k = 0{,}006458$ für Wasser. Nach den experi- Bestimmungen von Dale und Gladstone über die g des Refractionsindex des Wassers mit der Tem- und zwar für die Linie D von 0°—40°, finde ich als Werth

$$3\,b_n = -\,0{,}00022.$$

Volumenänderung des Wassers von 0°—100° ergiebt nittlerer Werth des Temperaturcoefficienten des speci- ewichtes

$$b_s = -\,0{,}00045;$$

zwei verschiedenen Tagen, am 4. und 5. Januar 1867, während bei der mittleren Temperatur eine neue Wassermenge, in gleicher Weise wie die vorige filtrirt, der Untersuchung unterzogen wurde. Aus den Resultaten seiner Experimente finde ich die folgenden Werthe des Extinctionsindex des Wassers für weisses Licht:

$$\begin{aligned} j:4\,l &= 0{,}0026935 \text{ bei } 6{,}2^0 \text{ C.} \\ &= 0{,}0031085 \text{ „ } 17^0 \text{ „} \\ &= 0{,}0042815 \text{ „ } 24{,}4^0 \text{ „} \end{aligned}$$

Sie ergeben in der That stärkere Absorption des weissen Lichtes bei höherer Temperatur.

Wenn man die Abhängigkeit des Extinctionsindex von der Temperatur in der Form

$$j:4\,l = (j:4\,l)_0\,(1 + b_{j:4\,l}\,t)$$

darstellt, bestimmt sich aus den beiden ersten Resultaten

$$b_{j:4\,l} = +\,0{,}01426 \quad (6{,}2^0 \text{ C. bis } 17^0 \text{ C.})$$

und aus dem ersten und dritten ergiebt sich

$$b_{j:4\,l} = +\,0{,}03239 \quad (6{,}2^0 \text{ C. bis } 24{,}4^0 \text{ C}).$$

Vergleicht man diese Werthe von $b_{j:4\,l}$ mit dem aus der annähernden theoretischen Formel bestimmten Werthe von $b_{j:4\,l}$, der $+\,0{,}006648$ war, so ergiebt sich eine *neue numerische Analogie zwischen dem theoretisch hergeleiteten Werthe des Temperaturcoefficienten des Extinctionsindex des Wassers für die hier untersuchte Wellenbewegung und dem experimentell für weisses Licht in ihm ermittelten.*

Eis.

Die Doppelbrechung des Eises ist nach Brewster sehr schwach; 1,307 und 1,3085 sind die Refractionsindices des ordinären und extraordinären Strahles. Man darf es demnach näherungsweise als amorph betrachten und die entwickelte Theorie auf dasselbe anwenden. Nun ist der innere thermische Leitungsindex

nach	Neumann	= 0,00568
„	de la Rive	= 0,0023
„	Crichton Mitchell	= 0,0050
	also k im Mittel	= 0,00433

ctionsindex ist für das mittlere Roth des Spectrums vais 1,307. Die specifische Wärme bei constantem rendruck ist

nach Regnault	= 0,4627
„ Person	= 0,505
„ Gadolin	= 0,5241
demnach c_p im Mittel	= 0,4973

ifische Gewicht ist 0,91674. Den Refractionsindex eren Roth wird man bei der geringen Dispersion des die Wellenlänge 0,631 μ im Weltall beziehen dürfen. n Werthen ergiebt sich nach Formel (III)

$$(j : 4\,l)_{0{,}631\,\mu} = 0{,}003501.$$

eich dieses Resultates mit dem für Wasser und die- llenlänge $4\,l_0$ zuvor nach Gleichung (III) ermittelten es Extinctionsindex 0,000514 zeigt bei den im ganzen geringen Differenzen zwischen den Refractionsindices s und Wassers, dass, wenn *Eis* für die hier be- Wellen schwach absorbirend wie für Licht an- wird, es für sie *opaker als Wasser* sein muss. Für lung einer Locatellilampe, die es aber in beträcht-

Mischung gleich der Summe derjenigen ihrer Bestandtheile ist, für die betreffende Farbe zu 1,3501 ermittelt. Mit diesen Werthen folgt nach Formel (III)

$$(j : 4\,l)_{0,631\,\mu} = 0{,}0006464.$$

Diese Kochsalzlösung würde danach opaker als Wasser sein. Aus meinen Beobachtungen ergiebt sich damit übereinstimmend

$$(j : 4\,l)_{0,631\,\mu} = 0{,}00587.$$

Schwefelkohlenstoff.

Den inneren thermischen Leitungsindex ermittelten

Winkelmann	zu	0,0357/60
H. F. Weber	„	0,0250/60
Graetz	„	0,0160/60
Christiansen	„	0,0322/60
H. F. Weber	„	0,0206/60
im Mittel	k =	0,0004317

Aus den von Dale und Gladstone für die hauptsächlichsten Fraunhofer'schen Linien bestimmten Refractionsindices des Schwefelkohlenstoffs finde ich durch Interpolation

$$n_{0,631\,\mu} = 1{,}6244$$

und $s\,c_p$ ist für ihn nach H. F. Weber 0,305. Danach ergiebt sich für die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}631\ \mu$ im Weltenraume nach Gleichung (III):

$$(j : 4\,l)_{0,631\,\mu} = 0{,}0010025.$$

Danach wäre Schwefelkohlenstoff stärker absorbirend als die vorige Kochsalzlösung. Dem entsprechend ist die früher von mir ausgeführte Messung der *Lichtabsorption im Schwefelkohlenstoff* für das durch rothes Glas gegangene Lampenlicht *grösser, als in dieser Kochsalzlösung.* Aus jener Messung ergiebt sich für dieses Licht, dem die Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}631\ \mu$ im Weltall zugehört,

$$(j : 4\,l)_{0,631\,\mu} = 0{,}01295.$$

Für das Verhältniss der Extinctionsindices des Schwefelkohlenstoffs und der Kochsalzlösung für diese Wellenlänge ergiebt sich nach Formel (III) 1,55, und für Licht derselben Wellenlänge nach meinen Experimenten 2,21.

Alkohol.

nneren thermischen Leitungsindex bestimmte

De Heen	zu	0,0003182
Christiansen	„	0,0004883
Henneberg	„	0,0003965
Winkelmann	„	0,0004917
H. F. Weber	„	0,0004867
H. F. Weber	„	0,0004233
Graetz	„	0,0005450
im Mittel	k =	0,00044993

ctionsindex $n_{0,631\,\mu}$ ergiebt sich aus den Bestimmungen von Baden Powell für Alkohol und die Haupt- Fraunhofer durch Interpolation gleich 1,3641 st nach H. F. Weber 0,466. Mit diesen Werthen Gleichung (III)

$$(j : 4\,l)_{0,631\,\mu} = 0{,}0004047.$$

früher die Lichtabsorption in 90 proc. Alkohol von r rothes Licht von der Wellenlänge $4\,l_0 = 0{,}631\ \mu$ l ermittelt und finde nach diesen Experimenten

den Refractionsindex $n_{0,550\,\mu} = 1{,}518316$. Mit diesen Werthen finde ich nach Gleichung (III)

$$(j : 4\,l)_{0,550\,\mu} = 0{,}003745.$$

J. Conroy hat den Lichtverlust durch Diffusion und Absorption für eine Strecke von 1 cm zu 2,62 Proc. für weisses Licht und Crownglas gemessen. Danach ergiebt sich als Resultat des Experimentes:

$$(j : 4\,l)_{0,550\,\mu} = 0{,}01324.$$

Mit Rücksicht auf den approximativen Charakter der Gleichung (III) und den Einfluss der Lichtdiffusion ergiebt sich damit eine *neue numerische Analogie zwischen der theoretisch untersuchten und aufgefundenen Wellenbewegung der Substanz der perceptibelen Körper und dem Lichte.*

Flintglas.

Nach E. Lees ist der innere thermische Leitungsindex desselben bei 30° gleich 0,00201, nach H. Meyer 0,001433, nach Angaben von A. Winkelmann 0,00143, und danach also im Mittel 0,001624. Die specifische Wärme bei constantem Atmosphärendruck ist nach H. Meyer 0,117 und nach A. Winkelmann 0,1272 und danach im Mittel 0,1221. Das specifische Gewicht des Flintglases, auf das sich die bezüglichen vorigen Daten beziehen, war nach H. Meyer 3,632 und nach den Angaben von A. Winkelmann 3,578, demnach im Mittel 3,605. Aus den Messungen von Hopkinson, der die Refractionsindices eines Flintglases vom specifischen Gewichte 3,65865 für die hauptsächlichsten Fraunhofer'schen Linien angiebt, finde ich durch Interpolation $n_{0,550\,\mu} = 1{,}624832$ und mit diesen Werthen vermittelst der Formel (III):

$$(j : 4\,l)_{0,550\,\mu} = 0{,}003440.$$

Aus einem Vergleiche dieses Werthes mit dem zuvor für Crownglas nach Gleichung (III) ermittelten folgt, *dass gewöhnliches Flintglas für die hier untersuchte Wellenbewegung weniger absorbirend als Crownglas sein müsse.*

Das ist es aber auch für Licht. J. Conroy bestimmte den Lichtverlust durch Zerstreuung und Absorption in einer

ken Schicht von Flintglas für weisses Licht zu
., während er ihn beim Crownglas gleich 2,62 Proc.
is diesem experimentellen Resultat ergiebt sich für

$$(j : 4\,l)_{0{,}550\,\mu} = 0{,}0057565,$$

des Extinctionsindex des Flintglases für weisses Licht,
Rücksicht auf den approximativen Charakter der
(III) *genügend mit dem* für Flintglas und die unter-
ellenbewegung *nach jener Gleichung ermittelten über-*

in, den 14. December 1895.

3. *Einige Bemerkungen über die Natur der X-Strahlen; von D. A. Goldhammer.*

(Vorgetragen in der Phys.-math. Ges., Univ. Kasan, 27. Jan. [8. Febr.] 1896.)

Die schöne Entdeckung des Hrn. Röntgen[1]) führte den Verfasser zu dem Schlusse, dass diese unsichtbaren und geheimnissvollen *X*-Strahlen die sogenannten longitudinalen Aetherschwingungen darstellen. Diese Folgerung ist dadurch begründet, dass die Annahme, die Strahlen seien nichts anderes als ultraviolettes Licht, „auf schwerwiegende Bedenken stösst". Dieses Licht müsste nämlich ein so sonderbares Verhalten haben im Vergleich mit den bisher bekannten infrarothen, sichtbaren und ultravioletten Strahlen, dass man zu dieser Annahme sich nicht entschliessen kann.

Wir erlauben uns darüber folgende Betrachtungen zusammenzustellen.

Es scheint unbestreitbar zu sein, dass *X*-Strahlen keine Kathodenstrahlen sind. Die neuen Strahlen pflanzen sich geradlinig fort, erzeugen Fluorescenz und chemische Wirkung: das sind die Eigenschaften der gewöhnlichen ultravioletten Strahlen. Ferner sind für die *X*-Strahlen mehrere Körper durchlässig, die für bekannte Strahlen theils durchlässig, theils undurchlässig sind.

Nach den gegenwärtigen Anschauungen über die Dispersion und Absorption der Strahlungen ist auch dieses Verhalten der neuen Strahlen kein sonderbares: man erinnere sich nur an die Eigenschaften des Steinsalzes, der Jodlösung, des dunklen Cobaltglases. Für gewöhnliches ultraviolettes Licht ist Quarz sehr vollkommen durchlässig, minder durchlässig sind Glas, Kalkspath, fast undurchlässig Luft, Ammoniak- und Schwefelkohlenstoffdämpfe; eine dünne ($1{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm dicke) Silberschicht lässt bekanntlich nur die unsichtbare Strahlung von etwa $3{,}4 \cdot 10^{-5}$ cm Wellenlänge durch etc.

1) W. K. Röntgen, Eine neue Art von Strahlen. Separ. 2. Aufl. Würzburg, 1896.

s Verhalten der *X*-Strahlen, welches für das grosse
so erstaunlich scheint und ohne Zweifel mehrere
Anwendungen finden wird, unterscheidet sich somit
halten der anderen bekannten Strahlen principiell
ch Hrn. Röntgen selbst scheinen nur die folgenden
ften der neuen Strahlen unerklärbar:
lass dieselben beim Uebergang aus Luft in Wasser,
ohlenstoff, Aluminium, Steinsalz, Glas, Zink etc.
kliche Brechung erleiden können;
ss dieselben von den genannten Körpern nicht merk-
mässig reflectirt werden können;
ss dieselben somit durch die sonst gebräuchlichen
ht polarisirt werden können;
ss die Absorption derselben von keiner anderen
ft der Körper so beeinflusst wird, als von ihrer

timme mit Hrn. Röntgen vollkommen darin überein,
de solche Eigenschaften die uns bisher bekannten
nicht besitzen. Doch ist damit die Annahme nicht
ssen, die *X*-Strahlen seien ultraviolettes Licht von

Ich erlaube mir daher das Verhalten der neuen Strahlen gegen Metalle und andere Stoffe mit dem Verhalten von Fuchsin-, Anilin- u. dgl. Lösungen gegen sichtbares Licht zu vergleichen. Bei den Fuchsinlösungen ist z. B. die Absorption *ceteris paribus* der Concentration proportional. Stellen wir dieses Resultat mit der Tabelle (p. 5) des Hrn. Röntgen zusammen, so schliessen wir sofort, dass die Dichte der Körper für die *X*-Strahlen etwa dieselbe Rolle spielt, wie die Concentration der Fuchsinlösung für sichtbares Licht. Mit anderen Worten wirken die Stoffmolecüle (und zwar verschiedener Stoffe) im Aether eingebettet auf die *X*-Strahlen etwa in derselben Weise, wie es das Fuchsintheilchen im Wasser u. dgl. in Bezug auf die gewöhnlichen Lichtstrahlen thut. Diese Analogie können wir noch weiter führen: die Prismen aus Fuchsinlösung geben das sogenannte anomale Spectrum; ist es nun nicht möglich, dass die von Hrn. Röntgen untersuchten Körper eine anomale Dispersion der *X*-Strahlen zeigen?

Im Falle einer anomalen Dispersion nimmt bekanntlich der Brechungsexponent n mit abnehmender Wellenlänge λ ab; so beträgt z. B. nach Wernicke[1]) n für festes Fuchsin 2,293 bei $\lambda = 598.10^{-7}$ mm und nimmt ab bis 1,224 bei $\lambda = 448.10^{-7}$ mm. Die Beobachtungen von du Bois und Rubens[2]) an Prismen aus Fe, Co, Ni lassen keine Zweifel über eine sehr starke anomale Dispersion des Lichtes in diesen Medien: bei einer Aenderung der Wellenlänge von 671.10^{-7} mm bis 431.10^{-7} mm sank n von 3,12 auf 2,05 bez. von 3,22 auf 2,10 und von 2,04 auf 1,54. Wäre es nun nicht möglich, dass n für Aluminium u. dgl. bei äusserst kurzen Wellenlängen noch kleiner wird? Haben wir doch in absorbirenden Medien (z. B. Metallen) die Brechungsexponenten sehr nahe an 1 liegen, auch kleiner als 1; bekanntlich fand Kundt[3]) für Ag $n = 0{,}27$; Au (weiss) $n = 0{,}58$ und Au (blau) $n = 1{,}00$.

Offenbar ist es ohne weiteres verständlich, dass $n \leqq 1$ nur auf eine besondere Art der Wellenfortpflanzung in absorbirenden Medien hinweist und nicht etwa wirklich den Werth der Lichtgeschwindigkeit kleiner bez. gleich derselben im Aether gibt.

1) W. Wernicke, Pogg. Ann. **159.** p. 212. 1876.
2) du Bois u. Rubens, Wied. Ann. **41.** p. 521—522. 1890.
3) A. Kundt, Wied. Ann. **34.** p. 469. 1888.

t scheinen uns auch die Eigenschaften a) und d) der
n erklärt: für die Strahlen von äusserst kurzen
gen kann wohl die Absorptionsfähigkeit der Körper
eils nur durch ihre Dichte bestimmt sein; was aber
ung anbetrifft, so findet man z. B. für rothe oder
ahlen mehrere Körper, deren Brechungsexponenten
nder ziemlich gleich sind; ist nun n für die von
tgen untersuchten Stoffe sehr nahe an 1, so ist auch
liches Verhalten dieser Körper verständlich.
nöge zum Schluss bemerkt werden, dass mehrere
nstheorien [1]) für alle Körper $n = 1$ bei $\lambda = 0$ an-

en wir nun alles oben Erwähnte zusammen, so lässt
nder Schluss ziehen: die schönen und höchst inter-
Erscheinungen, die Hr. Röntgen entdeckt hatte,
it der Behauptung im Einklange: *die X-Strahlen*
ähnliche transversale Aetherschwingungen, deren Wellen-
kleiner ist, als diejenige der uns bisher bekannten ultra-
Strahlen.
e es nun wirklich so, so können die X-Strahlen viel-
nun auch nicht nothwendig) im Spectrum des Regen-

4. *Ueber die Absorption der strahlenden Wärme durch Flüssigkeiten; von Richard Zsigmondy.*

Unter der gleichen Ueberschrift hat Hr. Ch. Friedel in diesen Annalen[1]) die Resultate einer sorgfältig durchgeführten Arbeit zusammengestellt, durch welche die Zahl der auf Diathermanität untersuchten Körper um ein Beträchtliches bereichert wurde.

Während der Abfassung einer kleinen Berichtigung, die ich zum Schlusse bringen werde, sind mir bei näherer Betrachtung der Beobachtungsdaten des Hrn. Friedel mancherlei Beziehungen aufgefallen, die einer kurzen Besprechung werth erscheinen dürften.

Es wurde von Hrn. Friedel hauptsächlich die Diathermanität der Alkohole, Kohlenwasserstoffe und deren Substitutionsproducte untersucht, ausserdem diejenige von Schwefelkohlenstoff, Tetrachlorkohlenstoff, von Wasser und einigen wässerigen Lösungen; von reinen Metallverbindungen bloss die des Zinntetrachlorids. Letztere Verbindung steht neben Tetrachlorkohlenstoff in Bezug auf Diathermanität obenan.

Die hohe Wärmedurchlässigkeit dieser beiden Körper steht in guter Uebereinstimmung mit der von mir beobachteten Diathermanität zweier Chloride von Elementen derselben Gruppe des periodischen Systems, des Titanchlorids und des Siliciumchlorids, die sich beide in sehr hohem Maasse durchlässig erwiesen.[2])

Schon Schultz-Sellack[3]) hat auf die Wärmedurchlässigkeit der Halogen- und Schwefelverbindungen, allerdings auf Grund eines beschränkten Beobachtungsmaterials, hingewiesen

1) Ch. Friedel, Wied. Ann. **55.** p. 453—478.
2) Dingler's polytechn. Journal. **289.** p. 238. 1893.
3) Schultz-Sellack, Pogg. Ann. **139.** p. 187. 1870.

Uebereinstimmung erscheint ziemlich beachtenswerth, r in das Reich unserer Beobachtungen auch die Dia- tät von Kochsalz, Sylvin und Flussspath ziehen, da len diesen Verbindungen Repräsentanten von Körpern enartigsten chemischen Verhaltens und auch Halogen- ngen von verschiedenen Klassen der Elemente vor n.

Gegensatze dazu steht die verhältnissmässig hohe sorption der Sauerstoffverbindungen, die von Schultz- ebenfalls bereits hervorgehoben worden war, und in len des Hrn. Friedel durchaus ihre Bestätigung uch ich habe auf dieselbe beim Vergleich der Wärme- n von Siliciumtetrachlorid und Quarz (dem Chlorid l des Siliciums) hingewiesen.

Friedel hat Beziehungen zwischen der Wärme- n von Flüssigkeiten und den Atomvolumen ihrer heile herausgefunden. Ohne mich auf eine Discussion einzulassen, möchte ich hier nur bemerken, dass niker noch andere Verhältnisse bei Betrachtung der schen Versuchsergebnisse auffallen werden.

gegenwärtigen Anschauungen der Chemie nur durch verschiedene Anzahl der Atome im Molecül erklären können, welche in beiden Fälle verschieden gebunden sein müssen.

Wir werden daher bei Beurtheilung der Wärmeabsorption einer organischen Verbindung besser thun, den Einfluss des Eintrittes von Atomgruppen bestimmter Zusammensetzung auf erstere in Betracht zu ziehen, als denjenigen des Eintrittes bestimmter Elemente.

Unter diesem Gesichtspunkte betrachtet, sind die Versuchsresultate des Hrn. Friedel höchst beachtenswerth.

Vor Allem wird dem Chemiker auffallen, welch' bedeutender Einfluss der Hydroxylgruppe auf die Wärmeabsorption ihrer Verbindungen zukommt.

Vergleichen wir die Diathermanität der homologen Alkohole mit einander und stellen das Wasser an die Spitze dieser nach steigendem Moleculargewichte geordneten Reihe, so tritt sofort vor Augen, wie mit dem Vorwalten des Hydroxyls in einer Verbindung auch deren Wärmeabsorption — gleiche Schichtendicke vorausgesetzt — steigt.

Viel geringer ist die wärmeabsorbirende Wirkung des Sauerstoffes, wenn er nicht als Hydroxyl (mit einer Valenz an Kohlenstoff, mit der anderen an Wasserstoff gebunden), sondern mit beiden Valenzen an Kohlenstoff oder ein anderes Element gebunden in eine organische Verbindung eintritt. Man vergleiche die beiden isomeren Körper Aethyläther und Isobutylalkohol.

Auch für den Stickstoff gelten ähnliche Beziehungen. Tritt derselbe als Nitro- oder Cyangruppe in eine Verbindung ein, so äussert er keine erhebliche Wirkung auf die Wärmeabsorption, *eine sehr bedeutende* dagegen, wenn er *als Amidogruppe* in einen Kohlenwasserstoff eintritt; darin übertrifft die Amidogruppe sogar das Hydroxyl!

Zwei Beispiele werden dies erläutern: Ersetzen wir im Benzol ein Wasserstoffatom durch NH_2, so fällt der Galvanometerausschlag von 332 auf 67 mm, ersetzen wir im Aethylalkohol das Hydroxyl durch eine Amidogruppe, so sinkt der Ausschlag von 72 auf 15 mm und wir erhalten eine Substanz, die sogar kräftiger absorbirt, als das Wasser.

Dem durch den Eintritt einer Amidogruppe um ein Atom

Wasserstoffgehalte des Molecüls die kräftig absorbi-
rkung der neuen Verbindung zuzuschreiben, geht nach
nseinandersetzungen über die elementaren Gase nicht
sehen wir, dass ein analog zusammengesetzter wasser-
erer Körper, das Toluol, $C_6H_5.CH_3$, für strahlende
reitaus durchlässiger ist, als das Anilin, $C_6H_5.NH_2$.
folgenden Zahlenwerthe, die ich den Tabellen des
edel entnehme, mögen als Belege für meine Aus-
dienen:

Flüssigkeit	Ausschläge in Millimetern erhalten bei der Durchstrahlung der Flüssigkeitsschichten von 0.925 mm Dicke
ol C_6H_6	332.
obenzol $C_6H_5NO_2$	212.5
ol $C_6H_5CH_3$	249.0
in $C_6H_5NH_2$	67.1
ylbromid C_2H_5Br	280.4
ylalkohol C_2H_5OH	72.6
ylamin $C_2H_5NH_2$	15.8

Diesen Darlegungen dürfte erwähnt sein, dass für
[illegible] der Diathermanität organischer Verbindungen

stattet sein, auf dieselben hier mit einigen Worten einzugehen, da ich daran anschliessend auf eine ganz auffallende Beziehung zwischen den Erkenntnissen der Chemie und den Resultaten der davon vollkommen unabhängig durchgeführten Untersuchungen über die Absorption dunkler Wärmestrahlen aufmerksam machen kann.

Nach der von O. N. Witt aufgestellten Theorie der organischen Farbstoffe ist die Farbstoffnatur einer organischen Verbindung bedingt durch die Anwesenheit einer Gruppe bestimmter Atomverkettung, der chromophoren Gruppe (z. B. der Azogruppe —N=N—, der Nitrogruppe —NO_2, der Ketongruppe =CO etc.), die durch ihren Eintritt in einen Kohlenwasserstoff diesen zum Chromogen, zu einem gefärbten Körper macht, der aber in der Regel noch kein eigentlicher Farbstoff ist.

Zum Farbstoff (einem Körper, der auf der Faser anfärbt, d. h. mit dieser eine beständige Verbindung eingeht), wird das Chromogen erst durch die weitere Anwesenheit von salzbildenden Gruppen, die dem Farbstoff entweder sauren oder basischen Charakter verleihen.

Dahin gehören die Carboxylgruppe COOH, die Sulfogruppe SO_3H, die Amido- und Hydroxylgruppe NH_2 und OH. Merkwürdigerweise sind nun die beiden letzteren (von O. N. Witt auxochrome Gruppen genannt) in ganz bedeutendem Maasse befähigt, durch ihren Eintritt in das Chromogen dessen Färbung zu erhöhen.[1])

Und gerade diese Gruppen sind es, die, in farblose Kohlenwasserstoffe eingeführt, diesen die Fähigkeit ganz beträchtlich erhöhter Absorption dunkler Wärmestrahlen ertheilen.

Hält man sich nun diese beiden Wirkungen vor Augen: bei schwach gefärbten Körpern: erhöhte Absorption der Lichtstrahlen; bei schwach wärmeabsorbirenden Körpern: erhöhte Absorption der Wärmestrahlen, so könnte man leicht zur Vermuthung kommen, dass die Hydroxyl- und Amidogruppe die Fähigkeit besitzen, die Eigenabsorption der Körper, in welche sie eintreten, zu verstärken, ähnlich wie ein Resonanzboden — wenn ein Vergleich mit der Akustik gestattet ist — die

1) Nietzki, Die Chemie der Farbstoffe. Berlin 1894.

Saiten, auch wenn sie verschieden schnell schwingen,
rken vermag.
s diese Wirkung der beiden Gruppen nicht die ein-
wird, geht schon jetzt aus den Untersuchungen von
Schütze[2]), Grebe[3]) u. A. hervor, die gefunden
dass durch den Eintritt verschiedenartiger Atom-
in einen Farbstoff, dessen Absorptionsbanden kleine
ungen nach dem rothen oder violetten Ende des
s erleiden.
n wäre es gewiss verfrüht, heute, wo wir die Ab-
spectren der Kohlenwasserstoffe und der zugehörigen
und Amine noch nicht kennen, einen derartigen
zusprechen.
erhin werden meine Darlegungen vielleicht dazu bei-
die Aufmerksamkeit auf ein weites, ganz brach da-
Feld wissenschaftlicher Forschung zu lenken.
s das Studium des Zusammenhanges zwischen der
ion der Körper und ihrer Absorption von Aether-
n Interesse für die Chemie der Farbstoffe ist, dafür
die Arbeiten, welche bisher darüber veröffentlicht

spectrums, mit ersterem sogar die Stärke der Absorption quantitativ richtig feststellen würde.

Immerhin glaube ich, dass die hochmolecularen Farbstoffe keine günstigen Ausgangsmaterialien für eine derartige Untersuchung abgeben würden, weil die Erscheinungen an ihnen leicht durch andere Einflüsse verdeckt werden können.

Um die Gesetzmässigkeiten, welche durch den Eintritt gewisser Atomcomplexe in organische Verbindungen sich vermuthlich ergeben werden, kennen zu lernen, wird man von den einfachen Kohlenwasserstoffen und deren Substitutionsproducten ausgehen müssen.

Es ist sehr leicht möglich, dass dabei Absorptionsspectren gefunden werden mit Eigenthümlichkeiten, deren Auftreten für gewisse Atomcomplexe charakteristisch sind und mit deren Hülfe man späterhin über Constitution unerforschter Körper Aufschluss wird erlangen können.

Um schliesslich auf die Arbeit des Hrn. Friedel zurückzukommen, möchte ich nur noch anfügen, dass seine Bemerkungen über den Alaun in guter Uebereinstimmung mit meinen früheren Untersuchungen über den gleichen Gegenstand [1]) stehen. dass dagegen dem Hrn. Verfasser bezüglich der Eisenlösungen ein kleiner Irrthum unterlaufen ist: Ich habe in meiner Abhandlung [2]) nicht Eisenchloridlösungen als Mittel, bei optischen Versuchen die Wärmestrahlen zu absorbiren, vorgeschlagen, sondern Eisenchlorür oder überhaupt angesäuerte Eisenoxydulsalzlösungen. Diese absorbiren thatsächlich die strahlende Wärme in hohem Maasse und würden wahrscheinlich auch für seine Wärmequelle ziemlich undurchlässig gewesen sein.

Dass das Eisenchlorid nicht viel besser absorbirt als Wasser, geht aus meinen eigenen Mittheilungen (p. 533 der citirten Abhandlung) hervor.

Graz, im Februar 1896.

---

1) Zsigmondy, Dingl. polytechn. Journ. **287.** p. 20. 1893.
2) Zsigmondy, Wied. Ann. **49.** p. 531. 1893.

Zur Energetik; von Georg Helm.

chon die Worte, mit denen Hr. Boltzmann [1]) seine
e gegen meine Ableitung der dynamischen Differential-
en aus dem Energieprincipe [2]) einleitet, die Worte,
die sämmtlichen Bewegungsgleichungen der Mechanik
n einzigen Integrale (dem der Constanz der Energie)
n geglaubt, kann ich nicht als zutreffend anerkennen.
l. c. ausdrücklich Bezug genommen auf eine frühere
in der ich meine Ansichten mit folgenden Worten
habe. p. 57 f.: „Das Energiegesetz sagt, wie der
etrag ausfallen muss, nachdem irgend welche Um-
en stattgefunden haben. Aber, ob solche stattfinden
sagt es nicht. . . . Wenn eine beschleunigungbestim-
raft, wie die Galilei-Newton'sche Mechanik sie

da ist auch der Tendenzbegriff in die Betrachtung hineingetragen . . . Das sind Betrachtungen, welche man für selbstverständlich erachtet, wenn man das Energiegesetz in Begleitung der mechanischen Principien anwendet, auf welche aber für einen *selbständigen* Gebrauch des Gesetzes nicht ausdrücklich genug hingewiesen werden kann."

p. 83: „Für einen freibeweglichen materiellen Punkt z. B. mit der Masse m und den rechtwinkligen Coordinaten x, y, z, auf welchen eine Kraft mit den Componenten X, Y, Z wirkt, ergiebt das Gesetz der lebendigen Kraft nur die eine Gleichung

$$d[\tfrac{1}{2} m(x'^2 + y'^2 + z'^2)] = X dx + Y dy + Z dz.$$

Gilt aber für jede virtuelle Bewegung die Erhaltung der Arbeit, so erhält man u. a.

$$d(\tfrac{1}{2} m x'^2) = X dx,$$

folglich die dynamische Differentialgleichung

$$m x'' = X.$$ "

Wenn ich noch hinzufüge, dass die letzten Worte eine Note zur Besprechung von Poncelet's Arbeitsprincip bilden, so dürfte belegt sein, dass ich damals nicht glaubte, etwas eigentlich Neues oder Zweifelhaftes aufzustellen. Gleichzeitig mit mir hat Hr. Planck [1]) die drei dynamischen Differentialgleichungen als Folge aus dem Energiegesetze hingestellt, sich aber dabei auf das Superpositionsprincip berufen, und in meiner oben citirten Arbeit von 1890 habe ich mich über die Beziehung meiner Auffassung zu der seinen geäussert, ohne auch damals zu meinen, dass es sich um eine Angelegenheit handele, die in breiter Auslage vertheidigt und vertreten werden müsste. Es war vielmehr nur meine Absicht zu zeigen, wie sich die Anwendung des Energieprincips in den Fällen gestaltet, wo der Bewegung Bedingungen vorgeschrieben sind, insbesondere solche, die die Zeit explicit enthalten. Dass im allgemeinen die Grundgleichungen der Mechanik aus dem Energieprincip herzuleiten sein müssten, hielt ich für eine abgemachte

1) Planck, Erhaltung der Energie. Leipzig 1887.

Sache, die ich nicht mit der Umsicht behandelt habe, welche sie nun nach Hrn. Boltzmann's Einwänden verdient.

II. Es soll also jetzt sorgfältig auseinandergehalten werden einerseits die Richtung der wirklich stattfindenden Bewegung, deren Beschleunigungscomponenten x'', y'', z'' sind und die den Kraftcomponenten X, Y, Z unterliegt, andererseits die Richtung σ irgend einer möglichen Bewegung, welche z. B. die Richtung einer Coordinatenaxe sein könnte, wenn die etwaigen Beschränkungen der Bewegung sie offen lassen. Ich will im allgemeinen die Componenten der Strecke $d\sigma$ mit dx_σ, dy_σ, dz_σ bezeichnen und nun die energetische Elementargleichung $dT = dA$ benutzen, um auszusagen, dass die nach der Richtung σ genommene Aenderung der kinetischen Energie gleich der nach derselben Richtung geleisteten Arbeit ist.

Zerlegt man die Geschwindigkeit x', y', z' nach der Richtung σ und senkrecht dazu, so ergiebt sich, dass die kinetische Energie das Glied $\frac{1}{2} m \sigma'^2$ und sonst kein von σ' abhängiges Glied enthält, dass also ihre Aenderung nach σ gleich ist

$$(1) \qquad d_\sigma T = m \sigma'' d\sigma = m \left(x'' \frac{dx_\sigma}{d\sigma} + y'' \frac{dy_\sigma}{d\sigma} + z'' \frac{dz_\sigma}{d\sigma} \right) d\sigma ,$$

wobei die Differentialausdrücke in der Klammer die Richtungscosinus der Richtung $d\sigma$ darstellen. Unter Beachtung des Begriffs Arbeit nach der Richtung $d\sigma$ findet sich

$$(2) \quad m (x'' dx_\sigma + y'' dy_\sigma + z'' dz_\sigma) = X dx_\sigma + Y dy_\sigma + Z dz_\sigma .$$

Die hier auftretenden dx_σ, dy_σ, dz_σ sind zwar gleichgerichtet mit den dx, dy, dz, welche die Richtung der wirklichen Bewegung bestimmen, können im besonderen Falle auch der Grösse nach in diese übergehen, sind aber im allgemeinen der Grösse nach von diesen verschieden; sie können — und das haben sie mit Variationen gemein — geändert werden, ohne dass x'', y'', z'', X, Y, Z sich ändern; sie haben aber mit den Differentialen gemein, dass sie Componenten möglicher Bewegungen darstellen, während Lagrange's Variationen in dem Falle, dass die Zeit explicit in den Bewegungsgleichungen

auftritt, auch für fingirte Bewegungen angewendet werden, für welche die Energieerhaltung nicht behauptet werden kann.

Dass nun aus der Gleichung (2) die dynamischen Differentialgleichungen folgen, liegt auf der Hand. Wenn also Hr. Boltzmann zeigt, dass es nicht angeht, aus der Differentialgleichung

$$(3) \qquad m(x''\,dx + y''\,dy + z''\,dz) = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$$

die dynamischen Differentialgleichungen herzuleiten, so kann ich erwidern, dass ich das nicht behauptet habe. Aus dem Energieprincipe habe ich sie herzuleiten unternommen, und durch die Form, die ich diesem gegeben habe: „Bei jeder *möglichen* Bewegung bleibt die Energie ungeändert." sowie durch weitere Ausführungen ausdrücklich gesagt, wie ich dasselbe verstanden wissen will. Dass die Formeln den Satz mangelhaft zum Ausdruck bringen, gebe ich zu, aber für Jeden, der nicht nur die Formeln liest, sondern den Text, war es nicht allzu schwer, den Fehler zu verbessern.

III. Aber weiter! Auch wer, in das von mir zum Theil verschuldete Missverständniss verfallend, die Differentialgleichung (3) als meinen Ausgangspunkt ansieht, hat noch nicht das Recht zu behaupten, die Differentialgleichungen der Mechanik liessen sich nicht daraus begründen. Hr. Boltzmann sagt ja selbst p. 41, dass man durch Zuziehung gewisser allgemeiner Sätze die Bewegungsgleichungen erlangen könne, aber es scheint, dass er dies mehr als eine gekünstelte Ausflucht hinstellen wolle. Um eine solche handelt es sich jedoch nicht.

Der Boltzmann'sche Einwand erinnert nämlich ungemein an den, welcher gegen Helmholtz' berühmte Arbeit über die Erhaltung der Kraft einst von Lipschitz[1]) vorgebracht worden ist: Man kann aus der Differentialgleichung

$$L\,dx + M\,dy + N\,dz = 0$$

oder

$$(m\,x'' - X)\,dx + (m\,y'' - Y)\,dy + (m\,z'' - Z)\,dz = 0$$

nicht schliessen $L = 0$, $M = 0$, $N = 0$, sondern könnte setzen

$$L = Q\,z' - R\,y',\ M = R\,x' - P\,z',\ N = P\,y' - Q\,x',$$

1) v. Helmholtz, Wiss. Abhandl. **1.** p. 70.

R beliebige neue Functionen sind. Helmholtz hat
ematische Berechtigung dieses Einwandes in seinem
gestehen müssen, aber dessen physikalische Berechti-
rch den Hinweis darauf beseitigt, dass die in der
rkommenden Kräfte Wechselwirkungen seien.
, ich habe in meiner Abhandlung (p. 309) von vorn-
s Wechselwirkungsgesetz für die eingeführten Kräfte
etzt; aber selbst, wenn ich das nicht gethan, oder Je-
überlesen hätte, so würde doch für alle diejenigen fin-
äfte. zu denen man durch die Zerlegung der Körper in
e Punkte genöthigt ist, und die sich bei der Zu-
igung der Punkte zu Körpern wieder tilgen müssen,
hselwirkungsgesetz ein unumgänglicher Ausdruck der
gsthatsachen sein. Daher müssten in dem Falle,
solche Kräfte wirken, aus den von Helmholtz an-
n Gründen L, M und N verschwinden. Verschwinden
in gewissen Fällen, so muss man sie in den anderen
in die Angabe der Kraft einrechnen, sonst ist ja die
ht der exacte Ausdruck der Erfahrung.
letztere Argument könnte ich auch noch auf eine

Ausführungen unter II. von diesen Verschiedenheiten der fundamentalen Ansichten ganz unabhängig ist, so gehe ich hier nicht näher darauf ein.

IV. Die Ableitung der Bewegungsgleichungen bei Benutzung verallgemeinerter Coordinaten s_k ist nun, nachdem die Gleichungen in rechtwinkligen Coordinaten gegen die Angriffe sicher gestellt sind, eine erledigte Sache. Die Aenderung der kinetischen Energie nach der Richtung σ ist wieder

$$(1)\qquad \begin{cases} d_\sigma T = \left(m x'' \dfrac{\partial x}{\partial \sigma} + m y'' \dfrac{\partial y}{\partial \sigma} + m z'' \dfrac{\partial z}{\partial \sigma} \right) d\sigma \\ \qquad = \left(X \dfrac{\partial x}{\partial \sigma} + Y \dfrac{\partial y}{\partial \sigma} + Z \dfrac{\partial z}{\partial \sigma} \right) d\sigma , \end{cases}$$

und wenn man die s_k einführt durch Gleichungen von der Art

$$(2)\qquad \frac{\partial x}{\partial \sigma} = \sum \frac{\partial x}{\partial s_k} \frac{\partial s_k}{\partial \sigma} ,$$

so erhält man mittels der Lagrange'schen Umformungen

$$(3)\qquad \sum{}' \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial s'} \right) - \frac{\partial T}{\partial s} \right]_k \frac{\partial s_k}{\partial \sigma} d\sigma = \sum S_k \frac{\partial s_k}{\partial \sigma} d\sigma ,$$

wo nun wieder die Richtung von $d\sigma$ und damit die Grössen $(\partial s_k / \partial \sigma) d\sigma$ die Eigenschaften der früheren dx_σ, dy_σ, dz_σ besitzen.

Statt dessen hätte man auch auf die von mir angegebene Art oder nach der Weise des Hrn. Boltzmann das vollständige Energiedifferential in die Form $dT = \Sigma_k T_k ds_k$ bringen und aus der Differentialgleichung

$$(4)\qquad \Sigma_k T_k ds_k = \Sigma S_k ds_k$$

schliessen können, dass $T_k - S_k = L_k$ ist, wobei zunächst von den Functionen L_k nur bekannt ist, dass sie der Differentialgleichung $\Sigma_k L_k ds_k = 0$ genügen. Nun ist aber nach Definition von S_k

$$(5)\qquad S_k = X \frac{\partial x}{\partial s_k} + Y \frac{\partial y}{\partial s_k} + Z \frac{\partial z}{\partial s_k}$$

und zufolge der Herleitungen für rechtwinklige Coordinaten

$$(6)\qquad S_k = m x'' \frac{\partial x}{\partial s_k} + m y'' \frac{\partial y}{\partial s_k} + m z'' \frac{\partial z}{\partial s_k} = T_k + L_k .$$

Die Lagrange'sche Umformung liefert

$$T_k + L_k = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial s_k} = S_k, \tag{7}$$

also auf jeden Fall, von welcher Entwickelung des dT man auch ausgegangen sein mag, die richtigen Differentialgleichungen.

Das ist nun freilich keine Vertheidigung der Behandlungsweise verallgemeinerter Coordinaten, die ich in meiner Arbeit gegeben habe, sondern eine Berichtigung, ja eine Zurücknahme dieser Behandlungsweise. Aber es ist eine Vertheidigung und Rechtfertigung des ganzen Planes und Zweckes jener Arbeit, den doch eigentlich Boltzmann angreift und verwerfen will. Ich habe sogleich, als ich in Lübeck seine Einwände hörte, die Verbesserung der Form zugegeben; aber von der Form kommt ja der ganze Lärm nicht; es soll ja dem inneren Kerne, der beherrschenden Stellung des Energieprincips an den Leib gehen, und in dieser Hinsicht erscheint der Angriff völlig haltlos. Meine Behauptung bleibt und ist aus der Kritik nur gesicherter hervorgegangen: Aus dem Energieprincipe folgen die dynamischen Differentialgleichungen.

V. In Sachen der Wärmelehre erhebt Hr. Boltzmann den Vorwurf gegen meine Arbeiten[1]), dass ich die Gibbs'schen Theorien nicht genau wiedergebe. Gibbs stützt sich durchaus auf den Satz von Clausius, dass in einem isolirten Systeme die Entropie nie abnehmen könne. Es ist bekannt, dass dieser Satz vielfach angefochten worden ist, und dass besonders einige französische Physiker ihn für zweifelhaft halten. Es kann daher wohl die Frage aufgeworfen werden, ob es nicht möglich sei, die wesentlichen Ergebnisse von Gibbs ohne Benutzung dieses Satzes zu gewinnen. Von dem reichen theoretischen Inhalte der Gibbs'schen Arbeiten ist bisher für physikalisch-chemische Zwecke verhältnissmässig wenig zur Verwendung gekommen. Mir schien es nicht unnütz, das für

1) Helm, Beilage zu Wied. Ann. 1895; Mathematische Chemie, Leipzig 1894.

die mathematische Chemie allein in Betracht kommende auf einem möglichst einfachen Wege aus unbezweifelten Grundlagen zu gewinnen. Meine Arbeit geräth in ein schiefes Licht, wenn Hr. Boltzmann sagt, ich setzte dQ für TdS in eine Gibbs'sche Formel ein; ich gehe vielmehr, wie Gibbs, auf die Grundlagen der Thermodynamik zurück und entwickele sie, um die bisher wichtigsten Ergebnisse, die Gibbs fand, zu erhalten, in einer eigenthümlichen Weise, die übrigens sich gelegentlich auch bei Gibbs findet[1]), ohne bei ihm die herrschende zu sein.

Geht ein System aus einem Zustande 1 vollkommenen Gleichgewichts in einen anderen Zustand 2 über, der ein Gleichgewichtszustand sein mag oder nicht, so ist unbezweifelt die Zunahme der Eigenenergie des Systems

$$E_2 - E_1 = Q_{12} + A_{12}, \tag{1}$$

wobei Q_{12} die gesammte während des Ueberganges dem Systeme zugegangene Wärme bedeutet, A_{12} die gesammte in anderer als Wärmeform zugegangene Energie; wir wollen sie die zugegangene Arbeit nennen.

Die Arbeit A_{12} setzt sich aus unendlich viel Elementen verschiedener Energieformen zusammen, die alle in die Form $J\,dM$ gebracht werden können, wo J und M gewisse merkwürdige Eigenschaften haben. Diese Grössen sind durchaus durch die *äusseren* Bedingungen bestimmt, unter denen das System steht und durch die seine Zustände und seine Zustandsänderungen gegeben sind. Z. B. ist eine solche Grösse J der *äussere* Druck, der auf den Oberflächentheilen des Systems ruht, keineswegs der sogenannte innere Druck, den man in vielen Fällen gar nicht würde angeben können. Die Grössen J messen also keineswegs die Fähigkeit des Systems, bestimmte Energieformen zu erzeugen; erst nach Eintritt eines vollkommenen Gleichgewichtszustandes sind sie in Werthe J_i übergegangen, die man als Maass solcher Fähigkeiten des Systems ansehen, dem Systeme als Eigenschaften zuschreiben kann; z. B. wäre der innere Druck eines in vollkommener Ruhe befindlichen Gases ein solches J_i.

---

1) Vgl. z. B. Gibbs' Formel 83 auf p. 102 oder Formel 696 auf p. 397 der Ostwald'schen Ausgabe.

Geht nun der beliebige Zustand 2 in einen Zustand 3 vollkommenen Gleichgewichts über, so ist zunächst wieder

$$E_3 - E_1 = Q_{13} + A_{13}. \tag{2}$$

aber ausserdem ist jetzt bekannt, dass

$$\int dQ_{13} : \theta \leqq \int dS. \tag{3}$$

wobei θ die Temperatur der Wärmequellen ist und sich die Entropie S auf Zustände vollkommenen Gleichgewichts bezieht, die den Zustand 1 in 3 auf einem umkehrbaren Wege überführen; das Integral rechts wird über diesen erstreckt, also im allgemeinen über einen anderen Weg, als den, für welchen Q_{13} die zugegangene Wärme ist. Das Zeichen $<$ gilt, wenn der Weg (1, 2, 3), auf den sich Q_{13} bezieht, nicht umkehrbar ist, andernfalls das Gleichheitszeichen.

(Da jeder von 1 nach 3 führende Weg dieselbe Energieänderung $E_3 - E_1$ ergeben muss, so folgt z. B. bei constantem θ aus Gleichung (2) und Gleichung (3):

$$A_{13} = \Sigma \int J \, dM \geqq \Sigma \int J_i \, dM; \tag{4}$$

etwa könnte man, unter N_{13} einen positiven Energiebetrag verstehend, setzen

$$A_{13} = \Sigma \int J \, dM = \Sigma \int J_i \, dM + N_{13}. \quad Q_{13} = \int \theta \, dS - N_{13}. \tag{5}$$

Die Grössen J_i beziehen sich nun wieder, wie auch S, auf die Zwischenzustände irgend eines umkehrbaren Processes, also auf Zustände vollkommenen Gleichgewichtes. Von dem Energiebetrage N_{13} könnte man offenbar sagen, dass er während des Ueberganges aus Arbeit in Wärme umgeformt wurde.)

Wir denken uns jetzt die Zustände 1, 2 und 3 unendlich nahe benachbart. Dem im Gleichgewichtszustande 1 befindlichen Körper wird also durch Abänderung der im Gleichgewichtszustande herrschenden Werthe von θ und J unter Aenderung der Parameter M und Wärmezuführung dQ eine kleine Störung beigebracht, wobei ihm die verschwindend kleine Energiemenge dE zugehe. Der so erreichte Zustand 2 kann im allgemeinen nicht dauernd bestehen, sondern wird in irgend einen Gleichgewichtszustand 3 übergehen. Die Mannich-

faltigkeit der Wege (2, 3) beschränken wir durch die Bestimmung, dass sie infolge geeigneter Regulirung der Umgebungstemperatur ohne Wärmezu- und -abgang erfolgen und nur verschwindend kleine Energieänderungen erfordern sollen. Dann ist an Stelle von $E_2 - E_1$ zu setzen dE, an Stelle von $Q_{12} = Q_{13}$ tritt dQ, für A_{12} ebenso dA, und die Integrale in Gleichung (3) reduciren sich, wobei sich wieder dS auf einen umkehrbaren Uebergang aus 1 nach 3 bezieht.

Wir haben dann

$$(6) \qquad dE = dQ + dA, \quad dQ \leqq \theta\, dS, \quad dA = \Sigma J\, dM,$$

folglich die von Hrn. Boltzmann angegriffene Formel

$$(7) \qquad dE \leqq \theta\, dS + \Sigma J\, dM.$$

Dagegen lautet die Gibbs'sche Formel

$$(8) \qquad dE = \theta\, dS + \Sigma J_i\, dM$$

und bezieht sich lediglich auf den Uebergang aus einem Gleichgewichtszustand in einen anderen. Meine Formel gilt für jede beliebige unendlich kleine Zuführung von Energie zu einem Systeme, das sich im Zustande vollkommenen Gleichgewichts befand; die in ihr vorkommenden Grössen sind durch die Aenderungen des Anfangszustands 1, denen das System ausgesetzt wird, vollkommen bestimmt und durch die im ersten Zeitelement eintretende Veränderung (1,2); nur dS kann selbstverständlich erst bestimmt werden, nachdem diese Veränderung ohne weitere Wärmeaufnahme oder -abgabe zu einem Gleichgewichtszustande 3 geführt hat.

Diese Betrachtungen lassen sich noch von einer Beschränkung befreien. Es erscheint nicht nothwendig, dass die Zustände 1 und 3 Zustände vollkommenen Gleichgewichts sind; nothwendig ist nur, dass sie von einem Zustande vollkommenen Gleichgewichts aus auf umkehrbarem Wege erreicht werden können. Ueber diese Einschränkung der Gleichung (7) auf beliebige Störungen eines umkehrbar erreichbaren Zustandes bin ich einmal fehlerhafter Weise hinausgegangen. Ich habe in meinem Bericht über den derzeitigen Zustand der Energetik die Gleichung (7) auf eine Reihe beliebiger Zu-

ngewendet, indem ich von einer Integration derselben
en habe; aber ich habe bei Ueberreichung des Be-
n Lübeck diesen Fehler ausdrücklich bezeichnet und
die Gelegenheit, dies jetzt auch hier zu thun. Der
p. 9 des Berichtes[1]), der mit den Worten beginnt:
iger Gleichung" ist hinfällig, und der folgende Satz
nn beginnen: „Das Gesetz, dass die Entropie nie ab-
kann, oder auch etc." (Ich habe ausserdem in dem
Vortrag Betrachtungen über die oben mit N_{13} be-
Energiegrösse angestellt, die nicht hierher gehören.)
noch auf eine von Hrn. Boltzmann p. 61 aufge-
Frage einzugehen, bemerke ich, dass bei dem Körper,
gewöhnliche Thermodynamik betrachtet, ausser S und v
en umkehrbaren Process definierenden Parameter be-
wohl aber bei nicht umkehrbaren Processen weitere
er angenommen werden müssen, deren Aenderungen
im Einzelnen zu reguliren vermögen. Nun können,
s bei strenger Behandlung, nicht etwa die Para-
, von denen Hr. Boltzmann p. 61 redet, als solche
gängliche Parameter gedacht werden, denn wir wissen
E eine differentiirbare Function der letzteren ist,

Hierdurch glaube ich über meine Auffassung und ihre Beziehung zu den Gibbs'schen Ansätzen hinreichend Aufschluss gegeben zu haben. Hr. Boltzmann hat also Recht, wenn er sagt, dass meine von ihm angeführten Formeln bei irreversibeln Processen nicht mit gewissen Gibbs'schen Sätzen identisch sind; aber sie leisten dasselbe wie letztere. Während Gibbs für nicht umkehrbare Vorgänge eine Integraleigenschaft derselben benutzt, fasse ich nur die Anfangselemente solcher nicht umkehrbaren Processe ins Auge.

VI. Durch die Einwände des Hrn. Boltzmann werden, wie ich gezeigt habe, die von ihm bekämpften Sätze nicht beseitigt, aber die Energetik geht doch nicht ohne Gewinn aus diesen Angriffen hervor, und es wäre ihr gut gewesen, wenn sie schon früher einem so scharfen und umsichtigen Kritiker hätte Stand halten müssen; die Wissenschaft schuldet Hrn. Boltzmann Dank für sein Vorgehen.

Keineswegs möchte ich das von dem Eingreifen des Hrn. Planck[1]) behaupten. Da ist nur ein einziger bestimmt bezeichneter Punkt der Energetik als „Stichprobe" in Angriff genommen. Mir scheint, dass es sich dabei um eine Begriffsverwirrung handelt. Ich habe immer streng Energie und Eigenenergie auseinander gehalten. Wenn man $p\,dv$ nicht als Energie bezeichnen darf, so sind auch dQ, $\theta\,dS$ keine, und der Oberbegriff Energie verliert seinen Nutzen; man kann z. B. nicht mehr von Erhaltung der Energie in einfacher Weise reden. Aber Eigenenergie ist $p\,dv$ nicht, sondern — und auch das nur, falls wir unter p den *inneren* Druck verstehen — ein analytischer Bestandtheil des Differentials der Eigenenergie, der sich während eines Kreisprozesses zu Gunsten anderer Bestandtheile verändern kann.

Auf die mehr allgemein gehaltenen Gedankenführungen des Hrn. Planck einzugehen, habe ich um so weniger Veranlassung, als ich mit Vielem, was er sagt, ganz einverstanden bin; aber die derzeitige Lage fasse ich freilich ganz anders auf wie er.

1) Planck, Wied. Ann. **57**. p. 72. 1896.

kann gar nicht zugeben, dass die Energetik ohne Er-
die wissenschaftlichen Leistungen geblieben sei; es
orzüglich seit Maxwell — weit mehr energetisch ge-
s man zugeben will. Die Energetik hat dem Experi-
dem Theoretiker, dem Techniker heuristisch Erfolge
denen dann hinterher die bekannten bunten Mäntel-
Hypothesen umgehängt werden. Ziehen nicht Max-
bbs, v. Helmholtz ohne weiteres neue Energieformen
den Kreis der analytischen Betrachtung und mit Er-
rdient eine so allgemein verbreitete Methode nicht,
n sie frei zu machen sucht von dem Aufputz mit
gen Einkleidungen, dass man sie als selbständige
herauszuarbeiten sucht?

so verstehe ich die Aufgabe des modernen Theore-
Die exacte Forschung, vorzüglich die technische Praxis
seit den ältesten Zeiten gewisser einfacher Gedanken-
dient, die eine sehr allgemeine Gültigkeit und wohl
einen schwankenden, unklaren, schwer zu packenden

Gedanken durch Wahrheiten und Irrthümer hindurch gestaltet hat, gedenke ich in einem Werke, dessen Erscheinen für das nächste Jahr geplant ist, in geschichtlichem Zusammenhange darzustellen. Freilich muss die Schilderung der Anläufe, die das letzte Jahrzehnt gebracht hat, noch ohne Abschluss bleiben; aber auch über diese Energetiker von heute wird ein Clausius oder Thomson kommen, der die Spreu vom Weizen sichtet und, wie damals, aus dem vielfach Widersprechenden einige Körner dauernden Besitzes der Wissenschaft aufbereitet.

Dresden, 2. Februar 1896.

Ueber die Ermittelung von Obertönen; von C. Stumpf.

das Vorhandensein von (objectiven) Obertönen in einem
zu erkennen, gibt es bekanntlich zahlreiche Mittel.
n das blosse Ohr oder das mit einem Resonator be-
Ohr benutzen, auch wohl einen Resonator mit der
effnung an die Klangquelle halten, während die schmale
mit dem Finger abwechselnd verschlossen und wieder
wird; man kann durch die mitschwingende Luftmasse
nators Flammen in Vibration setzen; man kann einen
hrere Theiltöne durch Interferenz ausschliessen, um
gen besser hervortreten zu lassen; man kann eine auf
esonanzkasten befestigte Stimmgabel [1]) von gleicher
it dem gesuchten Oberton durch diesen in Mit-
ng versetzen lassen; man kann den Oberton mit einer
ig tönenden Gabel von etwas abweichender Höhe

t. Nun ist zwar König's Behauptung der geltenden Theorie
er Schwebungen kaum einzufügen; aber es fragt sich eben,
er von beiden, die Theorie oder die König'sche Behauptung,
ner Revision unterzogen werden muss.

Einem ähnlichen Einwand ist die Beweiskraft der mit-
hwingenden Gabeln von gleicher Höhe mit dem Oberton
nterworfen: das Mitschwingen einer Gabel von n Schwingungen
önnte nicht blos von einem in der Klangmasse enthaltenen
on n, sondern auch von $n/2$, $n/3$ . . ., also auch vom Grund-
n des zu analysirenden Klanges hervorgerufen werden.
heoretisch wird dies gemeinhin nicht bloss als möglich, son-
ern (mit Berufung auf die Analogie eines nach je 2, 3 . . .
igenschwingungen angestossenen Pendels) als selbstverständ-
ch angesehen. Ob mit Recht, könnte wohl gefragt werden.
elmholtz wenigstens u. A., die aus dem Mitschwingen un-
edenklich auf den betreffenden Oberton geschlossen haben,
heinen hierüber anders gedacht zu haben. Jedenfalls bleibt
ne experimentelle Prüfung auch hier erwünscht, ob in Wirk-
hkeit jemals ein Grundton innerhalb der Stärkegrenze, wie
e in der akustischen Praxis eingehalten zu werden pflegt,
rect das Mitschwingen einer auf einen seiner Obertöne ab-
stimmten Gabel zu bewirken vermag. [1])

1. Man kann zunächst diese letzte Frage durch Aus-
haltung des bezüglichen Obertones mit Hülfe von Inter-
renzröhren zur Entscheidung bringen.

Ich leitete den mächtigen Klang einer Zunge von 50 Doppel-
hwingungen pro Secunde, die in einem auf dem Blasetisch

1) Nach Versuchen glaubten bereits Seebeck und Wheatstone,
nn R. König (Wied. Ann. **11.** p. 857. 1880) directes Mitschwingen
f Untertöne behaupten zu dürfen, wenngleich König die Behauptung
it einiger Reserve ausspricht. Ferner vgl. zu der Frage Bosanquet,
port of British Association 1876, Transactions of Sections p. 45 (wo
ie Umwandlung einfacher in zusammengesetzte Schwingungen in der
ift angenommen wird) und Bosanquet, Philosophical Magazine **12.**
280. 1881 (wo König's Versuche besprochen und auf die mathe-
atische Unmöglichkeit hingewiesen wird, so lange nur Kräfte im Spiele
id, die proportional der Ablenkung wirken). Endlich führte W. Wundt
der 2. und 3. Auflage seiner „Physiolog. Psychologie" (in der 3. s.
l. I p. 443) ein „entscheidendes" Experiment für die directe Erregung
. In der 4. Aufl. findet sich aber an der Stelle nur eine theoretische
wägung.

den, mit einer oberen Oeffnung versehenen Kasten war, vermittelst eines 3 cm weiten Schlauches durch nso breite Oeffnung in der 60 cm dicken Zimmer- einen zweiten Raum und fügte hier einen Interferenz- ein, durch welchen der Oberton 400 (achter Theilton) ossen wurde. Verschliesst man die Leitung in den Raum, so wird der Klang zwar noch herübergehört, setzt eine Resonanzgabel von 400 Schwingungen nicht Mitschwingung, wie er dies thut, wenn sie sich in chem Raum mit der Klangquelle und in deren Nähe

n man nun den einen der beiden, um die halbe nge des Tones 400 differirenden Leitungsschläuche rferenzapparates zudrückt, sodass also durch die an- itung der Gesammtklang herüberkommt, so erfolgt Mitschwingen der dicht vor die Mündung des Inter- parates gehaltenen Gabel 400. Dagegen erfolgt *kein* ngen, wenn beide Leitungen offen, also der Theilton 400 ossen ist, obgleich in diesem Falle der Klang doch ker zur Gabel 400 geleitet wird.

ton von der Stärke, wie er im Beobachtungszimmer aus dem Schlauche dringt, nicht im Stande ist, eine Resonanzgabel von multipler Schwingungszahl bei blosser Luftleitung in Erregung zu versetzen, dass wir also dieses Reagens unbedenklich benutzen dürfen, um das Vorhandensein von Obertönen festzustellen. Der Schluss erscheint umso überzeugender, als ausser dem Grundton 50 auch noch die sehr starken Theiltöne 100 und 200 in dem Klange der Zunge enthalten sind, die gleichfalls die Gabel 400 in Mitschwingung versetzen müssten, wenn sie überhaupt durch tiefere Töne erregbar wäre.

Dennoch liesse sich zunächst noch einwenden, dass der stärkste Theilton des Klanges, der Grundton 50, bei dem angegebenen Versuch (welchen ich schon 1893 in München anstellte) nur *eine* Schwingung auf je 8 der Gabel machte. Hier ist, könnte man sagen, kein merklicher Einfluss mehr zu erwarten, und der dem Eigenton der Gabel zunächstliegende Theilton 200 ist doch vielleicht schon zu schwach, um die Wirkung auszuüben.

Ich befestigte daher statt der Zunge von 50 eine solche von 200 Schwingungen in dem obigen Kasten, benutzte aber wieder die nämliche Gabel zum Mitschwingen. Das Ergebniss war dasselbe. Ebenso bei dem Klange 150 und der Gabel 300. Ich löschte hier auch statt des bezüglichen Obertones vielmehr den Grundton des Klanges durch Interferenz aus: es zeigte sich, dass dies auf die Intensität des Mitschwingens der höheren Gabel gar keinen Einfluss hat; sie schwingt ebenso stark, wie beim unveränderten Klang. Der Grundton trägt also zum Mitschwingen nichts bei.

Ich verglich weiterhin die Stärke des durch die Leitung herüberkommenden Grundtones des Zunge 200 mit der Stärke des Tones, der unmittelbar vor der Oeffnung des Resonanzkastens einer so kräftig als möglich gestrichenen Gabel 200 erklingt, wobei ich als gemeinschaftliches Maass die Stärke des Mitschwingens einer zweiten Gabel 200 benutzte, die ich mit der Oeffnung ihres Kastens einmal dicht vor dem Kasten der ersten hielt, ein anderes mal an die Mündung des Interferenzapparates, aus welcher der Zungenklang kam, während die Interferenz auf 400 gestellt war. Es zeigt sich, dass die Hülfsgabel im letzten Falle etwa ebenso stark mitschwang als im ersten.

ürch nahm ich an Stelle der Zunge eine
h ergiebigere Klangquelle. Ein Bombard
bläser aus der Kapelle des Berliner G
s bliesen zusammen den Ton 100 und
n 200 (welche Töne nach der Stimmung i
rade mit ihrem *G* bez. *g* zusammenfiele
Schalltrichter, der den Schall in die O
tete, während die Einrichtung sonst die nän
Ton 50 konnte so erzeugt werden, aber
bardon allein, da die Bassposaune nicht s
Ich untersuchte nun wieder das Mitsch
00—600 für die genannten drei Klänge
ener Leitung direct durch die Wand herübe
etzte keine Gabel in irgend deutliche Mit
amen eine auf 600 Schwingungen gestimm
bel, welche schwach erregt wurde. Der
durch den Schlauch kommende Klang dage
ne Interferenz vorlag, alle Obertongabeln

der zweite; er war also durch die Leitung doch so abgeschwächt, dass er etwa mit derselben Stärke aus der Röhre drang, wie der vorher angewandte Zungenklang. In den Fällen, wo die Interferenz nur durch eine Verbindung zweier Röhrensysteme vollständig erzielt werden konnte (vgl. unten), war er sogar etwas schwächer. Diese letzteren Versuche lieferten also zwar eine Bestätigung, aber keine Erweiterung der früheren Ergebnisse.

Daher möchte ich nach wie vor den Satz nicht gerade ganz allgemein aussprechen (wenigstens so lange wir von theoretischen Erwägungen absehen): dass niemals durch einen Ton $n/2$, $n/3$ . . . die Gabel n in Mitschwingung versetzt werden könne. Aber mit Sicherheit behaupte ich für die Fälle, wo der Ton die Intensität nicht überschreitet, wie sie eine starke, so kräftig als möglich mit dem Bassbogen gestrichene Gabel 200 dicht vor der Oeffnung des Resonanzkastens gibt, und die immerhin schon eine *sehr beträchtliche* genannt werden muss: *dass das Mitschwingen einer Resonanzgabel von multipler Schwingungszahl ausschliesslich durch einen Oberton von gleicher Höhe verursacht ist.* Und wenn man in Betracht zieht, dass in meinen Versuchen, wenn die bezüglichen Obertöne ausgeschlossen wurden, auch nicht einmal eine *schwache* Miterregung der Gabel stattfand, dass ferner, wenn der Grundton ausgeschlossen wurde, die Mitschwingung nicht im geringsten abgemindert wurde, so wird man auch noch so viel schliessen dürfen, dass der Grundton nur etwa bei ganz exorbitanter Stärke einen irgend erheblichen Einfluss auf das Mitschwingen höherer Gabeln gewinnen könnte, dass also der obige Satz wenigstens für alle Klangquellen, die bisher bei Versuchen über Tonempfindungen verwendet worden sind, Geltung habe.

Noch einige Bemerkungen über die Apparate. Als mitschwingende Gabeln wähle man solche zwischen etwa 300 und 600 Schwingungen, weil diese am kräftigsten mitschwingen. Damit der zu untersuchende Klang durch die Leitung nicht zu sehr geschwächt werde, muss der Leitungsschlauch die angegebene Weite haben, nahe an der Oeffnung des Zungenkastens aufgesetzt oder, wenn diese Oeffnung weiter ist, in den Kasten hineingeführt werden. Doch muss immer zwischen der Luft im Kasten und ausserhalb desselben eine Communi-

eiben, sonst geräth die Zunge nicht in Schwingungen
in Theilschwingungen. Auch die Interferenzröhren
läuche dürfen nicht zu schmal sein. Ist die vollständige
ung eines bestimmten Tones nicht zu erzielen, so
man zwei Interferenzsysteme miteinander. Ich habe
n Princip der Quincke'schen Interferenzröhren eine
ng aus Messingröhren herstellen lassen, die man be-
f jede beliebige Tonhöhe richten kann (wobei auch
ten. dass durch die Differenz einer halben Wellen-
h solche Töne mit ausgeschlossen werden, bei denen
che Differenz $1^1/_2$, $2^1/_2$ ... Wellenlängen entspricht,
. mit dem Ton 100 zugleich 300, 500, 700 etc.).
der beiden Leitungen hat einen Auszug nach Art
unen, ausserdem kann jede der beiden Leitungen
nsatzröhren um einen Meter vergrössert werden, so-
differenzen von 0 bis zu 312 cm (und mit Hülfe von
stücken natürlich auch grössere) herstellbar sind.[2])
m benutzte ich öfters mit Vortheil bei tieferen Tönen
und Glasröhren von 3 cm Weite zur Interferenz
n durch die gewählte Verbindungsart der Einrichtung
Auszug, [illegible] vollständig machen.

mehr das Blasegeräusch statt des Tones. Noch entscheidender ist der Beweis der Vernichtung, wenn man an die Oeffnung eine tönende Gabel hält, deren Höhe nur wenig von der des auszulöschenden Tones abweicht, und wenn dann keine Spur von Schwebungen auftritt.

Glaubt man bei Wiederholung der beschriebenen Versuche gelegentlich ein anderes Ergebniss, nämlich ein Mitschwingen auch bei Ausschluss des Obertones, zu finden, so wird man sich jedesmal bei genauerer Nachprüfung überzeugen, dass die Interferenz nicht vollständig oder dass das directe Herüberdringen des Gesammtklanges Schuld war. Ich spreche dies mit solcher Bestimmtheit aus, weil ich selbst und alle zur Beobachtung herangezogenen Personen immerfort diese Erfahrung gemacht haben.

2. Mit den nämlichen Mitteln kann man nun auch die Frage untersuchen, ob die Schwebungen einer Gabel von der Schwingungszahl $n \pm h$ mit einem Klang von dem Grundton $n/2$, $n/3$ ... stets durch einen in diesem Klang enthaltenen Theilton n verursacht sind oder ob sie auch direct durch das Zusammenklingen von $n \pm h$ mit dem Grundton des Klanges entstehen.

Nur war es hier nothwendig, noch ein drittes Zimmer zu benutzen, das mit dem zweiten durch eine Thür verbunden war. Während nämlich der bei verschlossener Zuleitungsröhre durch die Wand ins zweite Zimmer dringende Antheil des Schalles im allgemeinen nicht im Stande war, eine Gabel zum Mitschwingen zu bringen, bildete er doch mit einer nahe gleichgestimmten Gabel Schwebungen; ebenso entstanden Schwebungen mit einer Gabel, die einem Oberton des Klanges nahezu gleich war. Es wurde daher der Schall vermittelst eines 3 cm weiten Schlauches durch das zweite $8^1/_2$ m lange Zimmer zur obigen Thür geleitet, in diese (deren Schlüsselöffnung verstopft wurde) eine Oeffnung gebohrt und eine Röhre aus Pappe eingesetzt, durch die der Schall in das dritte, in gleicher Flucht liegende Zimmer dringen konnte. Die Stärke des Klanges wurde so regulirt, dass sich bei Verschluss dieser Röhre im dritten Zimmer keine Spur davon geltend machte, während er aus der geöffneten Röhre kräftig genug herauskam. Benutzt man zu enge Schläuche, so wird der Schall zu sehr

ht, oder man muss ihn im ersten Zimm
dass er auch direct herüberdringt, was hie
werden muss. Und zwar kommt es
für die gegenwärtigen Versuche daraus
nicht blos unhörbar ist, sondern sich
webungen mit einer Gabel verräth. Es k
n (wenn z. B. der Ton 600 im ersten Z
stant tönenden Flasche angegeben und di
önig'sche Gabel, auf etwa 605 gestimmt,
n leise Schwingung versetzt wurde) bei sc
eit noch merkliche Schwebungen am Reso
l beobachtet werden, wenn vom Ton d
Zimmer keine Spur zu hören ist. Bes
Fall beim Ausschwingen der Gabel, weil
en des Flaschen- und des Gabeltones einan
as für die Merklichkeit der Schwebungen gü
nan dagegen weite Schläuche, so kann
elle vermeiden. Der Interferenzapparat,

oder des Grundtones des Klanges gehört werden. Man kann dies bei einiger Uebung sehr genau unterscheiden, obschon beiderlei Schwebungen denselben Rhythmus haben. Schwebungen des tieferen Tones wird man *immer* vernehmen, wenn auch mehr oder weniger deutlich und stark. Dagegen in Bezug auf die Schwebungen des hohen Tones zeigen sich die Verschiedenheiten der eingeführten Versuchsumstände. Die tiefen Schwebungen rühren von der Bildung eines Differenztones her, der dem tieferen Primärton nahe liegt und mit diesem schwebt. Die hohen Schwebungen rühren, wie sich aus den sogleich zu erwähnenden Beobachtungen ergiebt, von einem Oberton der Klangquelle her, der mit dem höheren Primärton (dem der Gabel) schwebt. Die Anzahl der Schwebungen in der Secunde ist beiderseits nothwendig dieselbe. Wenn z. B. die Zunge 200 und die Gabel 405 zusammenwirken, entsteht als Differenzton 205, der mit 200 fünf Schwebungen gibt: ebensoviele entstehen aber durch die Collision des zweiten Theiltones der Zunge (wenn er nicht angeschlossen wird) mit dem Grundton der Gabel. Wenn die Zunge 100 mit der Gabel 605 zusammenwirkt, entstehen die fünf tiefen Schwebungen durch die Collision des Differenztones 105, der durch das Zusammenwirken des fünften Theiltones der Zunge und des Gabeltones entsteht, mit dem Grundton der Zunge; die fünf hohen Schwebungen durch die Collision des sechsten Theiltones der Zunge mit dem Gabelton.

Mit den „oberen und unteren Stössen" R. König's fällt die erwähnte Unterscheidung nicht zusammen. Diese haben ja im allgemeinen einen ungleichen Rhythmus.

Bei unseren Beobachtungen ist nun also durchaus auf die *hohen* Schwebungen zu achten. Von den tiefen muss abstrahirt werden, ihr Vorhandensein ist für die vorliegende Frage irrelevant. Man wird aber, wie ich nochmals ausdrücklich hervorhebe, bei einiger Uebung nicht der geringsten Täuschung ausgesetzt sein, ob die beobachteten Schwebungen solche des tieferen oder des (mindestens um eine Octave) höheren Primärtones sind.[1])

1) Das nämliche bemerkte schon Bosanquet, Phil. Mag. **11.** p. 428. 1881.

Ergebniss der mit aller Sorgfalt durchge
en (woran sich, wie auch schon an
nen Reihe, besonders Hr. stud. Max
Geschick und dankenswerther Ausdauer
ieses: *dass die hohen Schwebungen immer*
der bezügliche, der Gabel nahezu gleiche
dem aus der Röhrenöffnung dringenden
, dass sie dagegen verschwinden, wenn er
eitigt wird.

zeigte sich übereinstimmend bei den
und 300 mit der Gabel 605 (wobei also
h der zwölfte Theilton Schwebungen, und
, mit der Gabel erzeugte); ebenso bei der
Gabel 405.

die Zunge 100 mit der Gabel 205 macht
Befremden eine Ausnahme: hier traten au
Auslöschung des in der Zunge enthalt
(controllirt in der obigen Weise durch
nden des Tones, wenn er selbständig
ngegeben wurde immer noch hohe Schwe
rer Beobachtung zeigte sich aber, dass

der ersten Gabel wird dann die zweite von selbst mit in Schwingung versetzt, was nach den Untersuchungen unter 1. auf dem Vorhandensein des dritten Theiltones in der ersten Gabel beruhen muss; und es sind nun sowohl tiefe als hohe Schwebungen hörbar. Noch deutlicher, wenn die zweite Gabel selbständig, aber ganz schwach, angeschlagen wird. Ebenso ist es der Fall bei den Gabeln 300 und 600.

Wenn ich nun die Gabel 300 in das erste, die verstimmte Gabel 600 in das zweite, durch die Mauer abgetrennte und nur durch Röhrenleitung verbundene Zimmer brachte und die doppelte Interferenzröhre für 600 einschaltete, so trat das nämliche ein wie bei der Zunge als Klangquelle: fand Interferenz statt, so waren nur die tiefen Schwebungen vorhanden. fand keine statt, auch die hohen. Bei der Gabel 200 liessen sich dagegen in beiden Fällen keine hohen Schwebungen mit der verstimmten 600 beobachten; höchstens konnte man im Anfang, wenn 200 noch sehr stark tönte und gleichzeitig 600 nur sehr schwach angegeben wurde, bei Abstellung der Interferenz eine Spur beobachten.

Offenbar liegt der Grund darin, dass 600 als dritter Theilton in der Gabel 200 nur so schwach enthalten ist, dass er durch die Leitung in das andere Zimmer und die Röhren des Interferenzapparates, auch wenn dieser nicht auf 600 eingestellt ist, so gut wie ganz verschluckt wird, während er als zweiter Theilton (Octave) in 300 kräftiger enthalten ist.

Ich führe diese Modificationen an, weil gerade solche anfängliche Ausnahmen, indem sie sich einfach lösen und der Regel einfügen, nicht wenig zur Ueberzeugung beitragen.

Auch hier seien noch einige Bemerkungen über die Ausführung der Versuche und das Verhalten des Beobachtenden beigefügt. Es war bei diesen Versuchen besonders günstig, dass der Resonanzraum der König'schen Gabel 600 auf beiden Seiten offen war. Man hält die eine Oeffnung dicht vor die Röhrenmündung, die andere dicht vor das Ohr. Bei gehöriger Stille der Umgebung kann dann dem Beobachter, besonders wenn er sich zuvor mit dem Rhythmus der zu erwartenden Schwebungen vertraut gemacht hat, nicht die geringste Spur von solchen entgehen. Bei der Schwäche des Tones, mit dem die Gabel erklingen muss, um dem aus der Röhre kommenden

an Stärke nicht überlegen zu sein, muss man sich
icht gewisse unperiodische Schwankungen, wie sie bei
wachen Empfindungen immer vorkommen, mit Schwe-
zu verwechseln. Sonst kann man allerdings auch
ich bei Ausschluss des bezüglichen Obertones noch
ngen zu hören glauben. Endlich wird man bei lang
zter Beobachtung eine Art von Nachempfindung der
ngen haben, die selbst Stunden später noch wieder-
kann (Empfindungen des Henle-Fechner'schen so-
n Sinnengedächtnisses).[1]) Wenn solche auftreten, ist
die Beobachtung zu unterbrechen.

Erwähnung dieser Fehlerquellen soll aber nicht den
erwecken, als wenn die Sache selbst für einen in
Dingen geübten Beobachter irgend zweifelhaft sein
Ich glaube es vielleicht nach allem mit voller Be-
it aussprechen zu dürfen, *dass ein Klang mit einer*
die ein um wenige Schwingungen alterirtes Multiplum
wingungszahl gibt, nur durch den entsprechenden in ihm
n Oberton Schwebungen bilden kann, nicht aber durch
undton, dass somit schwebende Gabeln als ein sicheres
n für die Existenz vorhandener Theiltöne dienen

objective Wirkung des Obertones hervorgebracht und diese zum Gegenstand der Beobachtung gemacht wird) verschieden, je nachdem es sich um dissonante oder mehr oder weniger consonante Obertöne handelt. Der stärkste, die Octave, wird im allgemeinen am schwersten herausgehört, leichter die Duodecime, sehr leicht der fünfte und der siebente Theilton.[1])

Die sorgfältige Anwendung der hier discutirten Kriterien, eventuell in Verbindung mit der Ausschaltung bestimmter Theiltöne durch Interferenz, wird, wie ich glaube, zur Lösung mancher bisher noch schwebenden Frage der Akustik hinführen. Ich will hier nur noch die Ergebnisse zweier Experimentalstudien anführen, welche unmittelbare Anwendungen der vorhergehenden waren.

1. Ueber die Zusammensetzung einiger relativ einfachen Klangquellen.

Bei der immer mehr hervortretenden Wichtigkeit der Verwendung einfacher Klänge für akustische Principienfragen schien es mir nothwendig, die verfügbaren Klangquellen und vor allem die bequemste und am meisten gebrauchte, die *Stimmgabeln*, aufs neue zu prüfen. v. Helmholtz glaubte in den Resonanzgabeln, die er in die Akustik einführte, wirklich einfache Klangquellen zu besitzen.[2]) Bei sehr tiefen und sehr stark angeschlagenen Gabeln erklärte er jedoch später mit Resonatoren Theiltöne bis zum fünften zu hören.[3]) Quincke erwähnt bei seinen Untersuchungen mit Interferenzröhren[4]), dass er bei Resonanzgabeln stets die Octave gefunden, scheint aber ausser dieser keine weiteren Theiltöne anzunehmen (nach p. 182 u.). Stefan weist darauf hin[5]), dass bei stärkeren Excursionen in der umgebenden Luft eines Stabes periodische Druckverminderungen in der Mittelebene eintreten, die der höheren Octave entsprechen, die denn auch bei Stimmgabeln an den äusseren

1) Hierüber vgl. meine Tonpsychologie **2.** p. 127 f. u. 232 f.

2) v. Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen. 4. Aufl. p. 94—95.

3) v. Helmholtz, l. c. p. 263. (Zusatz der 4. Aufl.)

4) Quincke, Pogg. Ann. **128.** p. 177 f. 1866.

5) Stefan, Sitzungsber. der Wien. Akad. Math.-nat. Klasse. **61.** 2. Abth. p. 491. 1870.

ihrer Zinken zu beobachten sei (zu unters
tehungsweise, die v. Helmholtz annahm)
te, durch mitschwingende Gabeln Theilt
achgewiesen zu haben: allerdings setzte
f den Kasten der Hauptgabel, wobei
deren Schwingungszahl nicht ein Multiplu
ptgabel bildet, in Schwingung versetzt wer
enn man die Hülfsgabel neben die Haup
gemeinsame Unterlage setzt, kann die E
n: so konnte ich z. B. 300 durch 20
durch eine c-Gabel (7 : 4) in Schwingung
o reine Luftübertragung anwenden. Das
der That die vier ersten Theiltöne Res
können, habe ich bereits früher erwähnt
serdem an, dass er bei einer Gabel c
ung verschiedener Kriterien (worunter ab
ngen) sogar alle Theiltöne bis zum z
sen können. Für diese Angabe, die

50 Schwingungen umfassen, konnte der zweite Theilton constatirt werden; bei der höchsten, wenn sie auf 50 Schwingungen gestellt war, auch der dritte, dieser aber nur sehr schwach.

Für die Region zwischen 100 und 700 Schwingungen standen mir eine grosse Anzahl von Resonanzgabeln von Appunn jun. und R. König zu Gebote. Bei den Gabeln von 100 bis 500 waren überall der zweite, dritte und vierte Theilton nachweisbar, bei den Gabeln 600 und 700 der zweite und dritte, doch könnte hier wohl der vierte auch noch vorhanden sein. [1])

Bei freischwingenden Gabeln resultiren natürlich dieselben Theiltöne, der Unterschied liegt nur darin,dass die Resonanzgabeln den Grundton relativ stärker und den ganzen Klang länger und auf weitere Entfernungen hören lassen. Der Nachweis der einzelnen Theiltöne ist aber wegen des rascheren Verklingens schwerer, namentlich bei Grundtönen über 200; am besten steckt man den Gabelstiel in einen Schlauch und leitet diesen ins Ohr.

Ein ganz überraschender Reichthum an Theiltönen fand sich bei einer König'schen *C*-Gabel (64 Schwingungen) aus dem Strassburger physikalischen Institut, die mit dem Fuss in ein eisernes Gestell eingeschraubt wurde und ohne Resonanzkasten einen kräftigen Ton gab: sie enthielt alle Theiltöne bis zum *zwölften*, den zweiten bis vierten sehr stark, unter den höheren noch besonders stark den zehnten, der auch mit blossem Ohr leicht während der ganzen Klangdauer herauszuhören war. Die Zinken dieser Gabel sind 10 mm dick und 15 mm breit. Solche Klangquellen kann man freilich (bei entsprechender Intensität) nicht einmal zu den *relativ* einfachen mehr rechnen.

Eine gleichfalls dem Strassburger Institut gehörige Resonanzgabel von Marloye in Paris für den Ton $c = 128$, mit

1) Als Hülfsgabeln diente vorzugsweise eine Serie äusserst empfindlicher König'scher Resonanzgabeln, die die chromatische Leiter c^3—c^3 und die diatonische c^3—c^4 umfassen ($c^4 = 2100$); für den vierten Theilton von 600, der schon über diese Grenze hinausliegt, eine Appunn'sche Gabel aus einer Serie, die sich nicht in solchem Maasse mitschwingungsfähig erwies; für den vierten Theilton von 700 fehlte es überhaupt an einer Hülfsgabel. So winzige Gäbelchen verklingen auch schleunigst und die Verbindung mit einem Resonanzraum nützt nichts mehr.

sehr starken Zinken (13 : 23 mm) und mächtigem Klang, liess alle Theiltöne bis zum achten noch ganz deutlich durch Schwebungen, theilweise auch durch Mitschwingen erkennen; der neunte machte sich nur bei stärkster Elongation kurze Zeit merklich.

Aehnliches fand sich bei einer *electromagnetisch* erregten Gabel für $c = 128$. Hier war mit blossem Ohr leicht der fünfte und sechste Theilton zu hören, mit Hülfsgabeln waren alle bis zum neunten nachweisbar.

Bei einer electrischen Gabel für den Ton 100 mit dünnen Schenkeln, die auf einen dazu passenden Resonanzkasten gesetzt einen kräftigen Klang gab, fanden wir sogar noch den 16. Theilton deutlich schwebend, den 17. noch eben erkennbar.

Bei einer dritten, für $c' = 256$, mit verhältnissmässig (für Gabeln dieser Tonhöhe) starken Zinken 9 : 13 mm waren alle bis zum 8. nachzuweisen.

Bernstein's „akustischer Stromunterbrecher“ [1]), eine ebenfalls auf electromagnetischem Wege in Schwingung versetzte Feder, die auf beliebige Tonhöhe eingestellt werden kann, gab, auf den Ton 200 gestellt, Schwebungen mit 400 und 600, aber nicht mehr mit 800. Der Klang ist allerdings auch sehr schwach. Bei Einstellung auf 100 war auch der vierte Theilton noch schwach vorhanden. Immerhin wäre dieses Instrument, mit Resonanzvorrichtungen verbunden, für akustische Studien in Betracht zu ziehen.

Ein von Hrn. Oehmke construirter Unterbrecher mit dicker Stahlsaite, die durch eine Schraube und durch zwei unter der Saite befindliche kleine Stützen sich etwa von $c = 128$ bis zur höheren Octave bequem verstimmen lässt, gab bei c die Theiltöne bis zum zwölften, bei c' bis zum sechsten.

Dass die Dicke der Zinken bei Gabeln einen Unterschied macht, hat R. König richtig bemerkt. [2]) Bei einer ausserordentlich dicken, frei schwingenden Gabel für den Ton $a^2 = 880$ (die Zinken hatten im Querschnitt $13\frac{1}{2} : 20$ mm, was für Gabeln von dieser Tonhöhe enorm ist) fand sich sogar von der Octave so gut wie nichts. Freilich verklingt der Ton

1) J. Bernstein, Untersuchungen über den Erregungsvorgang im Muskel- und Nervensystem p. 98 f. 1871.

2) R. König, Wied. Ann. 12. p. 337 f. 1881.

auch schnell und lässt sich nicht so gut untersuchen, wie der von tiefen Resonanzgabeln.

Zu den einfachsten Klangquellen gehören sodann angeblasene Flaschen. Aber auch hier waren beim Grundton 100 die Theiltöne bis zum fünften, bei höheren Grundtönen bis zum dritten nachweisbar und der letztere auch mit blossem Ohr deutlich zu hören. Den vierten konnte ich dagegen bei höheren Grundtönen nicht mehr deutlich constatiren.

Eine von Hrn. Appunn zur Probe übersandte Metallpfeife von konischer Form, deren obere schmale Oeffnung angeblasen wird, während das untere breite Ende offen ist und durch Eintauchen in Wasser der Pfeife verschiedene Tonhöhe ertheilt, liess für den Grundton 300 nur den zweiten und dritten Theilton erkennen.

Endlich haben wir R. König's kleine Wellensirene [1]) untersucht, wovon uns ein Exemplar durch die Güte des Hrn. Prof. Hermann in Königsberg aus dem dortigen physiologischen Institut zugesandt war. Zunächst setzten wir an die Stelle einer der drei Blechscheiben, mit denen der Apparat geliefert wird, eine andere, auf der eine genaue Sinuscurve ausgeschnitten war (wie solche von König bei der grossen Wellensirene gebraucht werden). Es ergab sich aber keineswegs ein einfacher Ton, obschon der Klang *sehr schwach* war, sondern es waren der zweite, dritte und vierte Theilton noch deutlich durch Schwebungen mit den bezüglichen Gabeln nachzuweisen. Die Octave ist hier relativ so stark, dass man sie auch mit blossem Ohr unschwer heraushören kann. [2])

1) R. König, Wied. Ann. **12.** p. 344 f. 1881.

2) König äusserte (Wied. Ann. **12.** p. 348. 1881) bezüglich der aus zwei Sinuscurven combinirten Curven, die wir nachher besprechen, Bedenken, ob die theoretischen Bedingungen praktisch hinreichend ausführbar seien, um (zwei) einfache Töne zu erzeugen, die Spaltöffnung sei nicht unendlich klein etc. „Doch scheint in Wirklichkeit — fährt er fort — die dadurch veranlasste Störung nur äusserst gering zu sein, da ich sie durch directe Analyse mit Resonatoren nicht bemerken konnte.“ — In seiner neuesten sorgfältigen Untersuchung über die (grosse) Wellensirene, die ich nur eben noch bei der Correctur verwerthen kann (Wied. Ann. **57.** p. 339 f. 1896), bekämpft König die Vermuthung, dass Luftstauungen, Wirbelbewegungen u. dgl. die Tonerscheinungen compliciren könnten, erwähnt jedoch, dass nach Prüfung mit Resonatoren der durch

Es ergab sich ferner, dass die beiden Curven König's die ihrer Construction nach nur die vier ersten ungeradzahligen harmonischen Theiltöne geben sollen, auch die drei ersten geradzahligen 2, 4, 6 liefern; wenngleich schwächer als jene, sind sie doch durch Schwebungen evident nachweisbar. (Es dürfte nach meinen Erfahrungen überhaupt keine Klangquelle geben, die nicht wenigstens den ersten geradzahligen Theilton, die Octave, miterzeugte).

Bei schneller Drehung hört man sogar, wenn sämmtliche Blaseöffnungen geschlossen sind, ein Octavenintervall leise erklingen, und zwar ist dabei die Octave etwa ebenso stark, wie der Grundton. Diese Octave muss natürlich auch mitgehört werden, wenn eines der Ventile geöffnet ist.

Im Anschluss hieran untersuchte ich nun noch (stets mit Hrn. stud. Meyer) die Frage, zu deren Entscheidung die kleine Wellensirene besonders dienen sollte, und erwähne hier die Ergebnisse, weil gerade an dieser Frage, auf deren principielle Wichtigkeit v. Helmholtz mit Recht hingewiesen, sich die Nothwendigkeit genauster Untersuchung der Obertöne sofort demonstriren lässt:

2. Ueber Klangfarbenänderung bei Phasenverschiebung.

Die kleine Wellensirene sollte dem Nachweis dienen, dass Klangfarbenänderungen durch blosse Phasenverschiebung der Theilschwingungen eintreten können, ohne dass die relative Intensität der Theiltöne sich veränderte. Es sind zu diesem Zwecke die drei Blechscheiben mit je zwei Curven angebracht, deren Beschreibung in König's Abhandlung nachzulesen ist.

Wir fanden nun, dass factisch den Veränderungen der Klangfarbe beim Uebergang von der einen zur anderen Curve Veränderungen in der Intensität der Theiltöne entsprechen, derart, dass die Erscheinungen sich vollkommen unter das v. Helmholtz'sche Erklärungsprincip für die Klangfarbenunterschiede subsumiren. So ist z. B. bei der untersten Scheibe,

Anblasen von Sinuscurven erregte Ton bei geringer Intensität und mittlerer Tonhöhe von einer leisen Octave, bei tieferen Tönen auch wohl von einer schwächeren Duodecime begleitet sein, nur bei sehr grosser Intensität könne man mitunter die Theiltöne noch bis zum fünften erkennen.

deren beide Curven die aus den ersten acht harmonischen Theiltönen (mit abnehmender Intensität) resultirende Schwingung darstellen, und zwar die eine (*a*) mit Phasendifferenz $\delta = {}^1/_4$, die andere (*b*) mit $\delta = 0$, die Veränderung der Klangfarbe allerdings sehr auffallend. Bei *a* ist der Klang stärker und schärfer, bei *b* schwächer und milder. Aber schon mit blossem Ohre kann man erkennen, dass die relative Intensität der Theiltöne in der Luft trotz der gleichen Gestalt der Curven in beiden Fällen keineswegs die gleiche ist. Bei *a* kann man z. B. den fünften Theilton sehr kräftig heraushören, bei *b* nur äusserst schwach. Und das Nämliche lehren die Schwebungen mit einer nahe gleich gestimmten Gabel. Auch der siebente Theilton ist bei *a* noch gut mit dem Ohr erkennbar, bei *b* kaum mehr. Ferner wenn man durch langsame Drehung einen tiefen Grundton erzeugt, etwa 100, so ist schon mit blossem Ohr zu erkennen, dass dieser Grundton bei *a relativ* bedeutend schwächer ist als bei *b*, dagegen schon der dritte Theilton relativ kräftiger; was wiederum durch die Schwebungen bestätigt wird. Analoge Unterschiede finden sich auch bei den übrigen Curven. Es wäre ja auch von vornherein nicht wahrscheinlich, dass bei der bedeutenden Verstärkung und Schwächung des Grundtones, die von König selbst hervorgehoben wird, die Intensitäten der sämmtlichen Theiltöne genau proportional sich veränderten und nicht auch Verschiebungen ihrer Stärkeverhältnisse einträten: ist es doch bei keiner bekannten Klangquelle anders. Weiter tragen zur Klangfarbenänderung aber auch die Unterschiede in der Beimischung des Blasegeräusches bei, das bei den schwächeren Klängen relativ mehr hervortritt. [1]) —

Man wird nun auch aufs Neue die Frage aufwerfen, ob nicht ebenso König's berühmte Beobachtungen über Entstehung von Stosstönen und von Schwebungen bei Intervallen über eine Octave [2]) auf der Mitwirkung unbemerkt gebliebener Theiltöne beruhen, wie dies von Helmholtz angenommen

1) Ueber weitere positive Beweise für die Einflusslossigkeit der Phasenverschiebungen als solcher vgl. Hermann, Pflüger's Archiv f. Physiologie **56.** p. 467 f. 1894.

2) R. König, Pogg. Ann. **157.** p. 177 f. 1876.

Was die Schwebungen betrifft, so wird man begreifen,
nach den obigen Ergebnissen nun doppelt zu dieser
hinneige. Jedenfalls ist aber sehr zu bedauern,
nig die Prüfung der angewandten Klänge nur durch
ren bewirkte[2]) und dass er nicht die Probe angestellt
bei Einfügung von Interferenzröhren für die bezüg-
eiltöne seine Schwebungen bestehen blieben. Bei der
Stärke der angewandten Klänge musste sich ja die
rderliche Ueberleitung in einen zweiten Raum aus-
ssen.[3])

noch möchte ich nicht urtheilen, ehe ich nicht so
wöhnlich dickzinkige Gabeln aus der tiefen Region,
König benutzte, direct auf ihre Theiltöne unter-
be.

der Frage der Schwebungen ist dann aber die der
den Töne („Stosstöne") noch wohl zu scheiden. Be-
gen hierüber wird Hr. Meyer in anderem Zusammen-
röffentlichen.[4]) —

künftige Untersuchungen ergeben sich aus allem
enden die Regeln:

blos gradzahligen oder blos ungeradzahligen Theiltönen geben „müssen", beruhigen darf;

2. dass, wo es auf einfache Töne ankommt, die Stärke des Klanges so gering genommen werden muss, als es sich nur immer mit dem Zweck der Untersuchung verträgt (und in der That kann man z. B. bei Studien über die Unterschiedsempfindlichkeit u. dgl. in ruhiger Umgebung ohne Nachtheil sehr schwache Töne benutzen), oder dass die Obertöne durch Interferenz ausgeschlossen werden müssen. [1])

1) Wie ich nach Abschluss dieser Abhandlung bemerke, hat kürzlich Sauberschwarz (in Pflüger's Archiv f. Physiol. **61.** p. 1 f. 1895), der selbst wieder Grützner als Vorgänger citirt (Naturforscherversammlung zu Halle 1892), von dem Princip der Interferenz auch bereits für die Frage nach der Natur der Vocalklänge Gebrauch gemacht. Es wurde dabei eine andere Interferenzeinrichtung benutzt, die nach der Beschreibung erhebliche Vorzüge besitzen muss. Doch kann ich darüber noch nicht aus Erfahrung urtheilen. Ich will nur noch ausdrücklich betonen, dass die dort erwähnte Fehlerquelle der älteren Vorrichtung in meinen Versuchen durchweg vermieden ist, da wir die Auslöschung des bezüglichen Tones niemals blos auf Grund einer bestimmten Einstellung des Apparates *annahmen*, sondern in jedem einzelnen Falle durch besondere Beobachtung und vornehmlich durch den Wegfall aller Schwebungen mit einer nahe gleichgestimmten Gabel feststellten.

7. ***Experimentaluntersuchungen***
…en Ursprung der Berührungselectricität;
von C. Christiansen.

(Zweite Mittheilung.)

---

9. **Die electrische Polarisation.** (Fortsetzung.)

…ier ersten Mittheilung [1]) habe ich gezeigt, dass zur …ng einer Potentialdifferenz zwischen Zink-, Cad…blei- und Zinnamalgam auf der einen, reines Queck…f der anderen Seite, die Gegenwart von Sauerstoff …ig ist. Es wird dabei eine Verbindung zwischen den …n Metallen und Sauerstoff gebildet; wir können die …elleicht unter dieses Schema bringen:

$$\overline{Zn}\ \overline{Zn}\ \overline{O}\ \overline{O}.$$

§ 10. **Chlorwasserstoff und Zink.**

Der Chlorwasserstoff war sehr rein und trocken; doch waren die Resultate ziemlich variabel.

Potentialdifferenz zwischen Quecksilber oder Zinkamalgam und Kohle in ClH. 2 g Zn : 1000 g Hg.

	Hg	ZnAmalgam		Hg	HgZn
		Rohrdiameter 0,147 mm			
Potentialdifferenz in Volt	0,26	0,91	0,93	0,40	0,92
Dauer des Strahles in Sec.	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
		Rohrdiameter 0,216 mm			
Potentialdifferenz in Volt	0,28	1,01	1,00	0,39	1,02
Dauer des Strahles in Sec.	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008
		Rohrdiameter 0,297 mm			
Potentialdifferenz in Volt	0,55	0,92	0,92	0,29	0,90
Dauer des Strahles in Sec.	0,005	0,004	0,010	0,014	0,013

Die mit reinem Quecksilber gefundenen Potentialdifferenzen sind besonders variabel, wahrscheinlich wirkt ClH nicht nur polarisirend auf das Zinkamalgam, sondern auch auf das Quecksilber und die Kohlenelectroden.

Die folgenden Versuche wurden angestellt, um den Einfluss der Stärke des Amalgams zu bestimmen.

Potentialdifferenz zwischen verschiedenen Zinkamalgamen und Kohle in ClH. Rohrdiameter 0,37 mm. Strahllänge 20 mm.

g Zn in 1000 g Hg	Hg	ZnAmalg.	Hg
4	0,31	1,06	0,47
1	0,47	0,99	0,53
$^1/_2$	0,51	0,97	0,50
$^1/_4$	0,37	0,99	0,48
$^1/_{80}$	0,58	1,02	0,65

Es zeigt sich, das Zinkamalgam selbst mit sehr geringem Zinkgehalt stark polarisirt wird. Auch sieht man, dass die Potentialdifferenz zwischen Zinkamalgam und Kohle in Chlorwasserstoff ungefähr von derselben Grösse ist als in Sauerstoff, welche Grösse in § 6 meiner vorigen Mittheilung [1]) bestimmt

1) C. Christiansen, Wied. Ann. **56.** p. 644. 1895.

ist. In einer anderen Versuchsreihe fand ich jedoch etwas höhere Werthe, nämlich mit Zinkamalgam 1.30 Volt, mit Quecksilber 0.45 Volt.

§ 11. Gleichzeitige Einwirkung von Chlorwasserstoff und Sauerstoff auf Zinkamalgam.

Bei den Versuchen mit Zinkamalgam und Chlorwasserstoff machte ich folgende merkwürdige Wahrnehmung. Ich bestimmte die Potentialdifferenz zwischen Zinkamalgam bez. Quecksilber und Kohle in Chlorwasserstoff, trieb dann den Chlorwasserstoff mit Wasserstoff aus und bestimmte wieder die Potentialdifferenz, endlich wurde der Wasserstoff mit atmosphärischer Luft ausgetrieben. Ich fand dabei die Potentialdifferenz

	Hg	ZnAmalgam
in Wasserstoff	0,70	0.80 Volt
in atmosphärischer Luft	0,62	0,67

Für Wasserstoff ging es nach der Erwartung, anders mit atmosphärischer Luft. Hier war eine Potentialdifferenz von etwa 1 Volt zu erwarten und der Versuch ergab 0,05 Volt. Die Ursache konnte nur darin liegen, dass die Kohlenelectroden noch etwas Chlorwasserstoff enthalten konnten. Sie rochen auch sehr stark nach ClH. Man muss folglich annehmen, dass eine kleine Menge dieses Gases die Wirkung des Sauerstoffs aufheben konnte. Um zu sehen, ob diese Erklärung die richtige sei, wurden die Kohlenelectroden wiederholt geglüht und dann in verschiedener Weise behandelt. Die Resultate folgen unten.

Potentialdifferenz zwischen Zinkamalgam oder Quecksilber und Kohle in atmosphärischer Luft. Rohrdiameter 0,301 mm. $^{1}/_{1000}$ Zn.

	Hg	ZnAmalg.	Hg
Kohlenelectrode geglüht, nach drei Tagen	0,54	1,43	0,59
„ „ mit Wasser getränkt	0,38	1,24	0,43
„ „ mit Salzsäure getränkt	0,67	1,01	0,83
„ „ mit Kalisösung getränkt	0,19	lang	—

Auch hier zeigt sich die Wirkung von Chlorwasserstoff deutlich genug. Zu bemerken ist auch, dass der Strahl in diesem Gase, auch wenn er aus Zinkamalgam gebildet war, nie „lang“ wurde, selbst auch nicht, wenn die atmosphärische Luft durch Sauerstoff ersetzt wurde.

Diese Versuche lassen vermuthen, dass die Wirkung des Sauerstoffs auf Zinkamalgam durch Chlorwasserstoff aufgehoben wurde. Es ist wirklich recht auffallend, dass Sauerstoff und Chlorwasserstoff, jeder für sich, energisch erregend wirken, dass aber, wenn beide in derselben Zeit zugegen sind, alle Wirkung ausbleibt. Die Erklärung liegt wohl einfach darin, dass die Einwirkung nach dem Schema

$$Zn + O + 2\,ClH = ZnCl_2 + H_2O$$

verläuft, ganz verschieden von dem in § 9 angegebenen.

Diese Wechselwirkung der genannten Gase zeigt sich auch in folgender Weise. Es strömte Zinkamalgam ($^2/_{1000}$) in feinem Strahl in der Atmosphäre aus. Der Strahl war 5—10 cm lang, der Durchmesser des Ausströmungsrohres 0,3 mm. Es wurde ein mit Salzsäure befeuchtetes Glasrohr dicht an den Strahl gehalten, sogleich wurde er ganz kurz, etwa 1 cm. Zu derselben Zeit hörte man einen ganz verschiedenen Laut, als die Tropfen im Quecksilber fielen. Salpetersäure und Essigsäure wirkten wie Salzsäure; mit Ammoniak und Schwefelsäure war keine Wirkung wahrnehmbar.

§ 12. Von der Oberflächenspannung.

Ich will an dieser Stelle einige Beobachtungen über die Oberflächenspannung der Amalgame verschiedener Gase mittheilen. Ich machte dabei von der von Lord Rayleigh [1]) angegebenen Methode Gebrauch. Wie bei dem entsprechenden Versuche G. Meyer's [2]) strömte das Amalgam durch ein kurzes Stück eines Thermometerrohres. Es bilden sich dann Wellen auf dem Strahl; die Wellenlänge ist der Quadratwurzel der Oberflächenspannung umgekehrt proportional. Zinkamalgam ($^1/_{1000}$ bis $^2/_{1000}$) gibt in Wasserstoff einen ziemlich kurzen Strahl; die Wellenlänge ist constant und die Wellen überall gleich stark entwickelt In Sauerstoff geht es ganz anders; der Strahl wird sehr lang, die Wellen sind aber nur dicht an der Oeffnung wohl ausgebildet, sonst ist der Strahl ganz glatt. Die Wellenlänge war dabei nicht merklich verändert. Es scheint also, dass der Sauerstoff eine sehr starke Zähig-

1) Lord Rayleigh, Proc. of the Royal Soc. **47.** p. 281. 1890.
2) G. Meyer, Wied. Ann. **53.** p. 845. 1894.

bei Berührung, es lässt aber die Oberflächenspannung unverändert.

Diese Wirkung des Sauerstoffs ist übrigens wohlbekannt. Aeltere Wahrnehmungen von Plateau und Marangoni[1]) liegen vor. Der letztgenannte misst, was er als Oberflächenelasticität bezeichnet, bei mehreren Flüssigkeiten; sie war bei Zinkamalgam gleich 51.5, bei reinem filtrirtem Quecksilber gleich 0,5.

In letztgenanntem Falle nahm die Elasticität mit der Zeit zu und wurde nach 24 Stunden gleich 42.2 gefunden. Ich betrachte es als durch meine Versuche bewiesen, dass diese Elasticität durch die Anwesenheit von Sauerstoff bedingt ist. Auf verwandte Beobachtungen von Poggendorff[2]), deren Ursachen noch nicht völlig aufgeklärt sind, sei hier hingewiesen, sie verdienen wohl weiter studirt zu werden.

Wir haben gesehen, dass ein langer Zinkamalgamstrahl sogleich kurz wird, sobald Dämpfe von Salzsäure in seine Nähe kommen. Ich dachte mir, dass dies darin seine Ursache hätte, dass die genannte Zähigkeit aufgehoben wurde; das Resultat entsprach aber nicht meiner Erwartung. Die Wellen verschwanden ganz an der Seite des Strahles, der der Salzsäure am nächsten war.

§ 13. Chlorwasserstoff und verschiedene Amalgame.

Frühere Versuche haben gezeigt, dass Kupferamalgam entweder gar nicht, oder doch nur sehr schwach, von Sauerstoff polarisirt wird; wir werden jetzt sehen, dass Chlorwasserstoff entschieden polarisirend wirkt.

Potentialdifferenz zwischen Kupferamalgam und Kohle.
Diameter 0.224. Strahllänge 15—20 mm.

	Hg	CuAmalg.	Hg
Atmosphärische Luft	0.46	0.51	0,60
Sauerstoff	0.76	0.73	0,68
Wasserstoff	0.70	0.72	0.69
Chlorwasserstoff	0.43	0.61	0,38
Chlorwasserstoff	0.38	0.60	0,38

1) Marangoni, Wied. Beibl. 3. p. 842. 1879.
2) Poggendorff, Pogg. Ann. 77. p. 1. 1849.

Die polarisirende Wirkung des Chlorwasserstoffs mit anderen Amalgamen zeigt die folgende Tabelle.

	g Metall in 1000 g Hg	Quecksilber	Amalgam	Quecksilber
Blei	4	0,19	0,70	0,21
Zinn	4	0,23	0,61	0,37
Cadmium	4	0,37	0,78	0,31
Natrium	0,14	0,36	1,77	0,31
Kalium	0,31	0,21	1,77	—

Mit Natriumamalgam wurde der Strahl so lang, dass die Potentialdifferenz sich nur mit Schwierigkeit bestimmen liess.

Die Wirkung des Chlorwasserstoffs ist ungefähr von derselben Grösse wie die des Sauerstoffs. Ob die maximale Polarisation erreicht wird oder nicht, ist zwar zweifelhaft, doch, mit Rücksicht auf die mit Zinkamalgam gefundenen Resultate, recht wahrscheinlich.

§ 14. Potentialdifferenz zwischen Metallen und reinem Quecksilber in Chlorwasserstoff.

Ich gebrauchte dasselbe Verfahren wie in der entsprechenden Untersuchnng in § 3. Die zu untersuchenden Metalle wurden als Plattenelectroden verwendet; sie wurden mit Schmirgel gerieben, mit Ausnahme des Bleies, das mit einem Messer geschabt wurde. Der Rohrdurchmesser war 0,224 mm. Zum Vergleich wurden auch Versuche mit atmosphärischer Luft und Wasserstoff gemacht.

	Atm. Luft	ClH	ClH	ClH	Atm. Luft	Wasserstoff
Zink	0,70	0,63	—	—	—	—
Kupfer	0,09	0,32	0,36	0,36	0,09	0,00
Eisen	0,47	0,30	0,20	0,23	0,14	0,13
Blei	0,41	0,36	0,45	0,46	0,37	0,41
Aluminium	0,76	0,31	0,36	0,37	0,51	0,52

Mit Ausnahme des Kupfers stehen die Metalle niedriger in der Spannungsreihe in Chlorwasserstoff als in atmospärischer Luft; vielleicht liegt dies daran, dass das Quecksilber höher steht. Zwischen den aufeinanderfolgenden Beobachtungen in Chlorwasserstoff vergingen 5—10 Minuten. Die Platten von Kupfer, Eisen und Blei zeigten sich deutlich angelaufen.

§ 15. Schwefelwasserstoff.

Wie die folgende Tabelle zeigt, wird Zinkamalgam nicht merklich durch Schwefelwasserstoff polarisirt; Kupferamalgam verhält sich ebenso.

Potentialdifferenz zwischen Amalgamen und Kohle in SH_2.
Rohrdiameter 0,271 mm. Strahllänge 20 mm.

	Hg	ZnAmalg. ($^1/_{1000}$)	Hg
Atmosphärische Luft	0,71	0,71	0,71
Schwefelwasserstoff	0,65	0,70	0,71
	Hg	HgCu	Hg
Schwefelwasserstoff	0,71	0,75	0,75

Hierdurch ist indess nicht ausgeschlossen, dass die Amalgame durch längere Einwirkung polarisirt werden können.

Ich bestimmte noch die Potentialdifferenz zwischen einigen Metallen und Quecksilber in Schwefelwasserstoff; die Resultate sind die folgenden. Rohrdurchmesser und Strahllänge wie oben.

	Atm. Luft	H_2S	H_2S	H_2S
Aluminium	0.71	0.38	0.18	0.25
Zink	0.71	0.62	0.38	0.46
Blei	0.46	0.22	0.27	0.27
Zinn	0.36	0.09	− 0.02	0.09
Kupfer	0.15	0.27	0.16	0.18
Eisen	0.08	0.09	− 0.09	0.02
Silber	0.18	0.09	0.07	0.18
Platin ausgeglüht	− 0.30	− 0.27	− 0.27	—

Man sieht, dass die meisten Metalle in der H_2S-Atmosphäre niedriger in der Spannungsreihe zu stehen kommen, als in der atmosphärischen Luft. Dasselbe haben wir bei Chlorwasserstoff gesehen. Kupfer und Eisen machen jedoch Ausnahmen; mit Eisen erhielt ich in einem Versuche ein Ansteigen von 0,3 Volt. Zwischen den einzelnen Versuchen in H_2S verstrichen 4—5 Minuten. Es ist noch zu bemerken, dass die Luft des Arbeitszimmers ziemlich viel Schwefelwasserstoff enthielt; deshalb geben die Versuche mit atmosphärischer Luft ungewöhnlich kleine Werthe des Potentials.

§ 16. Schweflige Säure.

Schweflige Säure hat eine entschiedene polarisirende Wirkung auf Zinkamalgam; auf Cadmiumamalgam ist die Wirkung schwächer, auf Kupferamalgam scheint sie keine Wirkung zu haben.

Potentialdifferenz zwischen Amalgamen und Kohle (ausgeglüht) in schwefliger Säure. Rohrdiameter 0,271 mm.

	Hg	ZnAmalg. ($^4/_{1000}$)	Hg
Atm. Luft	0,50	1,39	0,53
SO_2	0,26	0,88	0,32
	Hg	ZnAmalg. ($^1/_{1000}$)	Hg
SO_2	0,33	0,94	0,35
	Hg	CdAmalg.	Hg
SO_2	0,23	0,43	0,23
	Hg	CuAmalg.	Hg
SO_2	0,35	0,28	0,26
	0,26	0,17	0,23

Mit reinem Quecksilber und mit Kupferamalgam war die Länge des Strahles 25—30 mm, mit Zink- und Cadmiumamalgam dagegen 50—60 mm. Die eigenthümliche Verlängerung des Strahles scheint ein sicherer Begleiter der Polarisation zu sein.

§ 17. Stickstoffoxydul.

Dieses Gas wirkt jedenfalls nur sehr schwach polarisirend auf Zinkamalgam. Ein solches mit $^2/_{1000}$ Zink gab in atmospärischer Luft den langen Strahl und die gewöhnliche Potentialdifferenz gegen Kohle. Als nun die atmospärische Luft mittels Stickstoffoxydul verdrängt wurde, wurde der Strahl wieder kurz und die Potentialdifferenz hatte denselben Werth wie in Wasserstoff. Mit einem stärkeren Amalgame ($^{3,7}/_{1000}$) zeigte sich dagegen eine kleine Wirkung, etwa 0,1 Volt mehr in Stickstoffoxydul, als in Wasserstoff.

§ 18. Resultate. Historisches.

ler folgenden Tabelle sind die Combinationen Amal-
, die eine polarisirende Wirkung ergeben haben,
diejenigen, wo sich keine oder nur eine unsichere
it 0 bezeichnet.

Ka	Na	Zn	Cd	Pb	Sn	Cu
+	+	+	+	+	+	0
		0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0
+	+	+	+	+	+	+
		0				0
		+	+			0
		0				

sind jedoch keineswegs berechtigt, anzunehmen, dass
binationen, welche mit 0 bezeichnet sind, ganz un-
sind; es ist ja nicht zu vergessen, dass die Zeit, in
die Gase mit den Amalgamstrahlen in Berührung
nur 0,01—0,02 sec betrug. Dass eine länger an-
Berührung die Polarisation hervorrufen kann, ist

Atmosphären von Schwefel- oder Chlorwasserstoff von der in atmosphärischer Luft ganz verschieden ist. Zu derselben Zeit wird dann auch in der Regel das Aussehen der Metalle merklich verändert.

Aus den vorgehenden Versuchen geht nun hervor, dass die Potentialdifferenz zwischen Amalgamen und Quecksilber verschwindet, wenn sie sich in indifferenten Gasen, wie z. B. Wasserstoff oder Stickstoff, befinden. Sie tritt dagegen in Gasen, wie Sauerstoff oder Chlorwasserstoff hervor, wenn diese Gase auf die Amalgame chemisch einwirken können. Welches diese chemische Wirkung sein muss, um Spannungsdifferenzen hervorzurufen, ist noch nicht völlig klargestellt — man erinnere sich des Ausbleibens der Polarisation in Mischungen von Sauerstoff und Chlorwasserstoff —, doch scheint mir unzweifelhaft, dass wir jetzt berechtigt sind, der Hoffnung Raum zu geben, dass diese Lücke sich nach der hier entwickelten Methode noch ausfüllen lässt.

Die bei der vorliegenden Untersuchung angewandten Gase wurden mit aller Sorgfalt von Hrn. cand. chem. S. P. L. Sörensen, Assistenten am chemischen Laboratorium der polytechnischen Lehranstalt, dargestellt. Wie dies geschah, wird im Folgenden mitgetheilt werden.

Wasserstoff wurde aus Zink und verdünnter Schwefelsäure in einem constanten Entwickelungsapparate dargestellt; er wurde durch eine salzsaure Lösung von Chromchlorür von Sauerstoff, durch Natronlösung von Chlorwasserstoff und Kohlensäure befreit. Zuletzt wurde er durch concentrirte Schwefelsäure und Phosphorsäureanhydrid getrocknet.

Kohlensäure wurde aus Marmor und verdünnter Salzsäure in einem constanten Entwickelungsapparate dargestellt; sie wurde durch eine salzsaure Lösung von Chromchlorür von Sauerstoff, durch Sodalösung von Salzsäure befreit; endlich getrocknet wie oben.

Sauerstoff wurde in gewöhnlicher Weise aus Kaliumchlorat und Braunstein dargestellt und im Gasometer gesammelt. Von diesem wurde er zunächst durch eine schwefelsaure Jod-

sung, darnach durch eine Natronlösung geleitet Chlor, Kohlensäure), endlich getrocknet wie beim toff.

stoff wurde in der Weise dargestellt, dass eine Na- itlösung tropfenweise zu einer warmen Lösung von und etwas mehr als der zur Sättigung nothwendigen aliumbichromat gesetzt wurde. Der entwickelte Stick- de im Gasometer gesammelt und dann durch eine ösung von Kaliumpermanganat, eine Lösung von l in Natron, eine salzsaure Lösung von Chromchlorür ich durch Natronlösung (Stickstoffoxyd, Kohlensäure, f und Salzsäure) geleitet. Getrocknet wurde er wie off.

stoffoxydul wurde durch Erhitzen von Ammonium- einem kleinen Kolben entwickelt, gewaschen durch lische Lösung von Pyrogallol (Sauerstoff), durch eine Lösung von Ferrosulfat (Stickstoffoxyd), durch zsaure Lösung von Chromchlorür (letzte Spur von f) und endlich durch Natronlösung (mitgerissener serstoff). Getrocknet wie Wasserstoff.

rwasserstoff wurde durch allmählichen Zusatz von

Wasser) entwickelt. Gewaschen wurde mit einer Lösung von Natriumsulfhydrat, mit einer salzsauren Lösung vom Chromchlorür und endlich wieder zweimal mit Natriumsulfhydratlösung. Getrocknet wie gewöhnlich.

Bei der Reinigung von Stickstoffoxydul wurde keine Rücksicht auf möglicherweise zurückbleibenden Stickstoff genommen. Die drei letztgenannten Gase wurden nicht von Kohlensäure befreit.

Ueber die Verwendung des Telephons estimmung von Dielectricitätsconstanten leitender Körper;

von Adolf Heydweiller.

üngster Zeit haben, namentlich durch Hrn. Nernst's gen, Telephon und Inductorium vielfache Verwendung Vergleichung von Capacitäten bez. Dielectricitäts-en in der Wheatstone'schen Brücke nach einer im von de Sauty herrührenden Methode gefunden. Es wohl nicht überflüssig, auf die Grenzen hinzuweisen, em Verfahren in seiner Anwendung auf leitende Di-, insbesondere auf wässerige und alkoholische Lösungen, sind. Diese Grenzen liegen darin, dass bei gegebenen en an Genauigkeit die Leitfähigkeit des Dielectricums isse Grösse nicht überschreiten darf, die wesentlich ab-

möglichen Perioden; die Amplitudenverhältnisse der einzelnen Glieder sind stark durch die Art der Unterbrechung bedingt; besonders hervortreten werden die Eigenschwingungen des Systems und deren Obertöne, die aber wegen ihrer grossen Schwingungszahlen bei den vorliegenden Messungen nicht in Betracht kommen.

Die Stärke, mit der das Ohr die einzelnen Schwingungen durch Vermittelung des Telephons wahrnimmt, hängt ausser von den Amplituden noch von der Empfindlichkeit des Ohres und des Telephons, sowie auch der Brückenanordnung selbst ab. Bis zu einer gewissen Frequenz wachsen die ersteren und unter Umständen auch die letztere mit dieser.[1]) Bei kleinen Verschiebungen der Brücke gegen die Gleichgewichtslage werden daher im allgemeinen höhere Schwingungen zuerst wirksam. Eine solche Störung des Gleichgewichtes kann bei der Nernst'schen Anordnung durch Aenderung der Capacität oder des Widerstandes eines Seitenzweiges erzielt werden. Die Stromstärke in dem Telephonzweige ist der entsprechenden Aenderung des Widerstandsoperators proportional. Dieser ist für einen Widerstand w mit nebengeschalteter Capacität c (Condensator mit leitendem Dielectricum):

$$w' = \frac{w}{1 + i\nu w c}$$

für einen Sinusstrom von der Frequenz (der mit 2π multiplicirten Schwingungszahl) ν. Die Aenderungen dieser Grösse, die einer Aenderung dw des Widerstandes, bez. dc der Capacität entsprechen, sind:

$$\frac{dw}{(1 + i\nu w c)^2} \quad \text{bez.} \quad \frac{i\nu w^2 dc}{(1 + i\nu w c)^2},$$

und das im Telephonzweig wirksame Quadrat der Stromamplitude ist proportional:

$$(dw)^2 \quad \text{bez.} \quad \nu^2 w^4 (dc)^2.$$

Hat man es, wie im vorliegenden Falle, mit einer Summe von verschiedenen Sinusschwingungen zu thun, so wird das resultirende Amplitudenquadrat:

1) Nach Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) **38**. p. 285. 1894, hat die Empfindlichkeit des Telephons ein Maximum bei etwa 640 Schwingungen in der Secunde.

$\Sigma_\nu k_\nu^2 (d w)^2$ bez. $\Sigma_\nu k_\nu^2 \nu^2 w^4 (d c)^2$,

ein Factor ist, der ausser von der Freq
n der Amplitude der erregenden Schwi
erständen, Inductionen und Capacitäten
weige.

Verhältniss der Empfindlichkeiten für ei
ndsänderung $d w / w$ einerseits, eine relative
$d c / c$ andererseits, ist also gegeben durc

$$w \sqrt{\Sigma_\nu k_\nu^2} \frac{d w}{w} = w^2 c \sqrt{\Sigma_\nu k_\nu^2 \nu^2} \frac{d c}{c},$$

$$\frac{d w}{w} : \frac{d c}{c} = w c N,$$

$$N^2 = \frac{\Sigma_\nu k_\nu^2 \nu^2}{\Sigma_\nu k_\nu^2}$$

mt man an, es sei die Empfindlichkeit de
g derart, dass man eine relative Widerstan
1/10 000 noch sicher bestimmen kann —
wird ungefähr den thatsächlichen Ve

Man hat also unter den obigen Verhältnissen zwischen δ, $\varkappa$ und N die Beziehung:

$$\frac{N}{36\,\pi\,10^{20}} \cdot \frac{\delta}{\varkappa} = \frac{1}{100},$$

oder

$$\varkappa = \frac{N.\delta}{36\,\pi\,10^{18}} \text{ (C. G. S.-Einh.)},$$

$$= \frac{9{,}4\,N\delta}{36\,\pi\,10^{14}} \text{ bezogen auf Hg.}$$

Setzt man für Wasser $\delta = 80$, so darf, um die verlangte Genauigkeit bei den angegebenen Bedingungen zu erzielen, das Leitvermögen $\varkappa = \frac{2}{3} N.10^{-13}$ bez. auf Hg nicht überschritten werden. Dieses Verhältniss wird auch bei Nebenschaltung eines nichtleitenden Condensators zu der zu bestimmenden Capacität, wie in der Nernst'schen Anordnung, nicht geändert.

Die Grösse N lässt sich experimentell in der Weise bestimmen, dass man einen nichtleitenden Condensator mit nebengeschaltetem Widerstand verwendet und nach Herstellung des Gleichgewichtes in der Brücke durch abwechselnde Aenderung (Vermehrung und Verminderung) von Capacität und Widerstand die Grössen dc und dw misst, die ein eben merkliches Ertönen des Telephons hervorbringen. Es ergiebt sich dann N aus der Gleichung:

$$N = \frac{1}{w^2} \frac{dw}{dc}.$$

Ich habe eine grosse Anzahl derartiger Bestimmungen unter mannichfach abgeänderten Versuchsbedingungen ausgeführt. Dabei wurden in den Seitenzweigen Metall- und Flüssigkeitswiderstände von 1 bis 170 000 Ohm, Luft-, Paraffin- und Glimmercondensatoren von 10^{-4} bis 6.10^{-2} Mikrofar. verwendet, ferner Telephone verschiedener Form von 3 bis 130 Ohm, und Inductorien verschiedener Grösse von 60 bis 10 000 Ohm secundärem Widerstand.

Die einzelnen Versuche anzuführen, ist zwecklos. Die für N erhaltenen Zahlen ändern sich stark mit den Versuchsbedingungen und liegen zwischen 2000 und 16 000. Es ergab sich dabei noch Folgendes:

Ein Dosentelephon von kleinem Widerstande lieferte unter sonst gleichen Umständen erheblich kleinere Werthe für N, als ein Ericsson'sches Telephon von 125 Ohm; das letztere ist also für die vorliegenden Bestimmungen das geeignetere, wie auch Hr. Nernst schon fand.

Inductorien verschiedener Grösse ergaben unter sonst gleichen Verhältnissen nur wenig verschiedene Zahlen; auch Schaltung einer erheblichen Capacität neben das Inductorium bewirkte keine merkliche Aenderung; die Eigenschwingungen des Systems spielen also bei diesen Bestimmungen keine Rolle; Hrn. Lenard's [1]) gegenteilige Behauptung entbehrt der Begründung.

Die grössten Werthe für N wurden unter Bedingungen erhalten, die von denen der Nernst'schen Anordnung nicht sehr verschieden waren.

Mit dem grössten für N gefundenen Werth erhält man den Maximalwerth für die Leitfähigkeit wässeriger Lösungen, für welche noch gute Bestimmungen möglich sind:

$$\varkappa = \tfrac{2}{3} \cdot 16\,000 \cdot 10^{-13} = 1{,}1 \cdot 10^{-9}$$

bezogen auf Hg. Das ist aber wenig mehr, als das Leitungsvermögen eines mässigen destillirten Wassers. Für äthylalkoholische Lösungen wäre der Werth etwa $^1/_3$ hiervon; auf der anderen Seite ist auch das moleculare Leitvermögen in verdünnter alkoholischer Lösung etwa $^1/_3$ von dem in wässeriger, sodass die Grenze des Leitvermögens in beiden Fällen bei nahe gleicher Concentration erreicht wird.

Man mag vielleicht durch Verfeinerung der Versuchsbedingungen, insbesondere durch Anwendung von Telephonen mit erheblich grösserem Widerstand, diese Zahl noch etwas erhöhen können; im allgemeinen wird man aber behaupten dürfen, dass diese Methode zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten über das Gebiet der allerverdünntesten wässerigen und alkoholischen Lösungen nicht hinauskommt.

Zum Schlusse noch eine Berichtigung zu Hrn. Nernst's letzter Mittheilung über diesen Gegenstand. [2]) Auf die dort erwähnte Fehlerquelle der electrometrischen Methode, auf

1) Lenard, Wied. Ann. **39.** p. 629. 1890.
2) Nernst, Wied. Ann. **57.** p. 209. 1896.

dem Austreten von Kraftlinien aus dem Flüssigkeitsgefäss beruhend, ist wohl nicht Hr. Drude zuerst aufmerksam geworden, vielmehr hat sie schon Hr. Heerwagen [1]) bemerkt und vermieden und zwar auf die einfachste und sicherste Weise — einfacher und sicherer auch, als bei Hrn. Nernst's Anordnung [2]) — durch Verwendung eines metallischen, zur Erde abgeleiteten Behälters für die Flüssigkeit. Es ist also nicht richtig, dass Hrn. Heerwagen's Bestimmungen durch diese Fehlerquelle beeinflusst sind.

Breslau, Febr. 1896.

1) Heerwagen, Wied. Ann. **48.** p. 35. 1893.
2) Smale, Wied. Ann. **57.** p. 215. 1896.

9. *Zwei weitere Versuche über die Polarisation dünner Metallmembranen. Eine Entgegnung gegen Hrn. Arons*[1]*;* *von H. Luggin.*

1. Wird ein sehr dünnes Blatt eines Edelmetalles als Scheidewand zwischen Anode und Kathode in eine galvanische Zersetzungszelle eingesetzt, so erhält dasselbe im Vergleich zu dickeren Blättern auffallend geringe Polarisationen, sodass der scheinbare Widerstand eines solchen Metalldiaphragmas oft nur Bruchtheile eines Ohm beträgt.

Diese Thatsache ist in letzterer Zeit mehrfach erörtert worden. Hr. Arons, der sie zuerst beobachtet hat[2]), glaubt, dass sich die entgegengesetzten Polarisationen durch das Blattmetall hierdurch ausgleichen. Hr. Daniel[3]) findet zwar, dass in einer Lösung von Kupfersulfat das Kupfer nur auf dem Wege der Diffusion durch die Scheidewand hindurchgeht, scheint aber ebenfalls anzunehmen, dass die abgeschiedenen Ionen Sauerstoff und Wasserstoff durch die Membran wandern können.

Dem gegenüber habe ich[4]) dargethan, dass dünne Metallmembranen sich in mancher Hinsicht genau so benehmen, wie fein durchlöcherte Metallplatten: Die Polarisationen zu beiden Seiten eines Goldblattdiaphragmas sind keineswegs durch die Stromdichte bestimmt, wie dies von vollkommen lückenfreien Platten zu erwarten wäre, wohl aber ist die Summe dieser Polarisationen innerhalb gewisser Grenzen der Stromdichte proportional. Man hat also dieselben Verhältnisse wie an einer porösen, quer zur Strombahn in den Electrolyten eingetauchten Metallplatte, bei der man auch die Summe der Polarisationen gleich dem Abfall des Potentials in den Poren also proportional

1) L. Arons, Wied. Ann. **57.** p. 201. 1896.
2) L. Arons, Wied. Ann. **46.** p. 168. 1892.
3) Daniel, Phil. Mag. (5) **37.** p. 288. 1894.
4) H. Luggin, Wied. Ann. **56.** p. 347. 1895.

der Stromstärke finden wird. Es wird dabei für den Strom in den Poren ganz gleichgültig sein, ob man etwa gleichzeitig die eine Seite der Platte auf das Potential des Kupfers, des Quecksilbers oder des Goldes polarisirt. — Ich wies weiter auf das von Hrn. Daniel gefundene Gesetz hin[1]), dass es eines annähernd n mal stärkeren Stromes bedarf, um in einer n mal concentrirteren Säure an den Wandungen der Metallmembran Electrolyse zu bekommen, und machte aufmerksam, dass auch diese Beziehung sich an jeder porösen Metallplatte wiederfinden würde. Aehnliche Beziehungen zwischen dem Leitungsvermögen des Electrolyten und dem „kritischen" Strom finden sich übrigens — bald mehr, bald minder deutlich hervortretend — auch noch an anderen Stellen in der citirten Abhandlung, und es wäre gegen derartige Versuche nur einzuwenden, dass jede Membran schon vor Beginn der sichtbaren Electrolyse Schaden leiden muss. Nach allem hielt ich mich zum Schlusse berechtigt, dass Hr. Arons sowohl wie Hr. Daniel es bei ihren Versuchen mit einer Leitung durch die von Flüssigkeit erfüllten Poren der Membran zu thun hätten.

Hr. Ochs[2]), der an dünnen Goldblättchen in Zinkvitriol verhältnissmässig hohe scheinbare Widerstände beobachtete, zieht aus dieser Thatsache denselben Schluss.

Jüngst hat nun Hr. Arons[3]), ohne auf meine Einwände einzugehen, gegen die Annahme einer Porenleitung Einspruch erhoben. Hr. Arons versucht den Nachweis: 1. „Dass meine (nämlich Hrn. Arons') Versuche eine derartige Deutung nicht zulassen; 2. dass die Versuche des Hrn. Luggin, soweit sie mir verständlich, nach meiner Deutung viel einfacher erklärt werden können als nach seiner Annahme."

Ich möchte dem gegenüber zeigen: 1. Dass die 0,0002 mm dicke Membran, an welcher Hr. Arons seine Bestimmungen vornimmt, für Ströme vergleichsweise viel durchlässiger war, als die Membranen aller anderen Beobachter, ja dass sich unschwer an einem Goldblatt von gleicher Dicke Stellen von

1) Daniel, l. c.
2) Ochs, Zeitschr. f. Electrochemie. p. 398. 1895/1896.
3) L. Arons, l. c.

ıs zwanzigmal geringerer Durchlässigkeit ausfindig lassen. 2. Dass selbst solche zwanzigmal bessere en noch immer so porös sind, dass 99 Proc. des sicherlich durch die Lücken gehen und dass kein ı darauf hinweist, dass der übrig bleibende Rest ere Bahn wandere wie der Hauptstrom.[1])

unächst beschreibe ich einen Versuch, der, was Dicke blattes und Concentration der Lösung anlangt, so dem Versuche von Hrn. Arons übereinstimmt, dass hlässigkeit der beiden von uns benutzten Membranen teres verglichen werden können. — Ich verwendete von im Mittel 0,0000937 mm Stärke (durch Wägung). Da es offenbar viel leichter ist, kleine Membranen ssmässig lückenfrei zu erhalten als grosse, so begnügte mit Membranen von nur wenig über 1 mm Durch- Um sie zu gewinnen, wurden in Glimmerblätter in ı Abständen Löcher von entsprechender Grösse ge- e Blätter wurden auf ihrer glatten Seite sehr dünn wachs bestrichen, hernach wurde das Blattgold auf- d fest geschmolzen. Die Goldblätter schmiegten sich

vier besten (d. h. die mit den wenigsten Poren nicht etwa die dunkelsten, also dicksten) aus und zerschnitt die Glimmertafeln so, dass jedes der vier Fenster inmitten eines quadratischen Glimmerstückes von etwa 2 cm Seitenlänge zu liegen kam.

Aus den vier so gewonnenen, anscheinend ziemlich gleich guten Tafeln wählte ich eine zu folgendem Versuche: Die Tafel wurde mit der vergoldeten Seite nach aussen auf einer durchbohrten Ebonitplatte festgeklebt (Durchmesser der Bohrung 7 mm) und zwar derart, dass das kleine Goldblattfenster in die Mitte der Bohrung zu liegen kam. Hierauf wurde die Ebonitplatte als Seitenwand an einem Glastroge festgekittet, dessen drei übrige Seitenwände sowie die Bodenfläche aus Glas bestanden. Der Trog wurde in eine weitere Glaswanne gestellt und sowohl in den Trog wie auch in die umgebende Wanne wurden 5 Proc. Schwefelsäure, beiderseits in gleicher Höhe, so eingefüllt, dass die Flüssigkeit bis über den oberen Rand der Glimmerplatte reichte. Zwei Zinkplatten, deren eine in die Säure des äusseren, deren andere in die Säure des inneren Troges tauchte, dienten zur Zufuhr der die Membran durchsetzenden Ströme, dieselben wurden vom Stromkreise eines mit einem 1000 Ohmrheostaten geschlossenen Accumulators abgezweigt. Um diese Ströme J, denen durch passende Stöpselung beliebige electromotorische Kräfte ertheilt werden konnten, zu messen, wurde in die Zuleitung zu einer der beiden Zinkelectroden ein zweiter Stöpselrheostat eingeschaltet, von dem ich die Spannung v mittels eines Capillarelectrometers nach dem Compensationsverfahren abnahm. Der Quotient v/w der beobachteten Spannung durch den Widerstand des Rheostaten gab die Intensität J des fraglichen Stromes.

Des weiteren war eine Einrichtung getroffen, um V, die Differenz der Flüssigkeitspotentiale, an zwei zu beiden Seiten der Membran dicht gegenüberliegenden Punkten zu messen. Zwei feine Glascapillaren wurden zu beiden Seiten der Ebonitplatte so festgekittet, dass die unten passend gebogenen und abgeschliffenen Enden nahe an die Membran reichten, die oberen Enden der Capillaren waren durch Baumwollfäden leitend mit kleinen säuregefüllten Näpfchen verbunden, in welche amalgamirte Zinkdrähte tauchten. Die wieder mit dem Capillarelectrometer gemessene Potentialdifferenz der beiden

te entsprach also der Potentialdifferenz V der Flüssig-
beiden Seiten der Membran. Von kleinen zufälligen
ieden an den Zinkdrähten und Platten konnte ich
rch Vertauschen der Accumulatorpole unabhängig

aus der Potentialdifferenz V und dem entsprechenden
ndswerthe V/J auf den scheinbaren Widerstand der
schliessen zu können, wurde am Ende der Versuchs-
Membran durchstossen und nunmehr neuerdings der
abfall V' zwischen den Enden der Capillaren und
erstand V'/J' des Fensters ohne Membran ermittelt.
Differenz $V/J - V'/J'$ gibt den scheinbaren Wider-
r Membran bei der Stromstärke J.

schon aus den Messungen von Hrn. Daniel bekannt,
cheinbaren Widerstände der Membranen für schwache
nabhängig, dies zeigte sich auch wieder im vor-
Falle. Für Ströme von 0,0000043—0,00054 Amp.,
mdichten von 0,00055—0,070 Amp./cm² (die Fläche
bran war 0,0079 cm²) schien das mit der Membran
sene Fenster constanten Widerstand zu besitzen.
0,000063 und 0,00054 Amp. machten sich zufällige

rund 500mal grösseren Gegenseite war ja die Stromdichte verhältnissmässig klein. Uebrigens sind die Begleiterscheinungen der Stenolyse noch so wenig untersucht, dass ich keine bestimmte Behauptung wage; ich möchte nur bemerken, dass ich die *Annahme* von Hrn. Arons (p. 207 seiner zweiten Abhandlung), „dass bei einer Stromstärke, welche der Intensität 0,6—07 Milliamp. entspricht, die Doppelschichten der Polarisation sich plötzlich herstellen, ohne sich weiter gegenseitig zu beeinflussen", für keine *Erklärung* halte. — Nach Durchlöcherung der Membran mit Hülfe eines Platindrahtes betrug der Widerstand nur mehr 56,4 Ohm. Beim Auseinandernehmen des Apparates zeigte sich, dass die Membran nur zu etwa $^2/_3$ aus dem Fenster entfernt worden war, der Widerstand des Fensters mag also etwa zu 38 Ohm festgesetzt werden, somit hätte der scheinbare Widerstand der Membran 511 Ohm betragen, das ist 3,98 Ohm pro 1 cm^2.

Hätte man *zwei* solche Goldblätter übereinander gelegt, so hätte man, da der Zwischenraum zwischen den Blättern sich alsbald mit Flüssigkeit füllt, Widerstände von über 8 Ohm pro 1 cm^2 bekommen. *Ein* sorgfältig ausgesuchtes massives Goldblatt von der Dicke der beiden (rund 0,0002 mm) würde aber wohl einen bedeutend grösseren Widerstand aufweisen, da die scheinbaren Widerstände verschiedener Goldblattsorten mit der Dicke sehr viel rascher als in linearem Verhältniss zunehmen.

Hr. Arons fand bei seiner aus vier Lagen dünnsten Blattgoldes zusammengesetzten Folie von 0,0002 mm Dicke und 1,77 cm^2 Fläche ebenfalls in 5 Proc. Schwefelsäure 0,25 Ohm, das ist 0,44 Ohm pro cm^2. Es ist also wohl nicht übertrieben, wenn ich in der Einleitung sagte, dass man ohne grosse Schwierigkeiten Membranen von im Vergleiche zu Hrn. Arons' Membran 20mal geringerer Stromdurchlässigkeit herstellen könne. Vermuthlich hatte jenes vierfache Goldblatt durch zu starken Strom gelitten, noch ehe die Messung begann.

3. Um die Membranen, deren sich die einzelnen Beobachter bedienten, untereinander zu vergleichen, muss man dem oft recht verschiedenen Leitungsvermögen der benutzten Lösungen Rechnung tragen. Ich setzte bei Berechnung der

Tabelle die scheinbaren Widerstände der Membranen
cifischen Widerstande des Electrolyten proportional.
wird diese Annahme durch Hrn. Daniel's in der
g besprochenen Versuche in gewissem Grade gerecht-
die quantitative Gültigkeit geht aus dem Umstande
lass die Leitung der dünnen Metalldiaphragmen eine
ung ist, wofür ich in § 4 noch weitere Beweise er-
werde.

folgende Tabelle verzeichnet in Columne 2 die Dicke
bran und in 3 deren scheinbaren Widerstand pro
0 proc. Schwefelsäure, die weiteren Columnen geben
die Ziffern, aus denen die zweite Columne gerechnet
nämlich den Flächeninhalt der Membran und die
ndsgrössen in jener Lösung, in welcher sie vom be-
n Beobachter untersucht wurden, ferner das Leitungs-
der benutzten Lösung bezogen auf 30 proc. Schwefel-
e vorletzte Columne verzeichnet die Lösung.

die Messungen 1, 7, 8, 11 von Hrn. Daniel betrifft.
die Daten seiner ersten Abhandlung[1]) entnommen.
r von 1 ergiebt sich aus den p. 196 gemachten An-

	Dicke der Membran mm	Widerstand pro cm² in H_2SO_4 30%	Oberfläche (cm²)	Widerstand (Ohm)	Widerstand pro cm²	$K_{\text{Lösung}}$ / $K_{H_2SO_4\ 30\%}$	Lösung	Beobachter
1	0,000087	0,20	1,77	0,11	0,20	1	Schwefelsäure 30%	Daniel
2	0,000094	1,12	0,0078	511	4,00	0,282	Schwefelsäure 5%	Luggin
3	0,000094	1,07	0,0084	30200	254	0,00424	Schwefelsäure 0,05%	Luggin
4	0,0002	1,96	7,08	5,17	36,6	0,0536	Zinksulfat gesättigt	Ochs
5	0,0002	0,12	1,77	0,25	0,44	0,282	Schwefelsäure 5%	Arons
6	0,0003	1,3	7,08	33,3	236	0,0536	Zinksulfat gesättigt	Ochs
7	0,00038	8,7	1,77	4,94	8,7	1	Schwefelsäure 30%	Daniel
8	0,00059	22	1,77	12,7	22,5	1	Schwefelsäure 30%	Daniel
9	0,0013	303	0,385	788	303	1	Schwefelsäure 30%	Luggin
10	0,0013	133	0,385	346	133	1	Schwefelsäure 30%	Luggin
11	0,0043	76	1,77	43	76	1	Schwefelsäure 30%	Daniel

ich bei dem niemals gleichmässigen Material geltend

Man kann den Antheil der Porenentladung am Leitungs-
n der Membran in jedem Falle experimentell bestimmen.
ntheil muss nämlich bei fortschreitender Verdünnung
Maasse zurückgehen, in dem der specifische Wider-
r Flüssigkeit wächst. Der Antheil des Stromes aber,
den gegenseitigen Ausgleich der Polarisationen Bezug
eher im umgekehrten Sinne von der Concentration der
beeinflusst werden. Nach meiner Meinung kann man sich
von einem solchen Ausgleiche keine andere plausible
ng bilden, als dass die vom Strome abgeschiedenen
ch die Membran diffundiren entsprechend dem Drucke,
chem sie abgeschieden werden. Diese Drucke werden
st verdünnten Lösungen cet. par. eher etwas grösser
, da es leichter sein muss, aus verdünnteren Lö-
g Wasser durch Electrolyse fortzuschaffen, wie es
hter ist, ein Gramm aus der verdünnteren Lösung
ren oder auszukochen. Zufolge dieser Umstände er-
r folgende Versuch mit sehr verdünnter (0,05 proc.

Nun wurde die Membran durchgestossen, es blieb nur ein kleiner Theil derselben, die Strombahn einengend, im Fenster zurück, der Widerstand sank auf 1755 Ohm.

Versuch 1 ist wegen der Kleinheit der fraglichen Potentiale noch recht unsicher. In 6 ist die Membran bereits schadhaft und ihre Zerstörung schreitet unter der Einwirkung des Stromes mit der Zeit fort.

Auf Grund der Versuche setze ich den Widerstand des Fensters mit noch unversehrter Membran auf 32 000 Ω, den des Fensters ohne Membran auf 1800 Ω, daraus ergäbe sich 30 200 Ω als Widerstand der Membran, oder pro cm² gerechnet 254 Ω.

Wenn also ein gegenseitiger Ausgleich der Polarisationen an der Membran stattfindet, so kann dieser Diffusionsvorgang sich unmöglich in grösserem Maasstabe vollziehen, als einem Leitungsvermögen von $^1/_{254}$ Ohm pro cm² entsprechend. Da die Potentiale bis 0,4 Volt bei wachsender Stromstärke gerade so zuzunehmen scheinen, als ob man es mit einem wirklichen Widerstande zu thun hätte, ist wohl ausschliesslich Porenleitung vorhanden. Gesetzt also, es käme vom Leitungsvermögen $^1/_{254}$ Ohm wirklich ein Antheil $^1/_{440}$ Ohm (d. i. die Verschiedenheit der Dicke berücksichtigt, höchstens $^1/_{2000}$ des von Hrn. Arons als Leitungsvermögen beobachteten Werthes) auf Rechnung des Goldblattmetalles, so bleibt für das Porenleitungsvermögen $^1/_{599}$ Ohm. Dann würde dasselbe Goldblatt in 5 proc. Lösung 8,83 Ohm pro cm² besessen haben, also nicht halb so porös gewesen sein, als das in den Versuchen des § 2 benutzte, das Aussehen der beiden Goldblätter bot keinen Anlass zu solcher Annahme.

Ich will Hrn. Arons gerne zugeben, dass theoretisch auch bei ganz schwachen Polarisationen eine Diffusion der Gase durch die Poren stattfinden müsse, aber der praktische Nachweis einer solchen Diffusion ist bisher nur für beträchtliche Wasserstoffpolarisationen an Metallen der Platingruppe gelungen.[1]) Wollte man in Zukunft die Sache mit sehr dünnen Goldfolien versuchen, so wird es sich empfehlen, dieselben

1) H. v. Helmholz, Ges. Werke. p. 835; Pogg. Ann. **49.** p. 416; E. Root, Pogg. Ann. **159.** p. 416. 1876.

n Goldschläger herstellen zu lassen; vielleicht könnte solidere Blätter bekommen, indem man dünne Gold- wischen Kupfer auswalzt und hernach das Kupfer ersäure löst. Es ist nicht zu verwundern, dass ge- s Goldblatt Poren besitzt, dasselbe wächst unter mmer des Goldschlägers keineswegs wie eine Platte. Amboss getrieben wird, es streckt sich nicht wegen Schlage ausgeübten Pressungen, sondern, weil die Goldschlägerhaut, zwischen welche das Goldblatt et wird, dem auffallenden Hammer nach allen Seiten eicht und dabei das Goldblatt mitnimmt.

kholms Högskola, Physikal. Institut.

10. *Polarisation und Widerstand einer galvanischen Zelle; Franz Streintz.*

(Aus den Sitzungsber. d. kais. Akad. in Wien. Math.-naturw. Klasse Bd. 104. Abth. IIa, Juli 1895; mitgetheilt vom Verf.)

Für einen geschlossenen Stromkreis, der nebst einer galvanischen Kette noch ein Voltameter enthält, wurde die Beziehung aufgestellt:

$$\pi = a + \varrho\, i.$$

In dieser Gleichung sind zwei Unbekannte π und ϱ enthalten, deren getrennte Bestimmung nicht durchführbar ist. Aus diesem Grunde sah sich eine Reihe von Physikern veranlasst, die Messungen der im Voltameter aufgetretenen Polarisation erst vorzunehmen, sobald der ursprüngliche Stromkreis geöffnet war. Durch dieses Verfahren wurde die Elimination von ϱ erzielt. Allerdings konnte dagegen eingewendet werden, dass ein richtiges Bild der Voltameterzelle im Zustande der Ladung nicht gewonnen wurde. Allein die im unverändert belassenen Stromkreise nach den Methoden von Ohm und Fuchs angestellten Versuche haben gleichfalls nicht die Lösung des Problems erreicht: im Gegentheil, sie haben zwar ein reiches Zahlenmaterial geliefert, das jedoch nur allzu sichtbar den Stempel der jeweiligen Versuchsanordnung an sich trägt. Es ist daher nicht erstaunlich, wenn das Gebiet der galvanischen Polarisation trotz seiner umfangreichen Literatur zu der sterilsten der Physik gehört.

Im Folgenden soll der Versuch gemacht werden, zu zeigen, dass auch jede beliebige neue Methode zu keiner einwandfreien Bestimmung der Polarisationsgrössen während der Dauer der Electrolyse führen kann. Es ist dazu nothwendig, den Beweis zu erbringen, dass nicht nur die electromotorische Kraft π, sondern auch der „Widerstand“ ϱ Functionen der Stromstärke oder präciser ausgedrückt, der an der Electrode herrschenden Stromdichte sind. An Stelle der eingangs aufgestellten Beziehung, in der ϱ als constant anzusehen ist, soll

der Ohm'sche Begriff Widerstand seinen Sinn behalten, erhält man eine völlig unbestimmte Function

$$\pi = \varphi(i),$$

zu deren Ermittelung es aber nicht nur an Methoden, sondern an dem *Fundamente physikalischer Vorstellungen* überhaupt gebricht. Daraus folgt, dass auch eine befriedigende Theorie der galvanischen Polarisation nicht aufgestellt werden kann.

Zunächst werde ich eine Methode beschreiben, der eine gewisse Ueberlegenheit vor jenen von Ohm und Fuchs dadurch zukommt, dass sie eine Bestimmung des jeweiligen Werthes von ϱ zu gestatten scheint. Im weiteren Verlauf soll die Methode sorgfältig auf die Grenzen ihrer Anwendbarkeit untersucht werden. Bei dieser Gelegenheit werden einige Erscheinungen besprochen werden, die bei Bestimmung von Leitfähigkeit und Dielectricitätsconstante der Electrolyte nicht ohne Interesse sein dürften. Eine Discussion der geförderten Resultate soll dann den erwähnten Beweis liefern.

Die Methode.

Bezeichnet P die electromotorische Kraft einer Zelle

$$P = \mathrm{Zn} \mid \mathrm{ZnSO_4aq} + \mathrm{H_2SO_4aq} \mid M,$$

worin M ein beliebiges der Polarisirung zu unterwerfendes Metall bedeutet, so erhält man, wenn man das Element in einen Stromkreis bringt, der noch eine zweite electromotorische Kraft Δ enthält, an M anodische oder kathodische Polarisation je nach dem Sinne, in dem das durch die algebraische Summe $(P + \Delta)$ gegebene Potential die Electricität treibt. Stellen p_0 und p_H die Grössen der erzeugten Polarisation dar, so ergiebt sich für den Fall, dass Δ und P gleichgerichtet sind, kathodische Polarisation. Sind Δ und P entgegengesetzt, dann erhält man gleichfalls kathodische Polarisation, so lange $P > \Delta$.

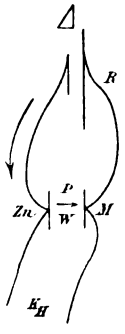


Fig. 1.

Beide Fälle liefern zur Bestimmung von p_H die Beziehungen (Fig. 1):

$$(P \pm \Delta) - p_H = I(w + R)$$
$$P - p_H = Iw + K_H.$$

Den Gleichungen liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass die Zinkplatte in ihrer Salzlösung unpolarisirbar ist. In denselben stellen I die Stromstärke, R den Drahtwiderstand, w den Widerstand der Zelle und K die an ihr vorhandene Polspannung dar. Die Stromquelle, die Δ erzeugt, wird als widerstandslos betrachtet.

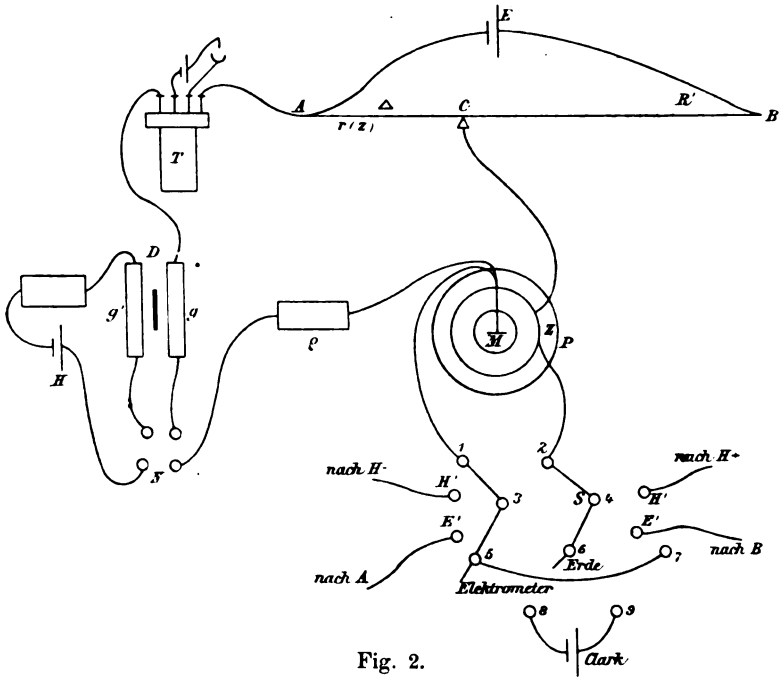


Fig. 2.

Wenn $P < \Delta$, dann erährt das Metall anodische Polarisation und man erhält:

$$(\Delta - P) - p_0 = I(w + R)$$

$$P + p_0 = K_0 - Iw.$$

Ist man im Stande, die drei Grössen Stromstärke, Widerstand und Polspanung gleichzeitig zu ermitteln, dann erhält man im Ausdrucke $P \pm p$, die Giltigkeit der Gleichungen vorausgesetzt, ein Maass für die Polarisation.

K ist an einem Quadrantelectrometer zu beobachten, I kann direct gemessen oder aus den Grössen K, Δ und R

werden, w endlich lässt sich durch Inductionsstösse, die polarisirte Zelle geleitet werden, ermitteln. [1])
gesammte Versuchsanordnung ist eine ziemlich com-
kann aber mit Hülfe beistehender schematischer Figur
rasch überblickt werden.
Potential Δ wird den Punkten A und C eines Mess-
entnommen und zur Polarisirung der Zelle P ver-
in T werden Inductionsstösse erzeugt und durch die
eines Differentialgalvanometer D, durch einen Wider-
über P nach C und A geleitet. Die Rolle g' liegt in
lbständigen Stromkreise, der die Galvanometernadel,
e durch den in g circulirenden stationären Strom be-
worden ist, in die Nulllage zurückführt. Eine Näpfchen-
S vermittelt die Verbindungen mit dem Electrometer.

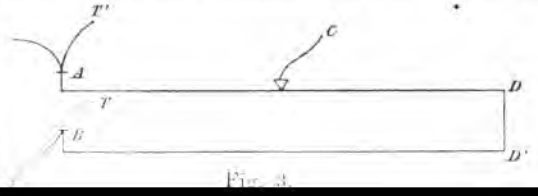


Fig. 3.

Der zwischen A und C während des Stromdurchganges vorhandene Widerstand ergiebt sich zu

$$Z = r\left(1 - \frac{r}{R'}\right).$$

Diese Gleichung gilt wegen der Symmetrie der Versuchsanordnung sowohl für den stationären Strom I, als auch für den in T' erzeugten Inductionsstoss. Die Werthe für Z konnten gleichfalls einer Tabelle entnommen werden.

Durch Fig. 4 wird die Zusammenstellung der Zelle P ersichtlich gemacht. In einem Becherglase befanden sich Zinkcylinder und Thonzelle eines grossen Bunsenelementes. Das Becherglas enthielt Zinkvitriollösung vom specifischen Gewichte 1,170, desgleichen die Thonzelle, in die während der Versuchsdauer mit seinem unteren erweiterten Ende ein Lampencylinder (L) tauchte. Dieser war daselbst mit Pergamentpapier luftdicht verschlossen und enthielt in seinem weiteren Theile gelatinöse Schwefelsäure, die durch Mischung von einem Theil Wasserglas in drei Theilen Schwefelsäure von den gleichen specifischen Gewichten hergestellt worden war. Ueber die gelatinöse Schicht wurde sehr verdünnte Schwefelsäure (specifisches Gewicht 1,020 bis 1,026) gegossen und das zu untersuchende Metall in sie gesenkt. Die Electrode M bestand aus Platin. Ein Streifen Blech von 0,1 mm Stärke wurde an einem starken Kupferdrahte angelöthet, über letzteren ein Glasrohr als Hülse geschoben, dieses an seinem unteren Ende gleichzeitig mit der Seite des Bleches, an der die Löthung vorgenommen worden war, sorgfältig mit Siegellack überzogen. Der Lampencylinder war durch einen Stopfen verschlossen, durch den der Kupferdraht hindurchging. Die Zelle stand vor Erschütterungen geschützt in einer mit Sägespänen gefüllten Kiste. Die Temperatur der Lösungen wich während der Versuchsdauer nur wenig von 15° ab.

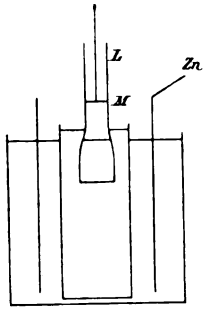


Fig. 4.

Der Inductor T' bestand aus zwei bifilar gewickelten Spulen einer Galvanometerrolle von ziemlich gleichem Widerstand. Die

inducirende electromotorische Kraft im primären Kreise wurde durch ein oder mehrere Hellesen-Obach-Trockenelemente hervorgerufen.

Das Differentialgalvanometer D enthielt eine Rolle g von stärkerem Draht mit geringerer Windungszahl und eine Rolle g' von schwächerem Draht mit grösserer Windungszahl. Die Widerstände derselben waren ermittelt worden. Zur Zurückführung der Nadel auf die Nulllage wurden je nach Bedürfniss bis zu sieben Trockenelemente (H) mit einem Widerstandsetalon von 110,000 Ω in Stufen von 1 Ω aufwärts eingeschaltet. Die Ströme in g und g' konnten durch einen Doppelbügel, der die Verbindung der Näpfchen in N entsprechend herstellte, gleichzeitig geschlossen und geöffnet werden.

Das Verhältniss der Reductionsfactoren g/g' wurde von Zeit zu Zeit bestimmt, desgleichen der Reductionsfactor von g allein. Der Rheostatenwiderstand ϱ enthielt 1000 Ω in Sätzen bis zu 0,1 Ω. Da auch der Widerstand der Zuleitungen gemessen war, so konnten alle auf die Stromstärke I und den Widerstand im äusseren Stromkreise R bezüglichen Elemente als gegeben angesehen werden.

Der innere Widerstand der Zelle w ergab sich aus der Schwächung, den der Inductionsstoss beim Durchgang durch dieselbe erfuhr. Nach jeder Versuchsreihe wurde die Zelle ausgeschaltet, die Stromkreise AEB und bei g' geöffnet, ferner der Laufcontact in C so lange verschoben, bis r dem früheren Werthe von Z gleichkam, und endlich C mit ϱ verbunden. Dann wurde aus dem Etalon ϱ so lange Widerstand zugesetzt, bis das Galvanometer durch den Stromstoss dieselbe Ablenkung erfuhr, wie bei eingeschalteter Zelle. Dieses Verfahren zog ich einer Berechnung von w aus mehreren Gleichungen mit verschiedenen Werthen von ϱ deshalb vor, weil das Galvanometer aperiodische Schwingungen vollzog.

Die Näpfchen S, in bekannter Weise aus Glasröhrchen und Siegellackstangen hergestellt und mit Quecksilber gefüllt, ermöglichten die Messungen der Polspannungen K durch Kupferbügel 1—3, 3—5, 2—4 und 4—6, wie in Fig. 2 angegeben. Die Näpfchen $E'—E''$ standen mit den Punkten A und B in Verbindung, die Näpfchen $H'—H''$ mit den beiden Polen von H. Durch entsprechende Schaltung war somit auch die Potential-

differenz zwischen A und B und jene in H jederzeit der Prüfung zu unterwerfen. Die Näpfchen 8 und 9 endlich dienten durch ihre Verbindung mit einem Normal-Clarkelemente zur Angabe der gefundenen Potentiale in Volts.

Das Electrometer befand sich in Quadrantschaltung. Die Nadel desselben erhielt von 144 Clark-Elementen Ladung. Die Ablenkung des Spiegels um einen Theilstrich einer in der Entfernung von 3 m vom Instrumente aufgestellten Scala entsprach etwas weniger als 0,01 Volt. Zehntel von Theilstrichen konnten mit ziemlicher Sicherheit geschätzt werden.

Zum Schlusse soll noch hervorgehoben werden, dass sämmtliche Drähte nicht nur auf das sorgfältigste voneinander isolirt, sondern auch getrennt nach Art der Telegraphenleitungen geführt waren, wohl ein Grunderforderniss bei einer derartigen Anordnung.

Prüfung der Methode.

1. *Verhalten von Zn in $ZnSO_4$.* Die nächste Voraussetzung zur Anwendbarkeit der Methode besteht darin, dass der Zinkcylinder in seiner umgebenden Salzlösung sich in demjenigen Bereiche von Stromstärken, die zur Polarisirung der Zelle aufgewendet wurden, vollkommen frei von Polarisation zeige; zu ihrer Prüfung wurde dem amalgamirten Zinkcylinder ein zweiter concentrischer aus gleichem Metalle in der Sulfatlösung gegenübergestellt, der an Stelle von M in Verbindung mit A (Fig. 2) trat. Aus den beobachteten Werthen K, I und w konnte die Gesammtpolarisation $p_0 + p_H$ gefunden werden. Es ergab sich:

Δ_{Volt}	K_{Volt}	$I_{\text{Amp.}}$	w_{Ohm}	$I\,w_{\text{Volt}}$	$p_H + p_{0\text{Volt}}$
0	0	0	2,60	0	0
0,102	0,019	0,0062	2,61	0,016	+ 0,003
0,307	0,051	0,0187	2,64	0,049	+ 0,002
0,514	0,082	0,0304	2,64	0,080	+ 0,002
0,717	0,111	0,0424	2,61	0,111	0
0,919	0,147	0,0542	2,72	0,147	0
1,353	0,136	0,0508	2,77	0,141	− 0,005
1,556	0,162	0,0586	2,84	0,166	− 0,004
1,968	0,214	0,0767	2,84	0,219	− 0,005

Die sechs ersten Versuche waren mit einem Widerstande von 13,1 bis 14,4 Ω (je nach der Stellung des Contactes in C) im äusseren Stromkreise, die drei letzteren mit einem solchen von 23,8 bis 22,7 Ω ausgeführt worden. Der Widerstand w

Zunahme von I in langsamem Wachsthum begriffen; se Zunahme durch Concentrationsänderungen in der der Wanderung der Ionen entsprechend, verursacht t bei der geringen in Anwendung gekommenen Strom- cht wahrscheinlich. Die für K und Iw gefundenen ind ziemlich gleich gross. Die vorhandenen Differenzen uf Beobachtungsfehler zurückzuführen sein, die nament- n die mit etwas grösseren Schwierigkeiten verbundenen ngen von w hervorgerufen werden. Immerhin kann man aussprechen, dass das Verhalten von Zink in Zinksulfat- ein Hinderniss in der Anwendung der Methode bildet.

Der polarisirende Effect der Inductionsstösse. Ein durch hlossene Zelle P geleiteter Inductionsstoss wird im nen eine Aenderung in der Anordnung derselben her- Ist der Stromstoss von derselben Richtung wie der

durch die Ordinate AB dargestellt. Diese ist aber der Beobachtung nicht zugänglich, da der Stromstoss je nach seiner Richtung die Ordinaten $A'B'$ oder $A''B''$ liefert. Je nach der Intensität des Stosses werden sich die Abstände AA' und AA'' ändern. Erzeugt der Stoss dieselbe Ablenkung am Galvanometer, ob er nun anodischer oder kathodischer Natur ist, dann wird $A'B' = A''B''$, und man wird im allgemeinen annehmen, können, dass er den der Stromstärke i zukommenden Zustand der Zelle, ausgedrückt durch AB, wiedergibt. Anders verhält es sich jedoch in jenen Stadien der Polarisation, in denen das Maximum entweder noch nicht erreicht oder nicht genügend überschritten ist. Hier erhält man an Stelle des wahren Werthes A_1B_1 zwei voneinander verschiedene Werthe $A_1'B_1'$ und $A_1''B_1''$. Man kann nun allerdings den Versuch machen, die electromotorische Kraft der Induction immer mehr zu verkleinern, sodass die beiden Ordinaten einander sehr nahe gerückt werden und ihr arithmetisches Mittel dem Werth A_1B_1 nahekommt. Allein bei diesem Versuche stösst man auf eine andere Schwierigkeit, die nicht zu bewältigen ist.

Operirt man nämlich bei stromlosem oder nahezu stromlosem Zustande der Zelle, indem man der electromotorischen Kraft P eine gleiche Δ entgegensetzt, so zeigt es sich, dass der Stromstoss, je nachdem eine kleinere oder grössere Electrode M in der Zelle befindlich ist, mehr oder weniger verschluckt wird. Je schwächer die Intensität des Stosses, desto auffälliger macht sich die Erscheinung geltend. Berechnet man den Widerstand aus den Galvanometerausschlägen, so kann man an blanken Platinplatten tausende von Ohm für denselben erhalten. Es ist kein Grund erfindlich, warum eine Electrode, an der jede Gasentwicklung ferne gehalten ist, der Stromleitung einen so ausserordentlichen Widerstand entgegensetzen soll, während die gasbedeckte normale Verhältnisse (10 bis 30 Ω Widerstand) aufweist. Die Ursache für diese merkwürdige Erscheinung wird vielmehr darin liegen, dass die durch den Stromstoss abgeschiedenen Ionen an der Electrode einen Condensator herstellen, der die Electricität staut. Nimmt die Intensität des Stosses zu, dann erfährt der Condensator an verschiedenen Stellen Durchbrüche, die eine scheinbare Abnahme des Widerstandes hervorrufen.

d anderseits die Oberfläche der Electrode bedeutend
rt, das beste Mittel hierfür besteht im Platiniren der-
lann kommt es nur zu einer unvollkommenen Aus-
les Condensators und die Durchlässe für die strömende
ät werden zahlreicher.

e schwierigen Verhältnisse sollen nun an einigen spe-
ällen discutirt werden. Vorerst sei bemerkt, dass der
sstoss keinerlei Einfluss auf die Polspannung aus-
Das mit den Polen der Zelle P dauernd verbundene
eter erfuhr in seiner Ruhelage nicht die geringste
ng, wenn der Taster in T niedergedrückt oder los-
wurde. Die Polarisation η ist also schon abgelaufen,
e Nadel des Electrometers dem Impulse Folge leisten
Demnach sind es nur die Anomalien bei der Wider-
timmung, die auf die Wirkung von η Schlüsse gestatten.
scheinbare Abhängigkeit des Widerstandes der Zelle w
Richtung des Inductionsstosses ist aus folgender Zu-
tellung zu ersehen.

estand aus einer *blanken* Electrode von $2{,}7 \times 1{,}4\ \mathrm{cm}^2$;
ntial P der Zelle, dessen Electrode bereits wieder-

Bildet man aus den zu einander gehörigen Werthen die Mittel, so erhält man:

Induc. electromotorische Kraft	4,466	5,950	7,439	8,936 V.
w_a	36,5	41,5	48,4	49,3 Ω
w_K	22,8	22,7	22,4	22,7

Die durch Fig. 5 illustrirte Anschauung findet ihre Bestätigung. Die „Widerstände" w_K unterscheiden sich nur wenig voneinander und scheinen somit dem Widerstande der Zelle im Zustande AB gleichzukommen. Anders verhält es sich mit den „Widerständen" w_a, die mit der Zunahme der Induction wachsen.

Wird an M an Stelle kathodischer Polarisation anodische erzeugt, dann unterscheiden sich die Werthe w_a wenig voneinander und scheinen den wahren Widerstand der Zelle zu repräsentiren, während die Ausdrücke für w_K mit steigender Induction zunehmen.

Um diese Störungen möglichst hintanzuhalten, musste die Intensität des Inductionsstosses verringert werden. Die Galvanometerrollen in T, sowie in g und g' wurden durch neue ersetzt von grösserer Windungszahl, sodass die von einem einzigen Trockenelemente erzeugten Inductionsstösse zur sicheren Bestimmung von w ausreichten. Durch diese Aenderung in der Anordnung wurde auch thatsächlich erzielt, dass sich an blanken Electroden die Ausschläge am Galvanometer unabhängig von der Richtung des Stromstosses fanden, sobald die Stromstärke I einen Werth erreicht hatte, der auf den Eintritt von Gasentwicklung an M schliessen liess. An platinirten Electroden verursachten Stromstösse verschiedener Richtung auch unter dieser Grenze gleiche Ausschläge. Ueber diese Fälle wird im nächsten Abschnitte berichtet werden.

Es erübrigt nun noch zu zeigen, wie sich die Bestimmungen des „Widerstandes" w im stromlosen Zustande der Zelle gestalten. Zu diesem Behufe wurde dem Potential P ein gleiches, aber entgegengesetztes $\Delta = 1{,}425$ V. superponirt. Die Polspannung K ergab sich dann gleichfalls zu 1,425 V. Nun wurden in der früher angegebenen Weise Inductionsströme von verschiedener Intensität durch P geleitet. Die Resultate waren an der blanken Electrode die folgenden:

Induc. electromotorische Kraft	2,982	4,466	5,950	7,439	8,936 V.
w	300	230	165	127	102 Ω

Dabei betrug der gesammte Widerstand an Drähten 4,8 Ω.

Erzeugte ein einziges Element von 1,492 V. den Inductionsstoss, so fand sich, nachdem die Empfindlichkeit des Galvanometers entsprechend erhöht war, bei einem Widerstande von 120 Ω im äusseren Stromkreise:

$$w = 2500\ \Omega.$$

Bemerkenswerth ist, dass in diesem Zustande der Zelle nicht die Spur eines stationären Stromes im Galvanometer nachzuweisen war, obwohl dasselbe so empfindlich war, dass 100 Theilstrichen Ablenkung 20 Microampère entsprachen.

Wird die Differenz zwischen P und Δ allmählich vergrössert, dann sinkt dieser „Widerstand." Zunächst halten sich Δ und K die Wage; sobald aber K merklich grösser (bei kathodischer Polarisirung) oder kleiner (bei anodischer Polarisirung) geworden ist wie Δ, tritt eine rasche Zunahme von I ein, und die Werthe von w sinken auf ein Minimum.

Als Beleg hierfür möge folgende Versuchsreihe dienen: Der electromotorischen Kraft $P = 1{,}485$ V. wurden abnehmende Werthe von Δ opponirt, sodass also wachsende kathodische Polarisation entstand. Die Inductionsstösse, verursacht durch die inducirende electromotorische Kraft von 4,47 V., hatten gleiche Richtung; man erhielt für w:

$\Delta_{V.} =$	$-$ 1,485	1,474	1,423	1,371	1,318	1,266	1,217	1,168	1,060	0,75
$w_{\Omega} =$	216	203	176	158	124	102	96	74	57	31

Ich glaube von einer Mittheilung weiterer Resultate Abstand nehmen zu können. Der Beweis, dass die anomalen Widerstände durch Entstehung einer condensatorischen Schicht an der Electrode erzeugt werden, dürfte zur Genüge erbracht sein. Eine geringe Anzahl von Ionen ist der Ausbildung des Condensators am günstigsten; für w ergeben sich die grössten Werthe. Reichlicher abgeschiedene Ionen, gleichgiltig, ob dieselben durch stationäre oder inducirte Ströme erzeugt werden, verursachen Undichtigkeiten im Condensator und damit eine entsprechende Abnahme von w.

Nicht ohne Werth dürften die gemachten Erfahrungen bei Anwendung der wichtigen, von F. Kohlrausch angegebenen

und weiter entwickelten Methode zur Bestimmung des Widerstandes von Electrolyten mit Hülfe von Wechselströmen sein. Selbstverständlich sollen sich diese Bemerkungen nur auf diejenigen Leiter beziehen, bei denen durch die Electrolyse gasförmige Ionen an den Electroden ausgeschieden werden, also zunächst auf Säuren und Basen. Wenn ein einziger Inductionsstoss während der sehr kurzen Zeit, als er durch das Voltameter geht, im Stande ist, eine Veränderung in dessen Zustande hervorzurufen, die sich nur *während dieser Zeit* zur Geltung bringt, dann kann ein dem ersten Stoss rasch folgender zweiter von entgegengesetzter Richtung die Wirkung des ersten nicht aufheben, weil sie gar nicht mehr vorhanden ist. Er wird vielmehr eine der ersten ähnliche zweite Veränderung erzeugen, die ebenso rasch verschwindet wie die erste. Durch den Stromwechsel wird also die Brauchbarkeit der Methode nicht garantirt. Es scheint vielmehr das bei dieser Methode benutzte hohe Potential der Induction (tausende von Volt) die Ursache zu sein, dass Complicationen, wie sie bei Anwendung von Inductionsströmen entstehen, deren Potential nur wenige Volt betrug, vermieden werden. Ausserdem hat sich ein neues Motiv für die von Kohlrausch gestellte Forderung ergeben, bei derartigen Messungen platinirte Electroden anzuwenden.

Nach Versuchen von F. Kohlrausch[1]) mit Wechselströmen, die ein Sinusinductor lieferte, lässt sich die durch Inductionsströme hervorgerufene Polarisation durch die Formel $\eta = C/q \,.\, \int i\,dt$ ausdrücken: q bedeutet in derselben die Oberfläche der Electroden, $\int i\,dt$ die durch die Zelle geleitete Electricitätsmenge. Nach den mitgetheilten Versuchen lässt es sich nicht entscheiden, ob diese Formel bei Anwendung eines einzelnen Stromstosses Anspruch auf Gültigkeit besitzt. Da aber, wie gezeigt, die Polarisation in so ausserordentlich rascher Weise auftritt und wieder verschwindet, so erscheint es wahrscheinlicher, dass der maximale Werth, den i im Integrale besitzt, die Höhe der Polarisation bestimmt, ähnlich wie bei Inductionsströmen auch nicht das an einem Electrometer gefundene mittlere Potential, sondern sein Maximalwerth für die Länge des Oeffnungsfunkens maassgebend ist. Möglicherweise ist

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **148.** p. 143. 1873 u. Pogg. Ann. Jubelb., p. 290. 1874.

auch die Geschwindigkeit, mit der der Strom verläuft, von Einfluss. So wurde z. B. für drahtförmige Electroden gefunden, dass der scheinbare Widerstand der Zelle ein wesentlich veränderter war, wenn an Stelle eines Schliessungsstromes ein gleichgerichteter Oeffnungsstrom, der dieselbe Menge mit sich führte, durch die Zelle floss.

Die Bestimmung der Dielectricitätsconstanten von Electrolyten, zu denen ja auch das reinste Wasser zu zählen ist, scheint nach dieser Darstellung unüberwindlicheu Schwierigkeiten zu begegnen, da sich kein Anhaltspunkt dafür ergibt, die auftretende Polarisation entweder durch Rechnung zu eliminiren oder aus dem Fehlen gewisser Nebenerscheinungen (Telephongeräusche), die in manchen Fällen die Polarisation begleiten, auch auf das Fehlen von Polarisation einen sicheren Schluss zu ziehen.

Resultate.

Die im vorigen Abschnitte erörterten, durch die polarisirende Wirkung der Induction entstandenen Störungen veranlassen mich, nur jene Resultate mitzutheilen, die davon unberührt blieben. Dazu gehören alle Messungen, bei denen die Grösse des Widerstandes sich unabhängig von der Richtung des Stromstosses zeigte; ferner sind nur jene scheinbaren Widerstände der Zelle anzuführen, die innerhalb gewisser Grenzen der Wahrscheinlichkeit liegen.

Der gestellten Forderung genügen die Ergebnisse der Versuchsreihe I, die an einer blanken als Kathode fungirenden Elektrode ($2{,}7 \times 1{,}4$ cm^2) erhalten wurden. Der äussere Widerstand R betrug 115,2—116,5 Ω je nach der Stellung des Contactes in C, die Empfindlichkeit der Rolle besass den bereits früher angegebenen Werth (100 Theilstriche Galvanometerausschlag entsprachen 20 Mikroampère), der Widerstand jeder Lage der Inductionsrollen in T belief sich auf 46,7 Ω. Wurde der primäre Stromkreis, der eine als widerstandslos anzusehende electromotorische Kraft von 1,49 Volt enthielt, geschlossen oder geöffnet, so erfuhr das Galvanometer einen Ausschlag von 100 Strichen, wenn der Gesammtwiderstand in dem Kreise mit g 130 Ω ausmachte.

P hatte, nachdem die Zelle längere Zeit aufgestellt war, einen Werth von 1,583 V. angenommen, der in der letzten

halben Stunde vor Stromschluss nur mehr geringfügigen Aenderungen — wenige Tausendstel Volt — unterlag.

Versuchsreihe I.

Blanke Electrode (2,7 × 1,4 cm²)		$P = 1{,}583$ V.	$\delta_{H_2SO_4 aq} = 1{,}027$		Kathodische Polarisation
Δ	K_H	I	w	Iw	$P - p_H$
−1,632	1,632	0	—	0	1,632
1,590	1,590	0	—		1,590
1,444	1,444	0,000003	—		1,444
1,343	1,343	13	—		1,343
1,240	1,246	25	—		1,246
1,147	1,140	32	—		1,140
1,043	1,039	36	—		1,039
1,022	1,028	36	—		1,028
0,918	0,925	36	—		0,925
0,819	0,825	40	—		0,825
0,746	0,757	70	—		0,757
0,716	0,741	183	31,5	0,006	0,747
0,695	0,730	276	27,1	0,007	0,737
0,665	0,718	452	25,0	0,011	0,729
0,615*	0,703	798	21,5	0,017	0,720
0,564	0,694	1130	24,2	0,027	0,721
0,513	0,685	1500	24,0	0,036	0,721
0,462	0,677	1850	24,7	0,046	0,723
0,411	0,658	2150	25,1	0,054	0,712
0,358	0,651	2500	25,9	0,065	0,716
0,306	0,642	2860	26,0	0,074	0,716
0,254	0,629	3220	26,1	0,084	0,713
0,202	0,611	3550	27,0	0,096	0,707
0,152	0,602	3870	28,3	0,110	0,712
0,102	0,596	4350	28,6	0,124	0,720
−0,051	0,583	4640	27,9	0,129	0,712
0	0,572	4970	29,0	0,144	0,719
+0,051	0,559	5290	28,8	0,152	0,711
0,102	0,548	5660	28,4	0,161	0,709
0,202	0,531	6270	28,2	0,177	0,708
0,306	0,507	7040	28,3	0,199	0,706
0,411	0,488	7700	28,1	0,216	0,704
0,513	0,473	8400	28,0	0,235	0,708
0,615	0,453	9100	27,1	0,257	0,710
0,716	0,430	9800	29,4	0,288	0,718

Aus der Reihe wird folgendes ersichtlich: Die kathodische Polarisation hält zunächst mit der Grösse der polarisirenden Kraft vollkommen gleichen Schritt; da die Summe der im Stromkreise vorhandenen electromotorischen Kraft somit gleich Null ist, tritt auch nahezu kein Strom auf. Erst bei $\Delta = 0{,}746$ entsteht eine bemerkenswerthere Differenz $K_H - \Delta = 0{,}011$ V., die nun bei weiterer Veringerung der oppositionell zu P stehen-

tromotorischen Kraft rasch ansteigt; in e
se vergrössert sich auch der Werth von J
dem Werthe von Δ, der mit einem Sterno
t, wurden zuerst Gasbläschen an der K
der diesem Zustande der Zelle entsprech
reicht ein Minimum von 21,5 Ω. War die Z
chlossen, so konnte schon bei einem V
0, somit bei einer polarisirenden Kraft v
reten mikroskopischer Gasbläschen festgest
ler Eintritt gut sichtbarer Wasserstoffentwi
lgt, dann entspricht der Abnahme von K_H
von Iw; die Polarisation hat somit ei
das bei Zunahme der Stromstärke im
r geringen Schwankungen unterworfen ist.
erth für $P—p_H$ ergiebt sich innerhalb dies
woraus sich p_H im Mittel zu 0,87 V. ber
Stromkreise wurde nach der Stimmgabelm
V. gefunden[1]), eine Uebereinstimmung, die
immer noch als befriedigende zu erklären
se Resultate geben somit der Hoffnung

fortwährend zunimmt. Dass sich Electroden je nach ihrer Oberfläche in dieser Hinsicht so wesentlich unterscheiden, ist schon ein höchst merkwürdiges Ergebniss.

Versuchsreihe II.

Platinirte Electrode (2,7 × 1,4 cm²) — $P = 1{,}590$ V. — $\delta_{H_2SO_4 aq} = 1{,}027$ — A) Kathodische Polarisation

J	K_H	I	w	Iw	$P - p_H$
−1,590	1,590	0	[102]	—	1,590
1,545	1,542		[90,3]	—	1,542
1,444	1,444		[68,3]	—	1,444
1,393	1,397		[63,3]	—	1,397
1,240	1,246		[52,0]	—	1,246
1,048	1,046		[32,9]	—	1,046
0,941	0,942		27,6	—	0,942
0,840	0,837		25,0	—	0,837
0,733	0,739		23,5	—	0,739
0,683*	0,708	0,000358	23,5	0,008	0,716
0,631	0,697	1000	22,1	0,022	0,717
0,526	0,674	1330	22,8	0,030	0,704
0,428	0,655	2060	22,1	0,046	0,699
0,314	0,635	2790	22,9	0,064	0,699
0,207	0,616	3540	21,3	0,075	0,691
0,105	0,598	4280	20,4	0,087	0,685
0	0,576	5050	20,3	0,103	0,679
+0,052	0,562	5370	18,7	0,101	0,663
0,207	0,535	6580	18,4	0,121	0,656

B) Anodische Polarisation

J	K_0	I	w	Iw	$P + p_0$
−1,618	1,623	0	33,3	—	1,623
1,669	1,676		31,8	—	1,676
1,776	1,772		35,1	—	1,772
1,881	1,875		34,7	—	1,875
1,982	1,981		34,5	—	1,981
2,113	2,083	0,000040	35,0	—	2,083
2,219	2,181	90	35,0	0,003	2,178
2,347	2,259	342	35,0	0,012	2,247
2,435*	2,306	774	35,0	0,027	2,279
2,524	2,352	1290	34,3	0,044	2,308
2,629	2,403	1880	34,3	0,065	2,338
2,734	2,442	2445	33,3	0,081	2,361
2,885	2,475	2880	33,3	0,096	2,379
2,937	2,500	3700	33,6	0,124	2,376
3,144	2,552	4900	33,6	0,165	2,387
3,351	2,572	6260	33,6	0,210	2,362
3,565	2,645	7530	33,5	0,252	2,393
3,740	2,695	8950	34,7	0,311	2,384

Für platinirte Electroden wurden im vorigen Abschnitte keine Angaben über die scheinbare Grösse des Widerstandes

im stromlosen Zustande des Kreises gemacht; es wurde dies nachgeholt und der jeweilige Werth von w in die Tabelle in Klammern eingetragen. Für die anodische Polarisation (II *B*) ergeben sich für w keine anomalen Werthe; vermuthlich rührt dies von der bereits vorangegangenen kathodischen Beladung der Electrode her.

Das Galvanometer zeigt sich bei Anwendung von platinirten Electroden viel unruhiger als bei blanken. Die geringsten Differenzen zwischen Δ und K_H, bez. K_0 zeigen unmittelbar nach dem Schliessen des Stromes bereits bedeutende kathodische, bez. anodische Ströme, die erst nach Verlauf von längerer Zeit (10—20 Minuten) abfliessen, wodurch Beobachtungen mittelst Inductionsstössen ermöglicht werden. Durch die bedeutende Vergrösserung der Electrodenfläche wird eben zur Herstellung eines Gleichgewichtes viel mehr Zeit in Anspruch genommen. Möglicherweise bietet diese Erscheinung die Aussicht, die so gänzlich unbekannte Oberfläche einer platinirten Electrode schätzend zu bestimmen. In der Periode der Gasentwickelung verhält sich das Galvanometer hingegen wieder ruhig. Bei einem Potential $\Delta = -0{,}683$ fand, wie schon erwähnt, sichtbare Gasentwickelung statt. Der diesem Zustande entsprechende Werth von p_H berechnet sich zu 0,87 V., befindet sich somit in guter Uevereinstimmung mit dem für eine blanke Electrode gefundenen 0,88 V.

Die anodische Polarisation (Versuchsreihe II *B*) zeigt zunächst auch gleichmässig mit der polarisirenden Kraft an. Die Differenzen zwischen Δ und K_0 sind jedoch lange vor dem erfolgten Eintritte sichtbarer Gasentwickelung, der in der Tabelle mit * bezeichnet ist, schon erheblich. Obwohl die Schwefelsäure in der Zelle vor jeder Versuchsreihe ausgekocht wurde, so ist das Vorhandensein von absorbirter Luft in der Flüssigkeit doch nicht ausgeschlossen. Die electrolytische Convection des O an die Anode wird die Ursache der bemerkenswerthen Differenz $\Delta - K_0$ sein.

Bei einer polarisirenden Kraft $P - 2{,}435 = 0{,}845$ V. treten die ersten O-Bläschen auf; die Zelle zeigt eine Polarisation $2{,}279 - P = 0{,}689$ V.

Geht man von der Voraussetzung aus, dass in einer Zelle mit zwei polarisirbaren Electroden dieselben keine Störung

aufeinander ausüben, dann würde zur sichtbaren Wasserzersetzung an Platinelectroden von grosser Oberfläche eine electromotorische Kraft von $2{,}435 - 0{,}683 = 1{,}752$ V. hinreichen, die eine Gesammtpolarisation $p = p_0 + p_H$ von 1,563 V. hervorrufen würde.

Nach dem Eintritt der Gasentwickelung nimmt die anodische Polarisation noch weiter zu; doch scheint sie im Gegensatze zu der kathodischen einem Maximum zuzustreben.

Nun möge noch die Aufmerksamkeit auf die für den Widerstand w gefundenen Zahlen gelenkt werden. Dieser Widerstand schwankt bei O-Polarisation zwischen 33,3 und 35 Ω, bei H-Polarisation dagegen nimmt er von 23,5 auf 18,4 Ω ab!

Dass in der Versuchsanordnung während der Beobachtungen keine Veränderung vor sich ging, bewies ein Zurückgreifen auf die kathodische Polarisation nach Beendigung der Versuche in II B. Es ergab sich nämlich:

Δ	K_H	I	w	Iw	$P-p_H$
0	0,574	0,0005070	19,8	0,100	0,674

Einen einleuchtenden Grund für die Widerstandsänderung zu finden, halte ich für gänzlich ausgeschlossen. Es erübrigt mithin nur, den Begriff des Ohm'schen Widerstandes für eine Zelle, die Polarisation annimmt, fallen zu lassen.

Zwei Versuchsreihen, bei denen die polarisirende Kraft constant gehalten und nur die Stromintensität durch Rheostatenwiderstände Veränderungen unterzogen wurde, sollen noch angeführt werden. Die Electrode M taucht dabei etwas tiefer in das Gefäss L, sodass die Widerstände w geringer ausfielen.

Versuchsreihe III.

Platinirte Electrode wie in II		$\Delta = +0{,}516$ V.		Kathodische Polarisation
K_H	I	w	Iw	$P-p_H$
0,639	0,003320	10,0	0,033	0,672
0,616	4020	8,5(?)	0,034	0,650
0,571	6790	11,3	0,078	0,649
0,555	7640	9,6	0,073	0,628
0,529	9100	6,5	0,060	0,589

Versuchsreihe IV.

Platinirte Electrode wie in II		$\Delta = -3{,}757$ V.		Anodische Polarisation
K_0	I	w	Iw	$P+p_0$
2,422	0,002940	26,5	0,078	2,344
2,443	4000	26,1	0,104	2,339
2,478	4860	26,1	0,127	2,351
2,540	7260	27,1	0,197	2,343
2,569	9190	27,2	0,250	2,319
2,614	9590	26,6	0,255	2,359

Veränderung des „Widerstandes", wenn man von
cher zu anodischer Polarisation übergeht, tritt hier
ller hervor.

e auffallende und räthselhafte Erscheinung besteht
ass nur die „kathodischen Widerstände" bedeutende
gkeit von der Stromstärke zeigen, während die „ano-
sich kaum damit ändern. Ausser dieser Thatsache
igens noch manche andere in der vorliegenden Mit-
erwähnte einer Erklärung bedürfen.

viel steht jedoch fest: *die Bestimmung der galvanischen*
ion im ursprünglichen Stromkreise ist ein Ding der Un-
it.

11. *Studien über electrische Resonanz; von K. Domalip und F. Koláček.*

(Von den Verfassern im Auszuge mitgetheilt aus den Verhandl. der böhm. Kaiser Franz Josef-Akademie zu Prag. Jahrg. 4, Nr. 18, p. 1—29. 1895)

I.

Die nachfolgende Arbeit enthält eine experimentelle und theoretische Untersuchung über den Verlauf der electrischen Spannung an den Enden einer secundären Spirale, wenn die primäre Windung im Entladungsbogen einer Leydener Batterie gelegen ist. Es handelt sich also im Princip um die zuerst von Tesla ausgeführten Versuche.

Eine Wimshurstmaschine ladet den primären Condensator, welche aus einer oder mehreren nahe gleichen Leydener Flaschen besteht. Die Capacität einer einzelnen Flasche beträgt im electrostatischen Maasse durchschnittlich 1351 cm, wie der Vergleich mit einem Luftcondensator ergeben hat.

Im Entladungsbogen liegen der Reihe nach:

1. Eine Luftstrecke von 3 mm zwischen den 1 cm starken Polkugeln eines Mikrometers.

2. Die primäre Spule, 16 cm lang, bestehend aus 29 Windungen eines blanken, 2,7 mm dicken Kupferdrahtes mit einem Durchmesser der Windungen von 3,3 cm.

3. Eine längs der Zimmerwände laufende, wohl isolirte, blanke Drahtleitung von 1,2 mm Dicke, die beliebig verkürzt werden kann.

Im secundären Kreise liegt eine Spule, auf welche 35 m eines sammt der Kautschukhülle 2,5 mm dicken Drahtes in 3×61 Windungen aufgewickelt sind. Die Länge derselben ist 16 cm, der äussere Durchmesser 6,94 cm, der innere 3,9 cm. Der blanke Draht hat eine Dicke von 1,2 mm. Die Enden der Spule sind mit den 1 cm starken vernickelten Polkugeln eines Mikrometers verbunden, vermittels dessen die secundären Schlagweiten, das eigentliche Object unserer Untersuchung, gemessen wurden.

primäre und secundäre Spule liegen beide in Rapsöl. Inductionscoefficienten insgesammt klein sind, mussten den Dimensionen berechnet werden.

Selbstinductionscoefficient der dichtgewickelten secun- pule berechnet sich aus der Länge derselben d, der Windungen n und dem mittleren Durchmesser r ver- er Formel:

$$l = \frac{4\pi n^2 . \pi r^2}{d}\left[1 - \frac{r}{d} + \frac{r^2}{2d^2}\right]$$

ägt $6{,}48 . 10^5$.

leicher Weise berechnet, beträgt der Selbstinductions- t der primären Spule, der übrigens nur einen kleinen s gesammten primären Coefficienten ausmacht, ange- $,09 \times 10^3$.

Inductionscoefficient der sonstigen primären, aus ge- icken bestehenden Drahtleitung wurde aus der Draht- und der Drahtdicke $2r$ berechnet nach der Formel:

$$L = 2D\left[\log \text{nat.} \frac{2D}{r} - 0{,}75\right].$$

Coefficient der gegenseitigen Induction ist berechnet

1 Flasche im primären Kreise.

D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ mm	D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ mm
3088	7,17	4,9	1704	3,98	9,2
2631	6,10	6,4	1605	3,76	**9,3**
2240	5,20	8,6	1441	3,47	8,3
1761	4,03	9,1			

2 Flaschen im primären Kreise.

D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ mm	D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ mm
3088	7,17	3,2	1112	2,68	22,1
2631	6,10	4,3	951	2,34	26,7
2240	5,20	6,3	851	2,13	**27,6**
1605	3,76	10,4	602	1,61	21,0
1441	3,47	13,1	393	1,19	17,6
1263	3,01	17,1	225	0,88	10,5

3 Flaschen im primären Kreise.

D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ mm	D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ mm
3088	7,17	3	930	2,29	28,5
2631	6,10	3,9	863	2,15	**31,5**
2240	5,20	5	607	1,62	32,1
1605	3,76	7,6	412	1,23	30,7
1441	3,47	10,1	220	0,87	26,8
1263	3,01	14,3	76	0,62	24,0
1042	2,51	24,0			

4 Flaschen im primären Kreise.

D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ mm	D cm	$L \cdot 10^{-4}$ cm	δ cm
3088	7,17	2,4	918	2,36	20,3
2636	6,10	3,2	744	1,90	24,7
2140	4,97	4,5	607	1,62	31,2
1605	3,76	6,4	500	1,41	46,6
1441	3,47	7,7	298	1,01	**50,0**
1270	3,01	9,6	188	0,68	27,9
988	2,42	14,8	66	0,60	26,8

Das rasche Ansteigen der secundären Schlagweite bei passender Veränderung des primären Selbstinductionscoefficienten ist gewiss bemerkenswerth. Während die primäre Schlagweite stets 3 mm betrug, stieg die secundäre bei *einer* eingeschalteten Flasche bis zu dem Maximum 9,2 mm, bei 2 Flaschen bis 27,6 mm, bei 3 Flaschen bis 32,1 mm, bei 4 Flaschen sogar auf 50 mm.

Das Maximum der Schlagweiten ist scharf ausgeprägt, wie namentlich aus der graphischen Darstellung dieser Re-

vgl. die Akademieabhandlung) leicht zu ersehen ist.
cherweise konnten wir mehr als 4 Flaschen nicht
en, weil unter Umständen die secundäre Spannung so
rde, dass der Funke die Spule durchbrach. Aus
n Grunde gingen wir über die primäre Schlagweite
m nicht hinaus.

hier beschriebenen Erscheinungen verliefen vollkom-
mal; Störungen traten nur ein, wenn die secundäre
ewissermaassen überladen wurde. Dann sank die
t der secundären Funken dauernd. Man konnte
par darauf nie die grossen Schlagweiten erreichen.
rlauf eines Tages erholte sich jedoch die Spule voll-
wenn sonst eine Isolationsstörung nicht eingetreten
e Messungen wurden übrigens binnen der zwei ver-
Jahre sehr oft wiederholt und mit ziemlich gleich-
em Erfolge, wie hier noch ausdrücklich hervorgehoben
soll. Die erwähnten Störungen sind wohl auf Rech-
er Veränderung der dielectrischen Eigenschaften des
ks zu setzen. Die secundäre Spule spielt nämlich
Versuchen gleichzeitig die Rolle eines Condensators.

II. Theoretisches.[1])

Wir fassen den primären Kreis als offen auf bis zu dem Augenblicke, wo sich an den Polkugeln des primären Mikrometers die maximale Potentialdifferenz eingestellt hat, deren Maass durch die Schlagweite von 3 mm gegeben ist. Von da ab sehen wir ihn als geschlossen an und bezeichnen mit W den Widerstand der Funkenstrecke und der sonstigen primären, metallischen Leitung zusammengenommen. Den jeweiligen Strom nennen wir J und bezeichnen mit P_2 bez. P_1 das Potential an den Belegen des primären Condensators. Dabei geht J in der Richtung $P_1 \rightarrow P_2$. Der Selbstinductionscoefficient der primären Schliessung sei L, die electromagnetisch gemessene Capacität C.

Den secundären Kreis fassen wir als offen auf, weil wir uns hier nur bis zu dem Augenblicke für die Erscheinung interessiren, wo der secundäre Funke springt. Wir bezeichnen mit w den metallischen Widerstand der secundären Leitung, mit i den Strom in der Richtung $p_2 \rightarrow p_1$, wobei p_2, p_1 die augenblicklichen Potentiale an den Belegen des secundären Condensators (den Polkugeln des Mikrometers) bedeuten sollen. Der Selbstinductionscoefficient der secundären Leitung sei l, die Capacität (der Spule) c. Der gegenseitige Inductionscoefficient sei M.

Man hat dann folgendes System der Gleichungen:

$$J W = P_1 - P_2 - M \frac{di}{dt} - L \frac{dJ}{dt}, \tag{1}$$

$$C \cdot \frac{d}{dt}(P_1 - P_2) = -J, \tag{2}$$

$$iw = p_2 - p_1 - l \frac{di}{dt} - M \frac{dJ}{dt}, \tag{1 a}$$

$$c \frac{d}{dt}(p_1 - p_2) = i. \tag{5}$$

1) Dasselbe theoretische Thema behandelt Hr. Oberbeck (Wied. Ann. 55. p. 623. 1895) in seiner Abhandlung „Ueber den Verlauf der electrischen Schwingungen bei den Tesla'schen Versuchen". Hrn. Oberbeck's Arbeit ist datirt: Greifswald, 29. Mai 1895. Unsere am 24. Mai 1895 der Prager Akademie vorgelegte Arbeit erschien im Juli 1895.

und (2) folgt:

$$L\frac{d^2J}{dt^2} + W\frac{dJ}{dt} + \frac{J}{C} = -M\frac{d^2i}{dt^2}.$$

) und (5)

$$l\frac{d^2i}{dt^2} + w\frac{di}{dt} + \frac{i}{c} = -M\frac{d^2J}{dt^2}.$$

Bedingungen der Aufgabe sind:

$$\left.\begin{aligned} J &= 0 \\ i &= 0 \\ p_1 - p_2 &= 0 \\ P_1 - P_2 &= P_0 \end{aligned}\right\} t = 0.$$

st P_0 die Potentialdifferenz, welche der
einleitet.

Integrale setzen wir:

$$i = a\,e^{\nu t}, \qquad J = A\,e^{\nu t}.$$

g (3) und (4) ergeben dann:

$$(LC\nu^2 + WC\nu + 1)\,A = -a\,MC\nu^2,$$

Setzt man den aus (20a) folgenden Werth des A_k in (20) ein und ebenso in (21), bezeichnet man ferner kürzehalber $1/v_k$ mit ϑ_k und nimmt man auf die Bedingungen $i = 0$, $p_1 - p_2 = 0$ zur Zeit $t = 0$ Rücksicht, und ebenso auf die Bedingungen $J = 0$, $P_1 - P_2 = P_0$ für dieselbe Zeit, so ergeben sich zur Bestimmung der vier Grössen $a_1\, a_2\, a_3\, a_4$ die vier Gleichungen:

$$\begin{aligned} H = MCc\,P_0 &= a_1\,\vartheta_1^{\,3} + a_2\,\vartheta_2^{\,3} + a_3\,\vartheta_3^{\,3} + a_4\,\vartheta_4^{\,3} \\ 0 &= a_1\,\vartheta_1^{\,2} + a_2\,\vartheta_2^{\,2} + a_3\,\vartheta_3^{\,2} + a_4\,\vartheta_4^{\,2} \\ 0 &= a_1\,\vartheta_1 + a_2\,\vartheta_2 + a_3\,\vartheta_3 + a_4\,\vartheta_4 \\ 0 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4\,. \end{aligned}$$

Es sei:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \vartheta_1^{\,3} & \vartheta_2^{\,3} & \vartheta_3^{\,3} & \vartheta_4^{\,3} \\ \vartheta_1^{\,2} & \vartheta_2^{\,2} & \vartheta_3^{\,2} & \vartheta_4^{\,2} \\ \vartheta_1 & \vartheta_2 & \vartheta_3 & \vartheta_4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (\vartheta_1 - \vartheta_2)(\vartheta_1 - \vartheta_3)(\vartheta_1 - \vartheta_4)(\vartheta_2 - \vartheta_3) \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_4)(\vartheta_3 - \vartheta_4).$$

Dann ergiebt sich unmittelbar

$$a_1 = \frac{H \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_3)(\vartheta_2 - \vartheta_4)(\vartheta_3 - \vartheta_4)}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)(\vartheta_1 - \vartheta_3)(\vartheta_1 - \vartheta_4)(\vartheta_2 - \vartheta_3)(\vartheta_2 - \vartheta_4)(\vartheta_3 - \vartheta_4)}.$$

Durch cyklische Vertauschung der Ziffern ergiebt sich $a_2\, a_3\, a_4$.

Von Interesse ist der Ausdruck für die secundäre Potentialdifferenz:

$$c(p_1 - p_2) = \sum_{k=1}^{k=4} a_k\,\vartheta_k\, e^{\frac{t}{\vartheta_k}}. \tag{22a}$$

Wir transformiren ihn, indem wir für die Wurzeln der biquadratischen Gleichung setzen:

$$v_1 = \frac{1}{\vartheta_1} = \varepsilon + n_1\sqrt{-1}, \qquad v_3 = \frac{1}{\vartheta_3} = \eta + n_2\sqrt{-1}.$$

$$v_2 = \frac{1}{\vartheta_2} = \varepsilon - n_1\sqrt{-1}, \qquad v_4 = \frac{1}{\vartheta_4} = \eta - n_2\sqrt{-1}.$$

Damit folgt nach einigen Transformationen:

$$-p_2)=\frac{4H}{\Delta}\cdot\frac{n_2}{(\varepsilon^2+n_1^2)(\eta+n_2^2)}\,e^{\varepsilon t}\left[\sin n_1 t\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^2+\right.\right.$$

$$+ n_1\cos n_1 t\left(\frac{1}{\varepsilon^2+n_1^2}-\frac{1}{\eta^2+n_2^2}\right)\Big]$$

$$+\frac{4H}{\Delta}\cdot\frac{n_1}{(\varepsilon^2+n_1^2)(\eta^2+n_2^2)}\,e^{\eta t}\left[\sin n_2 t\left(\frac{\eta}{\eta^2+\right.\right.$$

$$+ n_2\cos n_2 t\left(\frac{1}{\eta^2+n_2^2}-\frac{1}{\varepsilon^2+n_1^2}\right)\Big]\cdot$$

biquadratische Gleichung, welche aus (18

urzeln v die reciproken Werthe der ϑ si

$$v^4 a' + v^3 b' + v^2 c' + v d' + 1 = 0.$$

t:

$a' = (L l - M^2) C c$, $\qquad b' = (L w + W l$

$c' = L C + l c + W w C c$, $\quad d' = W C + w c$

wir erstens an, sei der Ohm'sche Widers

ine zu vernachlässigende Grösse ($W = w$

einfacher:

$v^4 (L l - M^2) C c + v^2 (L C + l c) + 1 = 0$

0, $\eta = 0$, und wenn man für n_1, n_2 kürze

In diesem Augenblicke ist $\cos n_1 t = 1$, $\cos n_2 t = -1$.

Diese unter den gegebenen Umständen maximale Potentialdifferenz, deren Maass die grösste Funkenlänge gibt, ist gegeben durch:

$$\frac{p_1 - p_2}{P_0} = x = \frac{2 M C}{\sqrt{(L C - l c)^2 + 4 C c M^2}}.$$

In zweiter Näherung wird man den Ohm'schen Widerstand mit berücksichtigen müssen; es ist dann ε und η gegen n_1 und n_2 als klein anzusehen. Zufolge dieser Festsetzung ergiebt sich aus (I) sehr angenähert:

$$\frac{p_1 - p_2}{P_0} = \frac{M C (e^{\varepsilon t} \cdot \cos n_1 t - e^{\eta t} \cdot \cos n_2 t)}{\sqrt{(L C - l c)^2 + 4 C c M^2}}.$$

Die Amplituden der zwei erwähnten Ströme gleichwie die Amplituden der zwei periodischen Antheile der gesammten secundären Potentialdifferenz nehmen dann mit einer Exponentielle ab, und die dem ersten Schwebungsmaximum entsprechende maximale secundäre Potentialdifferenz ist angenähert:

(II)
$$\frac{p_1 - p_2}{P_0} = \frac{M C (e^{\varepsilon t_0} + e^{\eta t_0})}{\sqrt{(L C - l c)^2 + 4 C c M^2}}$$

$$t_0 = \frac{\pi}{n_1 - n_2}.$$

Man ersieht aus (II), dass bei unverändertem secundären Kreise (l, c constant) und bei veränderlichem L oder C der grösstmöglichste Werth erreicht wird, falls die Bedingung $L C = l c$ erfüllt ist. Diesem zufolge ist:

$$p_1 - p_2 = \frac{P_0 (e^{\varepsilon t_0} + e^{\eta t_0})}{2} \sqrt{\frac{C}{c}}.$$

Man hat daher, um möglichst grosse Funkeneffecte am secundären Kreise zu erzielen, gemäss der Formel $L C = l c$ grosse Capacitäten und kleine Selbstinductionscoefficienten im primären Kreise mit kleinen Capacitäten (freie Spule) und grossen Inductionscoefficienten im secundären Kreise zu combiniren.

Die Grössen ε und η lassen sich durch ein Näherungsverfahren bestimmen. Wir setzen in die biquadratische Gleichung (Ia) $\nu_1 = \varepsilon + n_1 \sqrt{-1}$, und erhalten bis auf Grössen höherer Ordnung

$$-\varepsilon = \frac{b'}{4a'} + \frac{b'c' - 2a'd'}{4a'\sqrt{c'^2 - 4a'}};$$

en

$$-\eta = \frac{b'}{4a'} - \frac{b'c' - 2a'd'}{4a'\sqrt{c'^2 - 4a'}}.$$

ich ist:

$$t_0 = \frac{\pi}{4\sqrt{2a'}}\left[\sqrt{c' + \sqrt{c'^2 - 4a'}} + \sqrt{c' - \sqrt{c}\right.$$

$$\left[\frac{b'}{\sqrt{c'^2 - 4a'}} + \frac{b'c' - 2a'}{c'^2 - 4}\right.$$

$$t_0 = \frac{\pi}{4\sqrt{2a'}}\left[\sqrt{c' + \sqrt{c'^2 - 4a'}} + \sqrt{c' - \sqrt{c}\right.$$

$$\left[\frac{b'}{\sqrt{c'^2 - 4a'}} - \frac{b'c' - 2a'}{c'^2 - 4a}\right.$$

ksicht auf unsere Versuche lassen sich n
hungen ausführen.

Ausdrucke $c' = LC + lc + WwCc$ lässt s
ssigen; L, l sind Grössen der Ordnung
nm), solche der Ordnung 10^9, dagegen sind
hen Maasszahlen von C, c Grössen wie
Widerstand des primären Kreises W, zu w
nd der Funkenstrecke mitzählt, ist gewiss

$$\frac{b'c' - 2a'd'}{c'^2 - 4a'} = \frac{W L . c l}{4 M^2}\left(\frac{lc - LC}{LC}\right) x^2$$

und schliesslich:

$$\text{(III)} \quad \begin{cases} -\varepsilon t_0 = \frac{\pi}{8}\frac{W}{M} x \sqrt{c l}\left(1 + \sqrt{\frac{c l}{C L}}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M^2}{L l}}} \\ \qquad\qquad \left[1 - \frac{x}{2}\frac{L}{M}\left(1 - \frac{lc}{LC}\right) + \frac{wL}{Wl}\right] \\ -\eta t_0 = \frac{\pi}{8}\frac{W}{M} x \sqrt{c l}\left(1 + \sqrt{\frac{c l}{C L}}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M^2}{L l}}} \\ \qquad\qquad \left[1 + \frac{x}{2}\frac{L}{M}\left(1 - \frac{lc}{LC}\right) + \frac{wL}{Wl}\right] \\ x = \frac{2MC}{\sqrt{(LC - lc)^2 + 4M^2 Cc}}. \end{cases}$$

Mit diesen Formeln wurden unsere Versuche berechnet, und zwar zuerst x, die Vergrösserungszahl, die dem Falle entspricht, dass der Ohm'sche Widerstand überhaupt vernachlässigt werden kann, dann εt_0 und ηt_0, und mit ihnen laut (II) $p_1 - p_2$.

Der Werth des absoluten Maximums Π, welcher der Bedingung $LC = lc$ entspricht, berechnet sich wegen:

$$\text{(IV)} \quad \begin{cases} \eta t_0 = \varepsilon t_0 = -\frac{\Pi}{4}\frac{W}{M} x \sqrt{c l} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M^2}{L l}}}\left(1 + \frac{Wl}{wL}\right) \\ \text{zu} \\ \qquad \frac{\Pi}{P_0} = \sqrt{\frac{C}{c}}\, e^{\varepsilon t_0} = x\, e^{\varepsilon t_0}, \qquad x = \sqrt{\frac{C}{c}}, \end{cases}$$

III.

Ehe wir jedoch unsere Messungen mit der eben entwickelten Theorie vergleichen, wollen wir eine Formel berechnen, welche uns den thermischen bez. dynamometrischen Effect im secundären Kreise zu beurtheilen gestattet, falls in demselben an Stelle der Luftstrecke des Micrometers ein Riess'sches Luftthermometer oder ein Electrodynamometer eingeschaltet würde.

In beiden Fällen ist $\int_0^\infty i^2\, dt$ ein Maass der „ballistischen" Ausschlages. Dieser Ausdruck soll nun bestimmt werden.

der Formel:

$$i = c\,\frac{d}{dt}(p_1 - p_2)$$

olgt bis auf Grössen, die vernachlässigt wer

$$\frac{M C_c P_0}{\sqrt{(LC - lc)^2 + 4\,Cc\,M^2}}\,(n_2\,e^{\eta t}\cos n_2 t - n_1\,e^{\varepsilon t}\,\mathrm{co}$$

$$\Omega\,(n_2\,e^{\eta t}\cos n_2 t - n_1\,e^{\varepsilon t}\cos n_1 \mathrm{t}).$$

gibt sich für T, die im secundären Kreis
ladungsschlages der Primärbatterie entwick
rme:

$$T = w\int_0^\infty i^2\,dt = -\frac{\Omega^2 w}{4}\left(\frac{n_1^2}{\varepsilon} + \frac{n_2^2}{\eta}\right).$$

$$-\left(\frac{n_1^2}{\varepsilon} + \frac{n_2^2}{\eta}\right) = \frac{2d'(4\alpha' - c'^2)}{b'^2 + a'd'^2 - b'd'c'}$$

$$= \frac{2(WC + wc)[(LC - lc)^2 + 4\,L}{Cc[Ww(LC - lc)^2 + M^2(WC}$$

gibt sich schliesslich:

$$T = \frac{P_0^2 C^2}{2}\cdot\frac{wc}{WC + wc}\cdot\frac{1}{1 + \frac{1}{Ww(LC - lc)^2}\cdot}$$

(primärer Kreis) h zur Länge des Nebenbogens n umgekehrt verhält, wie die Zahl der in ihnen eingeschalteten (gleichen) Flaschen. Sind daher beide Batterien gleich, so tritt das Maximum bei gleichen Drahtlängen ein.

Erwägt man, dass die Länge geradlinig gespannter Drahtlängen in nicht zu weiten Grenzen dem Selbstinductionscoefficienten derselben proportional ist, so besagt Knochenhauer's Ausspruch, dass das Maximum der Wärmeentwickelung im secundären Bogen bei der oben hergeleiteten theoretischen Bedingung $LC = lc$ eintritt.

Kochenhauer hat daher electrische Resonanzerscheinungen studirt, allerdings ohne zu wissen, was er vor sich hatte.

Kurz darauf nahm Blaserna[1]) die Knochenhauer'schen Versuche auf, und stellte seine Messungsresultate durch folgende Formel dar:

$$\Theta = \frac{q'}{q^2}\,\frac{s}{\sqrt{s'}}\,\frac{1}{h}\cdot\frac{a}{1+A\left(h-\frac{q'^2}{q^2}\,\frac{s}{s'}\,.n\right)^2}\cdot\sqrt{d^3}.$$

Darin bedeutet Θ den Ausschlag des Luftthermometers, d die primäre Schlagweite, a, A, Constanten des Versuches, h, n die Längen der Haupt- und Nebenbogen.

Die Grössen q, bez. q' haben folgende Bedeutung.

Blaserna operirte mit Flaschen von nahezu gleicher Oberfläche, aber verschiedener „Flaschenstärke", wie er sich entsprechend dem damaligen Standpunkte ausdrückte. Die Stärke einzelner Flaschen bestimmte er in der Weise, dass er sie bis zu gleicher Schlagweite, also bis zu gleichem Potential lud, und sodann bei identischem Schliessungsbogen den Ausschlag Θ im Thermometer maass, wenn Entladung eintrat. Entsprechend der bekannten empirischen Formel von Riess ist dann Θ proportional dem Quadrate der zum Laden verbrauchten Electricitätsmengen q und verkehrt proportional der (bei allen Flaschen gleichen) Oberfläche s. Die Grösse q nennt nun Blaserna die Stärke einer Flasche.

Nach der Art ihrer empirischen Bestimmung ist $q_1{}^2$, das

1) Blaserna, Wien. Ber. **33.** p. 25. 1858. Hierher gehören die gleichfalls in den Wien. Ber. publicirten Arbeiten von Mach, Peterin, Odstrčil und Studnička.

er Capacität einer, q_2^2 das Maass einer 2. Flasche,
$^2 + q_2^2$ die Capacität beider Flaschen zusammen.
Stärke q einer aus mehreren, bez. 2 Flaschen zu-
esetzten Batterie ist nun nach der Ausdrucksweise
a's gegeben durch $q_1 + q_2 + q_3 \ldots$ Ferner bedeutet
erfläche der Batterie, welche der Flaschenzahl pro-
war, die auch mit s bezeichnet werden soll.
st daher nach Blaserna:

$$\frac{q^2}{s} = \frac{(q_1 + q_2 + \ldots)^2}{s}.$$

er Ausdruck unterscheidet sich nun sehr wenig von
ammtcapacität der Batterie $q_1^2 + q_2^2 + \ldots$, weil
sen q_1 q_2 vom Mittelwerthe höchstens um 15 Proc.
n.
zwei Flaschen ist beispielsweise:

$$q_1^2 + q_2^2 - \frac{(q_1 + q_2)^2}{2} = \frac{(q_1 - q_2)^2}{2},$$

in Theilen des ganzen ausgedrückte Differenz

$$\frac{(q_1 - q_2)^2}{2} : q_1^2 + q_2^2$$

$$\frac{1}{1 + \frac{w}{WM^2} \cdot \frac{(LC - lc)^2}{C^2}}.$$

Wir sehen also, dass bei Blaserna's Versuchen in denen M wenig veränderlich ist, auch der Funkenwiderstand W nahezu als constant zu betrachten wäre.

Ersichtlicherweise besitzt Blaserna's Formel, wenigstens in dem Theile, welcher bei *einem* Versuche den Verlauf der Erscheinung bis zum Maximum des Effectes und über dieses hinaus zur Darstellung bringt, mit der theoretischeu Formel eine grosse Aehnlichkeit. Bezüglich des Theiles der Formeln, welche dem absoluten Werthe des Θ bez. T entspricht, lassen sich keine Vergleiche anstellen.

Es wäre angezeigt, dass diese Versuche unter Einschaltung eines Thermometers oder Dynamometers wiederholt würden, schon im Interesse des geänderten theoretischen Standpunktes.

In diesem Falle lässt sich sogar eine vollkommen strenge Formel entwickeln, weil $\int_0^\infty i^2\,dt$ als eine Function symmetrischer Wurzelfunctionen eine unmittelbare Kenntniss der Wurzeln der biquadratischen Gleichung nicht voraussetzt.

Auch ein ballistisches Electrometer könnte verwendet werden; zu diesem Falle wäre der Werth des Integrales $\int_0^\infty (p_1 - p_2)^2\,dt$ zu ermitteln. Man könnte dabei nähere Aufschlüsse über den sogenannten Funkenwiderstand bekommen.

IV.

Die einfachen Bedingungen der Theorie sind nun in unseren Versuchen allerdings nicht als genau realisirt zu betrachten. In erster Linie hat man es im primären Kreise mit einem variablen, höchst wahrhrscheinlich von der jeweilig entladenen Electritätsmenge abhängigen Funkenwiderstand zu thun. Im secundären Leiter ist ein eigentlicher Condensator *nicht* eingeschaltet, und die Drähte sind nicht capacitätsfrei. wie die Theorie es voraussetzt.

Auch in der primären Leitung sind die längs der Wand im beiläufigen Abstande von 60 cm geführten Drähte nicht als capacitätsfrei anzusehen. Dies lässt sich jedoch in Rech-

nung setzen. Mit Hilfe der bekannten Formel für die Capacität eines oberirdischen Telegraphendrahtes berechnen wir, dass einer in den Stromkreis eingeschalteten Drahtlänge von 10 m eine Capacität von 66 cm zukommt. Demzufolge sind die Capacitäten im primären Kreise, wenn 1, 2, 3, 4 Flaschen eingeschaltet waren, und zwar im Falle des maximalen Effectes $LC = lc$, gegeben durch:

$$C = 1{,}08,\ 2{,}04,\ 5{,}03,\ 4.02.$$

Die zugehörigen L sind $3{,}76.10^4$, $2{,}13.10^4$, $1.62.10^4$, $1.01.10^4$.

Das Product LC soll constant sein, und dem Producte cl gleichkommen. Wir finden

$$cl = LC = 4{,}05.10^4,\ 4{,}35.10^4,\ 4{,}91.10^4,\ 4.06.10^4.$$

Aus dem Mittelwerthe $4{,}34.10^4$ und dem secundären Coefficienten $l = 64{,}8.10^4$ ergiebt sich die Capacität der secundären Spule zu 0,067 einer der grossen Flaschen.

Eine zweite Schwierigkeit tritt uns entgegen in dem Verfahren, die Potentialdifferenzen durch Schlagweiten zu messen. Wir schlossen uns hier an die neuesten Heydweiller'schen[1]) Messungen an. Unter gewissen Vorsichtsmassregeln findet Heydweiller für Kugeln von 1 cm Durchmesser die folgenden zusammengehörigen Werthe von Schlagweite (δ *mm*) und Potentialdifferenz V (cm, g, sec, electrostatisch).

δ mm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V	16,0	27,9	37,9	48,5	57,7	66,4	73,5	80,3	85,3	90

Für längere Funken sind die Angaben nicht mehr ganz sicher. So z. B. ist für $\delta = 15$ mm, 20 mm, 24 mm,

$V = 102{,}3—105{,}7,\ \ 110{,}9—114{,}3,\ \ 114{,}6—119$ C. G. S.

Für $\delta = \infty$ steigt aber V höchstens nur bis 159 C. G. S.

Wir schliessen daraus, dass die effectvollen Funkenlängen in unseren Versuchen, wie 32,1 mm, 50 mm lange nicht einem gleich starken Anstiege der secundären Potentialdifferenzen entsprechen können.

Wir constatiren, dass unsere Theorie zu demselben Schlusse führt. Wir besprechen zuerst den Fall $CL = cl$.

1) Heydweiller, Wied. Ann. **48**. p. 235. 1893.

Unter Benützung des oben gefundenen Mittelwerthes $c\,l = 4{,}34 \times 10^4$ berechnen wir zuerst die Zahlen x, welche uns, den Ohm'schen Widerstand weggedacht, angeben, wie vielmal sich im Falle des Maximums $C\,L = c\,l$ die secundäre Potentialdifferenz vergrössern würde im Vergleiche mit der primären Differenz 37,9, welche hier der Schlagweite von 3 mm entspricht.

$C\,L = c\,l.$

Zahl der Flaschen	C	$L \cdot 10^{-4}$	x	δ mm (beob.)
1	1,08	4,05	3,95	9,3
2	2,03	4,35	5,52	27,6
3	3,03	4,91	6,58	32,1
4	4,02	4,06	7,72	50

Weil nun der Schlagweite von 9,3 mm (bei einer Flasche) eine Potentialdifferenz von 86,7 zukommt, so ist die wirkliche Vergrösserung der Potentialdifferenz in diesem Falle nur $86{,}7 : 37{,}9 = 2{,}288$ gegenüber $x = 3{,}95$. Laut Formel (IV) ist daher:

$$l^{\varepsilon t_0} = \frac{2{,}288}{3{,}950}.$$

Damit berechnet sich εt_0 und mit ihm laut (IV) der Werth $W(1 + w\,L / W\,l)$. Die Capacitäten müssen hier allerdings im absoluten electromagnetischen Maasse angegeben sein, sodass für die Capacität einer Flasche $1351 / 9{,}10^{20}$ und für $c\,l$ $4{,}34 \times 10^4 . 1351 / 9{,}10^{20}$ zu setzen ist. Damit berechnet sich, weil der metallische Widerstand im secundären Kreise 1,44 Ω beträgt, für den Funkenwiderstand 20,32 Ω.

Sind zwei Flaschen eingeschaltet, wo also im primären Funken stets die doppelte Menge von Electricität hindurchgeht, so ergiebt eine ähnliche Rechnung nur 14,6 Ω. Es sank daher der Widerstand des Funkens um 27 Proc.

Würde man diese procentische Abnahme auch noch zugeben, wenn die entladene Menge nochmals auf das Doppelte steigt (4 Flaschen), so würde sich mit Formel (IV) ergeben, dass den 50 mm Schlagweite eine Potentialdifferenz von 158 zukommt, ganz so, wie es aus den Heydweiller'schen Daten folgen würde.

Wäre der Widerstand beim Uebergange von 2 zu 4 Flaschen überhaupt nicht mehr gesunken, so entspräche dem nach (IV) eine Potentialdifferenz von nur 85,6, also eine Schlagweite von 9 mm, während sie in Wirklichkeit 50 mm beträgt.

müssen daraus schliessen, dass der Fu
t der entladenen Menge constant sinkt.
Formel (IV) oder:

$$\Pi = x \,.\, e^{-xf},$$

$$x = \sqrt{\frac{C}{c}}, \quad f = \frac{\pi}{4}\frac{W}{M}\left(1 + \frac{w}{W}\cdot\frac{L}{l}\right)\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M}{L}}}$$

ein interessanter Schluss ziehen.
nbar existirt für ein gewisses x, das ist
apacitätenverhältniss C/c, ein absolutes
weil für $x = 0$ und $x = \infty$ $\Pi = 0$ wird.
fect im secundären Kreise muss daher ei
haben, wenn man auch die primäre F
lässt, und immer die Bedingung $CL = cl$

constantem f (const. W und $\sqrt{1 - M^2/Ll}$
$= \sqrt{C/c} = 1/f$. Die Constante f bestimmt
einer Flasche ist $x = 3{,}59$, $\Pi = 86{,}6$ C.G.S.:
$= 0{,}138 = 1 : 7{,}2$ folgt.
constantem f würde daher das absolute M

sich günstigere Verhältnisse, wenn man sich auf die Fälle beschränkt, wo die secundären Schlagweiten hinlänglich klein sind, um Heydweiller's Tafel benützen zu können. Vor allem sind es die mit *einer* Flasche angestellten Messungen.

Unter Benützung des für den Funkenwiderstand gefundenen Werthes, den wir hier constant annehmen, weil sich immer dieselbe Electricitätsmenge entladet, und mit dem Mittelwerthe $c\,l = 4{,}34 \times 10^4$ berechnen wir unter Zuhülfenahme von (III) die zu einem Werthepaar C, L gehörenden Potentialdifferenzen $p_1 - p_2$. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle enthalten. Die zu den Schlagweiten gehörenden Potentialdifferenzen $(p_1 - p_2)$ (beob.) sind aus der Heydweiller'schen Tafel entlehnt. (Weil bei Berechnung der mit einer Flasche angestellten Messungen für $c\,l$ nicht der dieser Flasche entsprechende Werth $4{,}05 \cdot 10^4$, sondern jener Werth $4{,}34 \cdot 10^4$ benützt wurde, den alle 4 Flaschen ergaben, erscheint das berechnete Maximum etwas verschoben. Mit Benützung der ersteren hätte man natürlich eine bessere Uebereinstimmung bekommen.)

1. Flasche, $P_0 = 37{,}9$ (C. G. S. elst).

C	$L \cdot 10^{-4}$	$C\,L \cdot 10^{-4}$	δ mm (beob.)	$p_1 - p_2$ (beob.)	$p_1 - p_2$ (berech.)
1,160	7,17	8,31	4,9	56,7C.G.S.	51,4C.G.S.
1,125	6,10	6,86	6,4	69,2	66,1
1,1080	5,20	5,76	8,6	83,3	82,4
1,1084	4,03	4,37	9,1	85,6	87,4
1,1084	3,98	4,30	9,2	86,1	87,4
1,1080	3,76	4,04	9,3	86,6	86,6
1,067	3,47	3,69	8,3	81,8	84,1

Bei Berechnung dieser Messungen mussten wir eine Constante des Versuches, den Funkenwiderstand aus einer derselben ($C\,L = c\,l$) durch Rechnung bestimmen. Wir sind von ihm nahezu unabhängig, wenn wir die vom Resonanzmaximum weit weg entlegenen Messungsdaten verwerthen wollen. In diesem Falle ist:

$$x = \frac{p_1 - p_2}{P_0} = \frac{2\,M\,C}{\sqrt{(L\,C - l\,c)^2 + 4\,M^2\,c\,C}}$$

eine sehr kleine Zahl, und mit ihr sind es die in (III) und (II) vorkommenden Grössen $\varepsilon\,t_0$ und $\eta\,t_0$, sodass für x der eben aufgeschriebene Werth als nahezu richtig betrachtet

kann. Allerdings wissen wir, dass wir durch diese
g ein wenig zu hohe Werthe der Potentialdifferenz
n, weil sie das Fehlen des Ohm'schen Widerstandes
zt. Aber wir haben den unschätzbaren Vortheil, dass
er Heydweiller'schen Tafel nichts weiter bekannt
raucht, als die aus geometrischen Daten berechneten
scoefficienten und die Capacität, zudem noch in
einheiten ausgedrückt.

wenden diese Rechnung auf die kleinsten Schlagweiten
ei Benützung von 1, 2, 3, 4 Flaschen gefunden wurden.
ultat ist in der folgenden Tabelle enthalten.

	C	$L \cdot 10^{-4}$	δ mm (gemessen)	$p_1 - p_2$ (beob.)	$p_1 - p_2$ (berech.)
	1,16	7,17	4,9	56,7	60
	2,16	7,17	3,2	40,0	43,1
	3,16	7,17	3,0	37,9	39
	4,16	7,17	2,4	31,9	36,9

electrischen Vorgänge an den Polen der secundären
sind gewiss in hohem Grade veränderlich, es handelt
rchaus nicht um statische Zustände in dem Augen-

12. *Die Eisenkugel im homogenen Magnetfelde. Experimentaluntersuchung; von O. Grotrian.*

Ein im homogenen Felde befindliches Ellipsoid aus weichem Eisen wird zufolge der von Poisson begründeten Magnetisirungstheorie homogen magnetisirt. Handelt es sich um ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe den Kraftlinien des ursprünglichen Feldes parallel ist, dann laufen zu diesen auch die Inductionslinien im Eisen parallel. Es sind das Ergebnisse, zu denen die Untersuchungen von Poisson[1]), Neumann[2]) und Lipschitz[3]) geführt haben.

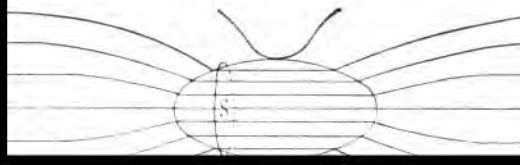
Mit diesen Schlussfolgerungen der Theorie sind die Versuchsresultate einer Anzahl von Forschern in Uebereinstimmung und bestätigen somit indirect die Richtigkeit derselben. Eine wesentlich directe Bestätigung ist durch Versuche von Fromme[4]) erfolgt. Dieselben sind nach der Ablenkungsmethode angestellt und zeigen, dass für vier Kugeln von verschiedener Grösse die Magnetisirungsfunction nahezu constant ist.[5]) Demnach wäre der Theorie entsprechend bei bestimmtem äusseren Felde das magnetische Moment einer Kugel merklich deren Volumen proportional.

Würde man lediglich dieses Versuchsergebniss berücksichtigen, so lässt sich dasselbe auch erklären durch die Annahme einer nicht homogenen aber ähnlichen Vertheilung des Magnetismus in den verschiedenen Kugeln.

Bei der Bedeutung des die Magnetisirung eines Ellipsoids betreffenden Gesetzes dürfte es nicht ohne Interesse sein, die experimentelle Prüfung desselben auf ganz anderem, möglichst directem Wege vorzunehmen. Einen solchen habe ich bei der Arbeit, deren Ergebnisse hier mitgetheilt werden sollen,

1) Poisson, Mémoires de l'Acad. **5.** p. 488. 1821. 1822.
2) Neumann, Crelle's Journ. **37.** p. 21. 1848.
3) Lipschitz, Inauguraldiss. Berlin 1857.
4) Fromme, Pogg. Ann. **152.** p. 627. 1874.
5) l. c. p. 628—629.

agen. Es sind dabei relativ kleine ma
ur Anwendung gekommen.
ie Versuche laufen im Princip darauf h
sfluss zu messen, der einen bestimmten zu
s ursprünglichen Feldes senkrechten Que
rchsetzt. In Fig. 1 ist ein verlängertes
mit einigen zugehörigen Inductionslinien
lben etwa bei ursprünglich homogenem äus
rie noch verlaufen.
nun S eine das Ellipsoid eng umschliess
Drahtschleife, deren Windungsebene auf de
recht steht, so erscheint es möglich, den ers
Inductionsfluss mittels eines ballistische
u messen. Zu dem Zwecke wäre der S



Richtungen, im vorliegenden Falle z. B. nach denjenigen der Axen zu erkennen sein.

Wollte man derartige Versuche an einem Rotationsellipsoide anstellen, dann müssten diejenigen Schleifen, die für eine Richtung senkrecht zur Rotationsaxe verwendet werden sollen, eine elliptische Gestalt erhalten. Nun ist aber bereits die Herstellung brauchbarer kreisförmiger Schleifen keine ganz einfache Sache (s. w. u.), und dieses gilt somit in noch höherem Maasse für die elliptische Gestalt. Es empfiehlt sich daher unter diesen Umständen als Versuchsobject Kugeln zu verwenden. Dieses ist in der That bei den hier zu beschreibenden Versuchen der Fall gewesen.

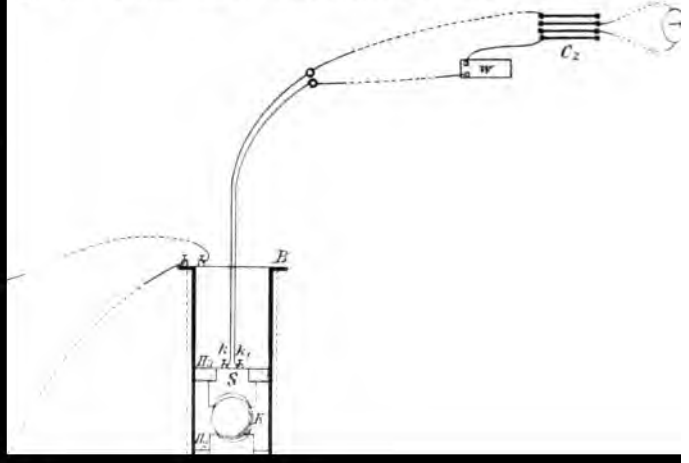
Da thatsächlich der in der Luft in unmittelbarer Nähe der Kugeloberfläche vorhandene Inductionsfluss zur Messung gelangt, so wird, wenn dieser merklich den der Schleifenfläche entsprechenden Inductionsfluss im Eisen darstellen soll, ein inniges Anliegen des isolirten Schleifendrahtes an der Kugeloberfläche, sowie ein möglichst geringer Durchmesser des Drahtes verglichen mit demjenigen der Kugel gefordert werden müssen. In Rücksicht auf derartige Erwägungen, zu denen noch die Forderung eines genügend homogenen Magnetfeldes kommt, sind die Querschnitte des Schleifendrahtes, die Durchmesser der Eisenkugeln und die Dimensionen der Magnetisirungsspule bemessen worden.

Versuchsanordnung und Apparate.

Die zu den Versuchen benutzten Apparate sind Eigenthum theils des electrotechnischen, theils des physikalischen Instituts der hiesigen Hochschule. Dieselben waren mit freundlicher Erlaubniss des Hrn. Geh. Regierungsrath Dr. Wüllner im physikalischen Laboratorium aufgestellt.

Die Versuchsanordnung im ganzen ist aus Fig. 2 zu ersehen. Die Pole einer Accumulatorenbatterie AA sind mit einem Quecksilbercommutator C_1 verbunden, durch welchen der Strom in der übrigen Leitung umgekehrt und unterbrochen werden kann. In die Leitung sind Regulirwiderstände R eingeschaltet, um den Strom auf die gewünschte Stärke bringen zu können. Ferner enthält die Leitung einen Präcisions-

d W aus Manganin [1]) im Petroleumbade, von dem das galvanometer TG mit Vorschaltwiderstand w_v abge-. Das Torsionsgalvanometer war graduirt und mittels npensirt gehaltenen Flemming'schen Normalelements Der Widerstand der Abzweigungsdrähte ist bei der ng der Stromstärke berücksichtigt worden. In die



Holzcylinders H_1, der direct auf der Fussplatte FF aufgesetzt ist.

Auf der Kugel ruht der Schleifenklotz S, welcher wie H_2 eine kugelähnliche Höhlung besitzt. In den Rand der letzteren ist die Drahtschleife eingelegt. Diese liegt direct auf der Oberfläche der Eisenkugel. Ueber den oberen, etwas verjüngten Theil von S ist ein Holzring H_3 gelegt, durch den die Centrirung des Schleifenklotzes in der Spule gesichert wird. Die Theile H_1 und H_3 sind mit Messingösen versehen, sodass sie bequem aus der Spule herausgehoben werden können.

In Fig. 3 ist der Schleifenklotz perspectivisch, in Fig. 4 ein Theil desselben im Durchschnitt dargestellt. Von den dicht zusammenliegenden Schleifenenden e und e_1 führen die unmittelbar nebeneinander liegenden Drahtfortsätze in schmalen

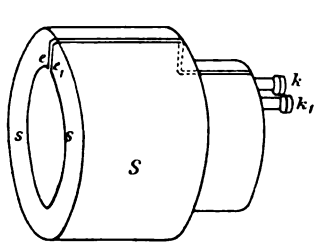


Fig. 3.

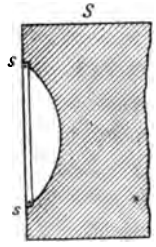


Fig. 4.

Fig. 5.

Nuten nach den Klemmschrauben k und k_1. Aus Fig. 4 ist die Art und Weise zu ersehen, in welcher der Scheibendraht $s\,s$ in den mit feiner Rinne versehenen Rand der kugelähnlichen Vertiefung eingelegt ist. Der Durchmesser des Drahtes ist dabei im Interesse der Deutlichkeit übertrieben gross dargestellt.

Das Befestigen des Schleifendrahtes in dem kreisförmigen Rande und den Längsnuten wurde mittels Leim vorgenommen. Diese Operation, namentlich die Befestigung in dem kreisförmigen Theile, war eine äusserst mühsame Arbeit, die wegen des oftmals sich wiederholenden Lossprungens des Drahtes die volle Geduld des die Arbeit ausführenden in Anspruch nahm. Nach dem Trocknen sind die Schleifendrähte zweimal mit Firniss überstrichen worden.

Um bei jeder Versuchsreihe die Inductionswirkung der

B auf eine der Schleifen bei Abwesenheit
beobachten, verwendete man die in Fig. 5
ung. Der Schleifenklotz S ruht dabei derart
chen Holzstück H_4, dass die Schleife selb
frei liegt. Für die Beobachtung werden
pule $B\,B$ gesetzt, sodass nach Entfernung
d der Unterlage H_2 (vgl. Fig. 2) der T
e von H_2 kommt. Die Höhe H_4 ist so
ei die Schleife sich in der Spulenmitte be
die Klemmen k und k_1 des Schleifenklot
leitung angeschlossen. Dieselbe enthält
egelgalvanometer G, einen Siemens'sche
n w und einem Quecksilbercommutator C_2.
des Spiegelgalvanometers ist die von
G. du Bois und Rubens[1]) angegeben.
ich in einem genügend grossen Abstand
odass Fernwirkungen der letzteren, sowie
sgeschlossen waren.
dem Einflusse der Temperatur auf die be
Frage kommenden Widerstände Rechnung

von Hrn. Dr. Haase ausgeführte Analyse des Zinks ergab einen Eisengehalt von 0,017 Proc. Danach wären im ganzen Spulenrahmen etwa 2 g Eisen vertheilt, eine Menge, die auf das Endergebniss schwerlich von nennenswerthem Einfluss sein dürfte.

Die Spulenwickelung ist aus 3 mm dickem mit gewachster Baumwolle doppelt umsponnenem Kupferdraht hergestellt. Der äussere Durchmesser des Zinkcylinders wurde an drei Stellen durch einen umgelegten Papierstreifen gemessen, ebenso der äussere Durchmesser der äusseren Windungslage. Die den Umfängen entsprechenden Längen bestimmte man mittels eines guten, in Millimeter getheilten Metallmaassstabes. Man fand auf diese Weise den Durchmesser für

$$\text{den Zinkcylinder} = 20{,}03 \text{ cm}$$
$$\text{die äussere Windungslage} = 22{,}68$$

Die Wickelung enthält vier Lagen, welche in der Reihenfolge von innen nach aussen genommen 226, 225, 222 und 221, im ganzen also 894 Windungen besitzen. Die Länge der Windungsschicht beträgt 79,24 cm.

Aus den Windungszahlen und den Dimensionen der Spule ergiebt sich, dass der Strom Eins ($cm^{1/2} g^{1/2} sec^{-1}$) in der Mitte der Spule ein Feld von 137,1 ($cm^{-1/2} g^{1/2} sec^{-1}$) Einheiten erzeugt.

Die Versuchsobjecte.

Zur Untersuchung gelangt sind zwei Kugeln. Die eine ist aus Schweisseisen, die andere aus Flusseisen hergestellt. Das Material verdanke ich dem freundlichen Entgegenkommen des Hrn. Kintzlé, Oberingenieur des Hüttenwerkes „Rothe Erde“ bei Aachen. Hr. Prof. Dr. Stahlschmidt hatte die Güte, die beiden Eisensorten in seinem Laboratorium auf ihre chemische Zusammensetzung untersuchen zu lassen. Die Analyse ergab

	für das Schweisseisen	das Flusseisen
Kohlenstoff	0,05 Proc.	0,090 Proc.
Phosphor	0,14	0,040
Silicium	0,10	0,004
Schwefel	0,02	0,040
Mangan	0,07	0,100
Eisen	99,62	99,726

Wie man sieht, sind die Verunreinigungen durch Phosphor und Silicium beim Flusseisen erheblich geringer als beim Schweisseisen. Es ist das eine Eigenschaft, welche das Flusseisen bekanntlich durch die Art seiner Herstellung erhält.

Die Bearbeitung der beiden Eisensorten lässt erkennen, dass das Flusseisen eine wesentlich gleichmässige Structur besitzt, während dagegen das Schweisseisen eine Menge kleiner Hohlräume enthält. Schon dieser Umstand allein schliesst eine Verwechselung der beiden gleich grossen Kugeln aus.

Beide Kugeln sind vor der Untersuchung ihres magnetischen Verhaltens ausgeglüht.

Die Durchmesser der Kugeln sind mittels eines stählernen Schiebmaasses mit Nonius nach verschiedenen Richtungen hin gemessen. Ihre Unterschiede liefern ein Maass für die Abweichung der Versuchskörper von der Kugelgestalt. Die Richtung im Eisen, welche der Längsrichtung der ursprünglichen Stange entspricht, aus der zunächst die rohen Stücke ausgeschnitten sind, möge als „die Richtung der Fasern" bezeichnet werden. Die Beobachtung, welche an den ausgeglühten Kugeln vorgenommen wurde, ergab folgende Durchmesser:

	Schweisseisenkugel	Flusseisenkugel
Parallel zu den Fasern	9,55 cm	9,53 cm
Senkrecht zu den Fasern	9,52	9,54
nach drei verschiedenen Richtungen	9,53	9,54
	9,54	9,54

Die erhaltenen Zahlen zeigen bei der Schweisseisenkugel eine grösste Abweichung von etwa 0,3 Proc.

Die Drahtschleifen.

Bei den Beobachtungen sind sechs Drahtschleifen von rund 2—9 cm Durchmesser verwendet. Der Draht, aus denen sie hergestellt wurden, besitzt, blank gemessen, einen Durchmesser von 0,23 mm. Die Schleifen sind in der Reihenfolge zunehmender Grösse mit I, II . . . VI bezeichnet. Ihre Durchmesser wurden mittels einer als Comparator eingerichteten Theilmaschine gemessen, deren Trommeltheile 0,01 mm entsprechen. Die Einstellung des Mikroskops erfolgte für jeden Durchmesser auf die beiden äusseren und inneren Grenzen

der Drahtbespinnung. Bei jeder Schleife wurde die Messung an drei verschiedenen Durchmessern vorgenommen. Es ergaben sich so folgende Werthe für die mittleren Durchmesser D. Die Zahlen unter q entsprechen den von den Schleifen umschlossenen Flächen.

Schleife	D	δ	q
I	1.957 cm	− 0,033 cm	3,007 cm²
II	2,975	− 0,035	6,953
III	4,439	+ 0,028	15,473
IV	5,825	− 0,023	27,570
V	7,396	± 0,013	42,961
VI	8,888	− 0,033	62,043

Unter δ ist für jede Schleife die grösste Abweichung eines beobachteten Werthes gegenüber dem Mittelwerthe D angegeben. Die Differenzen erreichen den nicht wünschenswerthen Betrag von 0,3 mm. Das Vorhandensein desselben findet seine Erklärung in der grossen Schwierigkeit, welche mit der Herstellung der Schleifen verbunden ist. Diese machte sich bei den kleinsten Schleifen am meisten bemerkbar. Sie sind infolge dessen am unvollkommensten ausgefallen.

Jede Schleife wurde besonders auf festes Anliegen an einer der Eisenkugeln untersucht. Bei I und II fand sich, dass dieses weniger sicher als bei den übrigen Schleifen war. Dieser Umstand, der sich bei I und II auch in den Werthen von δ kundgiebt, wird bei der Beurtheilung der Zuverlässigkeit, welche die für die Induction und die Magnetisirung mittels I und II gewonnenen Zahlen darbieten, zu berücksichtigen sein.

Der Widerstand der Secundärleitung.

Da der Widerstand der Secundärleitung, um einen ballistischen Ausschlag von passender Grösse zu erhalten, geändert wurde, auch der Temperatureinfluss auf denselben zu den verschiedenen Zeiten nicht der nämliche war, so musste eine Widerstandsmessung an der Secundärleitung vorgenommen werden. Der Gesammtwiderstand derselben setzt sich zusammen aus dem Widerstande des Spiegelgalvanometers, des Rheostaten, der Verbindungsdrähte und der Schleife.

Der Widerstand des Rheostaten (Nickelin) ist gegeben. Es handelt sich somit um die Messung der Summe der drei

Widerstände. Zu dem Zweck wurde
VI mit der übrigen Secundärleitung ve
netisirungsspule bei Abwesenheit der Eise
nd am Spiegelgalvanometer der beim Uml
2) eintretende ballistische Ausschlag auf
beobachtet. Ein Umlegen im entgegengese
len Scalentheil n_2. Es stellt dann $n =$
elten ballistischen Ausschlag dar. Letztere
g verwendet. Derselbe wurde erhalten als
en, welche dem viermaligen Umlegen von (
eren Sinne sowie den beiden Stellungen d
entsprechen. Für die Stromstärke 1,054
den

Rheostatenwiderstand	0 Ohm	$n = 101{,}7$
„	5 Ohm	$n = 57{,}3$

rmometerablesungen ergaben für die W
die Temperatur

des Spiegelgalvanometers zu	25,5°
der Schleife „	25,5°
im Widerstandskasten „	25,3°

Temperaturcorrectionen für die Widerstände zu haben, 1,002 Ohm auf die Verbindungsdrähte, 5,319 auf das Spiegelgalvanometer gerechnet.

Wie man zu dieser Eintheilung gelangt ist, mag übergangen werden, da sie nur genähert richtig zu sein braucht. Es sei in dieser Hinsicht uur noch Folgendes bemerkt. Am Spiegelgalvanometer waren die vier Spulen parallel geschaltet. Dem würde, da für jede Spule 20 Ohm nach den Angaben der Hrn. H. E. J. G. du Bois und Rubens[1]) vorgesehen sind, ein Galvanometerwiderstand von 5 Ohm entsprechen. Für die Verbindungsdrähte berechnet sich aus deren Gesammtlänge von 38,3 m und dem Durchmesser von 1 mm der Widerstand zu 0,883 Ohm bei 25,5°.

Der Umstand, dass die Widerstände der einzelnen Schleifen verschieden sind, ist bei der Berechnung der Endresultate (vgl. w. u.) berücksichtigt. Aus den gemessenen Längen der einzelnen Schleifendrähte und dem gemessenen Widerstande von VI ergiebt sich bei 25,2° für

Schleife I	0,121	Ohm
II	0,125	
III	0,135	
IV	0,144	
V	0,152	
VI	0,163	(direct gem.)

Die Messung des Inductionsflusses für verschiedene Kugelschnitte.

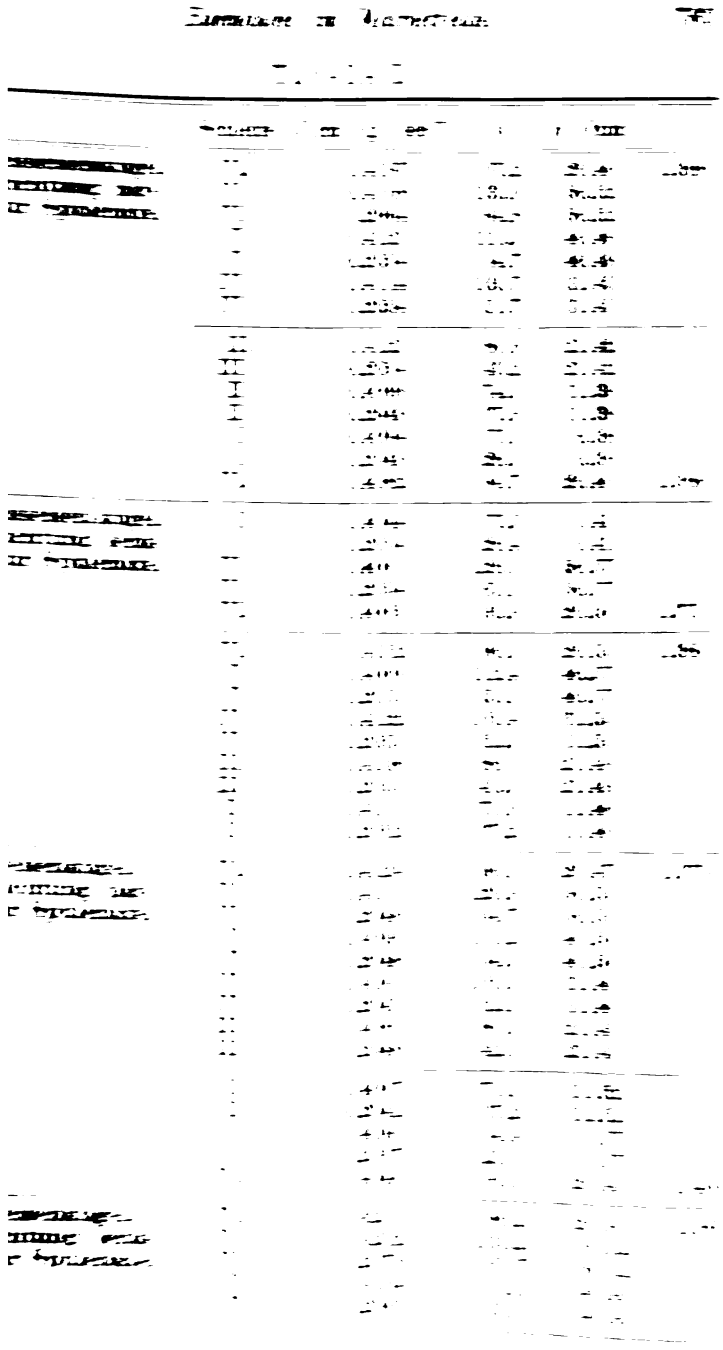
Die Messungen sind mittels der p. 753 u. f. beschriebenen Versuchsanordnung angestellt. Zur Verwendung gelangten Ströme von ca. 4, 2 und 0,6 Amp. Die Beobachtungen sind für zwei Stellungen der Versuchskugeln durchgeführt. In der einen war die Faserrichtung der Spulenaxe parallel, in der anderen senkrecht dazu. Bei Gelegenheit jeder auf einen halben Tag entfallenden Beobachtungsreihe ist auch die Inductionswirkung der Spule auf die grösste Schleife VI bei Abwesenheit der Eisenkugel ermittelt. Die ballistischen Ausschläge des Spiegelgalvanometers wurden, wie oben bereits erwähnt ist, für eine bestimmte Stellung des secundären Commutators C_2 unter vier-

1) l. c. p. 241.

Umlegen des primären Commutators (
ie Beobachtung bei umgelegtem Commutato
de. Im Folgenden mögen $L_1 R_1$ die beide
nären, $L_2 R_2$ diejenigen des secundären (
en. Beispielsweise ergaben sich folgende
wendung von Schleife V auf der Schwei
n Strom von 4,129 Amp.

Umlegen auf Stellung	L_1	L_2	R_1
			311,0
	198,0		
			311,0
	198,5		
Stellung		R_2	
			199,5
	312,0		
			200,0
	311,5		

n Zahlen lassen sich vier voneinander
für die doppelten Ausschläge ableiten. I
n



	Schleife	J ($cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$)	n	w
	IV	0,4121	106,1	
	IV	0,2054	52,4	
	III	0,4106	88,0	
	III	0,2049	43,6	
	II	0,4099	76,2	
	II	0,2044	38,1	
	I	0,4082	58,1	
	I	0,2044	28,9	
	VI_0	0,4074	95,9	
isseisenkugel.	VI_0	0,4095	152,0	
richtung par-	VI	0,05811	101,4	
ur Spulenaxe.	V	0,05803	70,4	
	IV	0,05799	117,7	
	III	0,05797	66,5	
	II	0,05793	30,9	
	I	0,05791	13,2	
isseisenkugel.	II	0,05779	30,4	
chtung senk-	III	0,05759	65,2	
ur Spulenaxe.	IV	0,05765	115,5	
	V	0,05761	70,5	
	VI	0,05765	100,4	
	VI	0,4024	149,7	
eisenkugel.	VI	0,05778	100,?	
chtung par-	V	0,0576?	?9,4	

Hieraus ergiebt sich

$$c = \frac{137{,}1 \,.\, J \,.\, q_{VI}}{n_0 \, w_0}.$$

Bei der Berechnung der in Tab. I für c angegebenen Werthe ist w_0 in Ohm ausgedrückt zur Verwendung gelangt.

Es sei nun bei Untersuchung einer Eisenkugel irgend eine Schleife, z. B. I, verwendet. Bezeichnet $\mathfrak{B}_I$ ($cm^{-1/2} g^{1/2} sec^{-1}$) den Mittelwerth der Induction, q_I die von I umschlossene Fläche, n_I den beim doppelten Umkehren des Stromes erhaltenen Ausschlag und w_I in Ohm den Widerstand der Secundärleitung, dann ist der Werth des Integralstromes für einfaches Schliessen oder Oeffnen gleich

$$c \,.\, n_I = \frac{\mathfrak{B}_I \, q_I}{w_I},$$

somit

$$\mathfrak{B}_I = c \cdot \frac{n_I \, w_I}{q_I}.$$

Ebenso wird

$$\mathfrak{B}_{II} = c \cdot \frac{n_{II} \, w_{II}}{q_{II}}$$

$$\mathfrak{B}_{III} = c \cdot \frac{n_{III} \, w_{III}}{q_{III}}$$

$$\mathfrak{B}_{VI} = c \cdot \frac{n_{VI} \, w_{VI}}{q_{VI}}.$$

In den Ausdrücken für $\mathfrak{B}_I$, $\mathfrak{B}_{II} \ldots \mathfrak{B}_{VI}$ sind die Verhältnisse

$$\frac{w_I}{w_0}, \quad \frac{w_{II}}{w_0} \ldots \frac{w_{VI}}{w_0}$$

als Factoren enthalten. Die Werthe der ersteren sind somit von der zu Grunde gelegten Widerstandseinheit unabhängig.

In Tab. II sind die so berechneten Mittelwerthe der Induction $\mathfrak{B}$ in der vierten Verticalreihe angeführt. Die erste Columne enthält die Angabe der benutzten Schleife, die zweite den Werth der Stromstärke in Dekampère, die dritte die Intensität des ursprünglichen Spulenfeldes. In der letzten Columne sind die den einzelnen Beobachtungen entsprechenden

der Magnetisirung $\mathfrak{J}$ angegeben. Die Berechnung erf Grund der bekannten Formeln

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H}_i + 4\pi\mathfrak{J},$$

$$\mathfrak{H}_i = \mathfrak{H}_e - \tfrac{4}{3}\pi\mathfrak{J},$$

$\mathfrak{H}_i$ die im Eisen vorhandene magnetische Kraft durch Elimination von $\mathfrak{H}_i$ ergiebt sich für die zahlen-Berechnung

$$\mathfrak{J} = \frac{3}{8\pi}(\mathfrak{B} - \mathfrak{H}_e).$$

Tabelle II.

Schleife	J $(cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1})$	$\mathfrak{H}_e$ $(cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1})$	$\mathfrak{B}$ $(cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1})$	$\mathfrak{J}$ $(cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1}$
VI	0,4168	57,16	168,2	13,26
	0,2064	28,31	81,96	6,404
	0,05811	7,970	23,28	1,827
V	0,4121	56,51	166,0	13,07
	0,2054	28,17	82,18	6,448
	0,05803	7,959	23,32	1,834
IV	0,4114	56,41	164,3	12,87

	Schleife	J ($cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1}$)	$\mathfrak{H}_e$ ($cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1}$)	$\mathfrak{B}$ ($cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1}$)	$\mathfrak{J}$ ($cm^{-1/2}g^{1/2}sec^{-1}$)
	II	0,4101	56,24	172,0	13,82
		0,2052	28,14	84,72	6,753
		0,05779	7,925	24,23	1,947
	I	0,4044	55,46	168,0	13,44
		0,2054	28,17	82,88	6,530
ısseisen-	VI	0,4102	56,25	163,2	12,77
el. Faser-		0,2048	28,08	81,38	6,362
ıng parall.		0,05759	7,898	23,07	1,812
Spulenaxe.	V	0,4093	56,14	164,6	12,95
		0,2048	28,08	81,37	6,360
		0,05765	7,906	22,91	1,791
	IV	0,4091	56,11	166,6	13,19
		0,2045	28,04	82,04	6,445
		0,05770	7,914	23,16	1,820
	III	0,4085	56,03	165,2	13,04
		0,2048	28,08	81,90	6,423
		0,05770	7,914	23,08	1,811
	II	0,4097	56,19	176,6	14,38
		0,2042	28,01	86,44	6,975
		0,05770	7,914	23,87	1,905
	I	0,4090	56,09	161,4	12,58
		0,2037	27,93	76,04	5,742
usseisen-	VI	0,4202	57,64	168,2	13,19
el. Faser-		0,2078	28,50	82,98	6,503
ung senkr.		0,05780	7,927	22,76	1,770
Spulenaxe.	V	0,4164	57,10	166,6	13,07
		0,2065	28,32	82,46	6,463
		0,05789	7,940	23,08	1,807
	IV	0,4121	56,52	165,4	12,10
		0,2054	28,17	81,62	6,380
		0,05792	7,943	23,38	1,843
	III	0,4106	56,31	166,5	13,16
		0,2049	28,10	82,55	6,499
		0,05797	7,951	24,43	1,848
	II	0,4099	56,21	171,0	13,70
		0,2044	28,03	85,49	6,859
		0,05815	7,974	24,38	1,958
	I	0,4082	55,98	169,1	13,50
		0,2044	28,03	83,99	6,680

Gelegentlich wurde untersucht, ob der magnetisirende Einfluss der erdmagnetischen Kraft einen merklichen Einfluss auf die für $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$ sich ergebenden Zahlen ausübe. Zu dem

Zweck wurde die Magnetisirungsspule mit darin befindlicher Schweisseisenkugel geneigt, sodass die Spulenaxe nahezu in die Inclinationsrichtung fiel. Es ergab sich dabei unter Verwendung von Schleife V

Spulenaxe	J	n	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$
vertical	0,2055	55,1	82,45	6,478
geneigt	0,2055	55,4	83,02	6,545

Bei den beiden Parallelversuchen war die Faserrichtung senkrecht zur Spulenaxe. Die erhaltenen Zahlen sprechen, da die Unterschiede sich durch Beobachtungsfehler erklären lassen, wohl gegen das Vorhandensein eines merklichen derartigen Einflusses.

Schlussfolgerungen.

Ein Blick auf die Zahlen der Tab. II zeigt bereits, dass für genähert gleiche Werthe der Stromstärke auch diejenigen von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$, welche mit den verschiedenen Schleifen erhalten wurden, genähert gleich sind. Diese sowie die sonstigen Beziehungen, die sich aus Tab. II ableiten lassen, treten deutlicher zu Tage, wenn man aus den Zahlen der Tab. II solche für ganz gleicheStromstärken berechnet. Dieses ist mittels linearer Interpolation geschehen. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Tab. III zusammengestellt. Die Zahlen derselben beziehen sich auf die den beobachteten Strömen nahe liegenden Werthe $J = 0{,}4100$, 0,2050, 0,05800 bez. die Feldintensitäten $\mathfrak{H}_e = 56{,}23$, 28,11, 7,954.

Tabelle III.

Schleife	J = 0,4100 $\mathfrak{H}_e$ = 56,23		J = 0,2050 $\mathfrak{H}_e$ = 28,11		J = 0,05800 $\mathfrak{H}_e$ = 7,954	
	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$
Schweisseisenkugel. Faserrichtung parallel zur Spulenaxe.						
VI	165,4	13,03	81,38	6,359	23,23	1,824
V	165,2	13,00	82,03	6,436	23,31	1,833
IV	163,7	12,83	81,74	6,401	23,73	1,883
III	165,4	13,04	82,75	6,522	23,86	1,898
II	170,2	13,61	85,47	6,847	24,69	1,997
I	167,9	13,33	83,30	6,587	24,28	1,949

Schleife	$J = 0{,}4100$ $\mathfrak{H}_e = 56{,}23$		$J = 0{,}2050$ $\mathfrak{H}_e = 28{,}11$		$J = 0{,}05800$ $\mathfrak{H}_e = 7{,}954$	
	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$
Schweisseisenkugel. Faserrichtung senkrecht zur Spulenaxe.						
VI	163,4	12,80	81,16	6,331	23,12	1,810
V	166,9	13,21	82,24	6,461	23,43	1,847
IV	165,4	13,03	82,63	6,523	23,44	1,848
III	168,3	13,38	83,16	6,571	23,57	1,864
II	171,9	13,81	84,63	6,747	24,32	1,954
I	170,4	13,63	82,70	6,515		
Flusseisenkugel. Faserrichtung parallel zur Spulenaxe.						
VI	163,2	12,76	81,47	6,369	23,24	1,824
V	164,9	12,97	81,46	6,368	23,05	1,802
IV	167,0	13,22	82,26	6,463	23,28	1,829
III	165,9	13,08	81,99	6,431	23,20	1,820
II	176,8	14,39	86,79	7,004	24,00	1,915
I	161,8	12,60	76,59	5,786		
Flusseisenkugel. Faserrichtung senkrecht zur Spulenaxe.						
VI	164,1	12,87	81,85	6,415	22,84	1,776
V	164,1	12,87	81,87	6,416	23,12	1,810
IV	165,7	13,09	82,39	6,487	24,46	1,850
III	166,3	13,14	82,60	6,503	24,44	1,849
II	171,1	13,71	85,76	6,880	24,32	1,954
I	169,8	13,56	84,26	6,701		

Verfolgt man die Reihe der Werthe von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$ für eine der Kugeln bei bestimmter Faserrichtung, so erkennt man, dass bei bestimmtem Felde die mittels der verschiedenen Schleifen erhaltenen Werthe so nahe miteinander übereinstimmen, als man nach den Versuchen etwa erwarten kann. Die grösseren Abweichungen, welche die mit den Schleifen I und II erhaltenen Zahlen aufweisen, sind wahrscheinlich wesentlich Folge der geringeren Vollkommenheit dieser Schleifen (vgl. oben p. 759).

Eine merkliche Beeinflussung der Werthe von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$ durch die Verschiedenheit der Faserrichtung gegen die Spulenaxe oder infolge der Materialverschiedenheit ist aus den erhaltenen Zahlen nicht zu ersehen. Die einander entsprechenden Werthreihen unter $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$ erweisen sich für Schweiss- und Flusseisen als im ganzen übereinstimmend, mag die Faserrichtung der Spulenaxe parallel oder senkrecht zu derselben sein. Man erkennt das noch deutlicher an den folgenden

welche die Mittelwerthe von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$ dars
nwendung der Schleifen I und II erhalten
da sie als weniger sicher anzusehen sin
ng der Mittel nicht verwendet.

	$J = 0{,}4100$ $\mathfrak{H}_e = 56{,}23$		$J = 0{,}2050$ $\mathfrak{H}_e = 28{,}11$	
	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{J}$
weisseisenkugel.				
rallel zur Spulenaxe	164,9	12,98	81,98	6,429
nkrecht zur Spulenaxe	166,0	13,11	82,30	6,471
lusseisenkugel.				
rallel zur Spulenaxe	165,2	13,01	81,55	6,408
nkrecht zur Spulenaxe	165,0	12,99	82,18	6,455

er Berücksichtigung der Versuchsfehler
tehenden mitgetheilten Ergebnisse, *dass b*
n Felde befindlichen Kugel aus weichem Eis
Inductionslinien aus der Luft in das Eisen
mit der Theorie einer homogenen Magne
tsprechend erfolgt.

dem Umstande, dass bei Schweiss- und

Werthe von $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_e}$

$\mathfrak{H}_e$	Schwedeisenkugel		Flusseisenkugel	
	Faser		Faser	
	parallel Spulenaxe	senkrecht Spulenaxe	parallel Spulenaxe	senkrecht Spulenaxe
56.23	2.953	2.952	2.955	2.955
28.11	2.947	2.937	2.901	2.923
7.954	2.956	2.949	2.914	2.951

Da für die Kugel

$$\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_e} = \frac{3\,u}{u-2}$$

und für geringe Sättigungsgrade u gegen 2 gross ist, so muss das genannte Verhältniss nahezu gleich 3 sein. Dem entsprechen in der That die Zahlen der letzten Tabelle.

Aus Tab. III sind ferner die Werthe des Verhältnisses der Magnetisirung zur Intensität des Spulenfeldes gleich $\mathfrak{J}:\mathfrak{H}_e$ berechnet. Es ergeben sich dafür folgende Zahlen.

Werthe von $\frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{H}_e}$

$\mathfrak{H}_e$	Schwedeisenkugel		Flusseisenkugel	
	Faser		Faser	
	parallel Spulenaxe	senkrecht Spulenaxe	parallel Spulenaxe	senkrecht Spulenaxe
56.23	0.2306	0.2331	0.2314	0.2311
28.11	0.2297	0.2302	0.2279	0.2294
7.954	0.2336	0.2314	0.2287	0.2299
Mittelw. =	0.2311	0.2316	0.2288	0.2299

Hiernach ist $\mathfrak{J}:\mathfrak{H}_e$ innerhalb der Versuchsgrenzen für beide Kugeln nahezu constant. Als Gesammtmittel erhält man für die

Schwedeisenkugel 0.2314
Flusseisenkugel 0.2298

Das Verhältniss $\mathfrak{J}:\mathfrak{H}_e$ ist bereits früher von Hrn. Riecke[1] auf Grund von Versuchen, die von ihm selbst, ferner von v. Quintus Icilius, Oberbeck und Stoletow angestellt wurden, berechnet. Riecke nennt die Grösse $\mathfrak{J}:\mathfrak{H}_e$ die Magnetisirungsfunction der Einheitskugel und bezeichnet dieselbe

1) Riecke. Pogg. Ann. **149**. p. 488. 1873.

Buchstaben p. Derselbe findet[1]), dass p
netisirenden Kraft von 0,8 ($cm^{-1/2} g^{1/2} sec^{-}$
Proc. als constant zu betrachten ist für
ten, für welche die Berechnung von ihm d
Mittel erhält Riecke für p den Werth 0
er hat Hr. Fromme[2]) die nämliche Grösse
netisirende Kräfte von 20,8—51,2 bestimm
sind das Ergebnisse, welche sich mit de
en in sehr naher Uebereinstimmung befin
die Frage nach der Magnetisirung einer
genen Felde gibt die Theorie bestimmte A
mit den Versuchsergebnissen in Ueberei
n Cylinder von endlicher Länge ist die An
e. Bei Gelegenheit früherer Versuche[4])
ssfolgerung gelangt, dass unter gewissen V
heilung der Magnetisirung in Cylindern b
gsgrade eine sehr ungleichmässige sein m
peripherischen Theile erheblich stärker als
rt sind. Einstweilen habe ich keine Ve
sicht fallen zu lassen.

bei Werthen der Intensität des ursprüngli

13. *Entgegnung auf die wärmetheoretischen Betrachtungen des Hrn. E. Zermelo; von Ludwig Boltzmann.*

Schon Clausius, Maxwell u. A. haben wiederholt darauf hingewiesen, dass die Lehrsätze der Gastheorie den Charakter statistischer Wahrheiten haben. Ich habe besonders oft und so deutlich als mir möglich war betont [1]), dass das Maxwell'sche Gesetz der Geschwindigkeitsvertheilung unter Gasmolecülen keineswegs wie ein Lehrsatz der gewöhnlichen Mechanik aus den Bewegungsgleichungen allein bewiesen werden kann, dass man vielmehr nur beweisen kann, dass dasselbe weitaus die grösste Wahrscheinlichkeit hat und bei einer grossen Anzahl von Molecülen alle übrigen Zustände damit verglichen so unwahrscheinlich sind, dass sie praktisch nicht in Betracht kommen. An derselben Stelle habe ich auch betont, dass der zweite Hauptsatz vom moleculartheoretischen Standpunkte ein blosser Wahrscheinlichkeitssatz ist. Die Abhandlung des Hrn. Zermelo „Ueber einen Satz der Dynamik und die mechanische Wärmetheorie“ [2]) zeigt nun zwar, dass meine betreffenden Arbeiten trotzdem nicht verstanden worden sind, demungeachtet muss ich mich über diese Abhandlung freuen, als über den ersten Beweis, dass diesen Arbeiten in Deutschland überhaupt Aufmerksamkeit geschenkt wird.

Der von Hrn. Zermelo zu Anfang auseinander gesetzte Satz Poincaré's ist selbstverständlich richtig, aber dessen Anwendung auf die Wärmetheorie ist es nicht.

Ich habe den Beweis des Maxwell'schen Geschwindigkeitsvertheilungsgesetzes aus dem Satze abgeleitet, dass nach den Wahrscheinlichkeitssgesetzen eine gewisse Grösse H (gewissermaassen das Maass des Grades der Abweichung des herrschenden Zustandes vom Maxwell'schen) für ein in einem

1) L. Boltzmann, Wien. Sitzungsber. II **75.** p. 67. 1877; **76.** p. 373. 1877; **78.** p. 740. 1878. „Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie“, Rede gehalten am 29. Mai 1886, Almanach d. Wien. Akad. Nature **51.** p. 413, 28. Febr. 1895; Vorlesung über Gastheorie p. 42. 1895, Leipzig bei J. A. Barth.

2) Zermelo, Wied. Ann. **57.** p. 485. 1896.

Umlegen des primären Commutators C_1 ermittelt, ie Beobachtung bei umgelegtem Commutator C_2 wieder- de. Im Folgenden mögen L_1 R_1 die beiden Stellungen nären, L_2 R_2 diejenigen des secundären Commutators en. Beispielsweise ergaben sich folgende Scalentheile wendung von Schleife V auf der Schweisseisenkugel n Strom von 4,129 Amp.

Umlegen auf Stellung	L_1	L_2	R_1
			311,0
	198,0		
			311,0
	198,5		
Stellung		R_2	
			199,5
	312,0		
			200,0
	311,5		

n Zahlen lassen sich vier voneinander unabhängige für die doppelten Ausschläge ableiten. Im Mittel er-

für L_1 112,75

Tabelle I.

	Schleife	J (cm$^{\frac{1}{2}}$ g$^{\frac{1}{2}}$ sec^{-1})	n	w (Ohm)	c
Schweisseisenkugel. Faserrichtung parallel zur Spulenaxe.	VI_0	0,4197	97,2	26,46	1,388
	VI	0,4168	133,0	56,52	
	VI	0,2064	64,8	56,52	
	V	0,4121	110,5	46,49	
	V	0,2054	54,7	46,49	
	IV	0,4114	103,7	31,45	
	IV	0,2054	51,7	31,45	
	III	0,4121	86,6	21,42	
	III	0,2054	43,2	21,42	
	II	0,4099	74,9	11,39	
	II	0,2049	37,6	11,39	
	I	0,4094	57,0	6,38	
	I	0,2049	28,3	6,38	
	VI_0	0,4082	94,7	26,46	1,386
Schweisseisenkugel. Faserrichtung senkrecht zur Spulenaxe.	I	0,4044	57,5	6,41	
	I	0,2054	28,4	6,41	
	VI	0,4001	128,0	56,57	
	VI	0,2054	65,1	56,57	
	VI_0	0,4005	93,9	26,50	1,370
	VI_0	0,4152	96,5	26,53	1,380
	V	0,4009	112,4	46,57	
	V	0,2055	55,1	46,57	
	IV	0,4122	105,4	31,53	
	IV	0,2055	52,5	31,53	
	III	0,4108	88,0	21,49	
	III	0,2055	43,5	21,49	
	II	0,4101	75,6	11,46	
	II	0,2052	37,2	11,46	
Flusseisenkugel. Faserrichtung parallel zur Spulenaxe.	VI_0	0,4124	96,1	26,47	1,379
	VI	0,4101	129,9	56,53	
	VI	0,2048	64,7	56,53	
	V	0,4093	110,2	46,50	
	V	0,2048	54,5	46,50	
	IV	0,4091	105,9	31,46	
	IV	0,2045	52,1	31,46	
	III	0,4085	86,5	21,43	
	III	0,2048	42,9	21,43	
	II	0,4097	76,1	11,52	
	II	0,2042	37,2	11,52	
	I	0,4090	54,4	6,37	
	I	0,2037	25,6	6,37	
	VI_0	0,4048	93,0	26,45	1,400
Flusseisenkugel. Faserrichtung senkrecht zur Spulenaxe.	VI_0	0,4233	98,2	26,46	1,385
	VI	0,4202	133,2	56,52	
	VI	0,2078	65,7	56,52	
	V	0,4164	111,1	46,49	
	V	0,2065	55,0	46,49	

Geschwindigkeitsvertheilung abweichenden nur verschwindend klein ist. [1])

Für das erste Molecül ist jeder Ort im Raume und für Geschwindigkeitscomponente dessen erste jede mit dem Energieprincipe verträgliche Grösse gleich wahrscheinlich.

Combinirt man aber alle Zustände aller Molecüle, so erhält man in den weitaus meisten Fällen mit grosser Annäherung das Maxwell'sche Geschwindigkeitsvertheilungsgesetz. Nur ganz wenige Combinationen geben eine total davon abweichende Zustandsvertheilung.

Ein Analogon hierfür bietet die Theorie der Methode der kleinsten Quadrate, wo für jeden Elementarfehler ein positiver oder ein gleicher negativer Werth als gleich wahrscheinlich angenommen und dann bewiesen wird, dass wenn man alle möglichen Werthe der Elementarfehler in allen möglichen Weisen combinirt, bei der grössten Mehrzahl der Combinationen das Gauss'sche Fehlergesetz herauskommt und nur bei verhältnissmässig verschwindend wenigen Combinationen bedeutende Abweichungen davon eintreten, welche also nicht unmöglich, aber unendlich unwahrscheinlich sind.

Ein noch einfacheres Beispiel bietet das Würfelspiel. Bei 6000 Würfen mit demselben Würfel wird man beiläufig 1000 Einser-, 1000 Zweierwürfe etc. machen; aber keineswegs deshalb, weil die gerade zufällig eingetretene Reihenfolge der Würfe wahrscheinlicher wäre, als eine Reihe von 6000 Einserwürfen, sondern bloss, weil weit mehr mögliche Combinationen auf eine nahe gleiche Zahl von Einserwürfen, Zweierwürfen etc., als auf lauter Einserwürfe führen.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung führt daher, wie längst bekannt, ebenfalls zu dem Resultate, dass eine Wiederkehr des ursprünglichen Zustandes durchaus nicht mathematisch ausgeschlossen ist, ja dass dieselbe sogar zu erwarten ist, wenn die Zeit der Bewegung genügend lange ausgedehnt wird, da die Wahrscheinlichkeit eines dem Anfangszustande sehr nahe liegenden Zustandes sehr klein, aber nicht unendlich klein ist. Die Consequenz des Poincaré'schen Satzes, dass

1) Ueber das, was hierbei unter gleich möglichen Zuständen zu verstehen ist, vgl. meine eingangs citirten Abhandlungen.

abgesehen von wenigen singulären Zustandsvertheilungen ein dem Anfangszustande sehr naher Zustand nach einer, wenn auch sehr langen Zeit immer wiederkehren muss, steht daher in vollstem Einklange mit meinen Lehrsätzen.

Nun der Schluss, dass an den mechanischen Grundanschauungen irgend etwas geändert oder diese gar aufgegeben werden müssten, darf daraus nicht gezogen werden. Dieser Schluss wäre nur berechtigt, wenn sich aus den mechanischen Grundanschauungen irgend eine mit der Erfahrung in Widerspruch stehende Consequenz ergäbe. Dies wäre aber nur der Fall, wenn Hr. Zermelo beweisen könnte, dass die Zeitdauer dieser Periode, innerhalb welcher der alte Zustand des Gases nach dem Poincaré'schen Satze eintreten muss, eine beobachtbare Länge hat. Es dürfte nun zwar schon a priori evident sein, dass, wenn etwa eine Trillion winziger Kugeln, jede mit einer grossen Geschwindigkeit begabt, zu Anfang der Zeit in einer Ecke eines Gefässes mit absolut elastischen Wänden beisammen waren, sich dieselben in in kurzer Zeit ziemlich gleichmässig im Gefässe vertheilen werden, und dass die Zeit, wo sich alle ihre Stösse so compensirt haben, dass sie alle wieder in derselben Ecke zusammenkommen, so gross sein muss, dass sie niemand zu erleben im Stande ist. Zum Ueberflusse ergiebt die im Anhange beigefügte Rechnung für diese Zeit einen Betrag, dessen enorme Grösse wahrhaft beruhigend ist. So wenig nun die im Anhange gegebene Rechnung irgend einen Anspruch auf Genauigkeit machen kann, so zeigt dieselbe doch, dass aus dem Poincaré'schen Satze jedenfalls nicht bewiesen werden kann, dass die theoretische Existenz einer Periode, nach welcher derselbe Zustand des Gases wiederkehrt, irgend einen Widerspruch mit der Erfahrung involvire, da die Länge dieser Periode jeder Beobachtbarkeit spottet. Die Zustände, die wir beobachten, aber fallen ja alle in die Zwischenzeit zwischen den Anfang und das Ende der Periode, wo der Poincaré'sche Satz Zustände, die sich im beliebigen Grade den Maxwell'schen nähern, nicht ausschliesst.

Der Zermelo'sche Fall ist daher nur einer jener vielen Fälle (und zwar ein gegen die Gastheorie besonders wenig beweisender), wo ein theoretisch nur sehr unwahrscheinlicher

praktisch als niemals eintretend betrachtet werden
o müssen z. B. selbst bei gewöhnlicher Temperatur
gase einzelne Molecüle mit grosser Geschwindigkeit
en und selbst zu Dreien aufeinander stossen. Das-
ıss sich also auch bei gewöhnlicher Temperatur in
erwandeln.

ein anderes Beispiel zu geben, ist der Fall, dass in
ase während einer Secunde kein Molecül auf einen
von bestimmter Grösse stösst, nur sehr unwahrschein-
t unmöglich.

Zeit, wie lange man warten müsste, bis im Knallgase
hnlicher Temperatur eine messbare Wassermenge ent-
er bis ein nicht allzu kleiner Stempel während einer
einen messbar kleinern Druck als den durchschnitt-
asdruck erfährt, sind bei weitem nicht so lange, als
nelo'sche Periode, aber doch ausreichend lang, um
bachtbarkeit auszuschliessen. Ein Argument gegen
heorie könnte aus solchen Betrachtungen nur dann
t werden, wenn derartige Erscheinungen in Fällen
en, wo sie nach der Rechnung in beobachtbaren
intreten müssten. Dies scheint aber nicht der Fall

Mit dem Vorgebrachten hängt nach meinen Ausführungen an den Eingangs citirten Stellen der 2. Hauptsatz auf's Innigste zusammen. Auch er ist nach den molecular-theoretischen Anschauungen lediglich ein Wahrscheinlichkeitssatz. Nach diesen Anschauungen kann nicht aus den Bewegungsgleichungen bewiesen werden, dass sich alle Erscheinungen immer in einem bestimmten Sinne abspielen müssten. Bei allen Erscheinungen, wo nur sichtbare Bewegungen vorkommen, wo sich also die Körper bloss als Ganzes bewegen, muss jeder Bewegungssinn gleichberechtigt sein. Wo dagegen die Bewegung auf eine sehr grosse Anzahl sehr kleiner Molecüle übergeht, dürfen wir, abgesehen von verschwindend wenigen Fällen, die um so weniger zur Beobachtung gelangen können, je mehr Molecüle in's Spiel kommen, den Uebergang von einem unwahrscheinlichen zu einem wahrscheinlicheren Zustande, also immerwährende Veränderungen in einem bestimmten Sinne erwarten, wie in einem Gase den Eintritt der Maxwell'schen Zustandsvertheilung. Wenn dagegen die Bewegungen einzelner Molecüle in Frage kämen, wäre dies nicht mehr zu erwarten.

Der erste und zweite Fall bestätigen sich in der Erfahrung: der dritte Fall wurde noch niemals realisirt. Seine Möglichkeit ist daher nicht bewiesen, aber auch nicht widerlegt. Namhafte Forscher, z. B. Helmholtz[1]), glaubten an dieselbe und wie ich in meinem Buche über Gastheorie nachzuweisen suchte[2]), wird die Ansicht, dass der zweite Hauptsatz ein blosser Wahrscheinlichkeitssatz sei, durch die Thatsachen nicht nur nicht widerlegt, sondern dieselben schliessen sich dieser Ansicht sogar besonders gut an. Auch Gibbs[3]) gelangt aus rein empirischen Thatsachen zu folgendem Schlusse: „The impossibility of an incompensated decrease of entropy seems to be reduced to an improbability."

Wir kommen also zu folgendem Resultate: Wenn man die Wärme als eine Bewegung von Molecülen auffasst, welche gemäss den allgemeinen Gleichungen der Mechanik stattfindet

1) Berl. Ber. **17.** p. 172. 1884; ebend. p. 34. Febr. 1882.

2) l. c. p. 61.

3) Gibbs, Conn. acad. trans. **3.** p. 229. 1875; Ostwald's deutsche Ausgabe p. 198.

immt, dass sich der Complex von Körpern, den wir
men, jetzt gerade in einem sehr unwahrscheinlichen
befindet, so ergiebt sich ein Satz, welcher für alle
eobachteten Erscheinungen mit dem zweiten Haupt-
ereinstimmt.

lich sobald man Körper von so kleinen Dimensionen
et, dass dieselben nur mehr wenige Molecüle enthalten,
Gültigkeit dieses Satzes aufhören. Da aber über
alten so kleiner Körper keinerlei Versuche vorliegen,
rspricht diese Annahme keiner bisherigen Erfah-
, gewisse mit sehr kleinen, in Gasen befindlichen
vorgenommene Versuche sprechen eher zu ihren
, wenn man auch noch weit davon entfernt ist,
n experimentellen Beweise ihre Richtigkeit sprechen
n.

h wenn die in Frage kommenden Körper sehr viele
enthalten, müssen noch immer enorm kleine Ab-
en von diesem Satze eintreten, da die Zahl der
nicht unendlich ist. Allein diese Abweichungen
nur in so langen Zeiträumen sich bis zu einem be-
ren Werthe summiren, dass auch diese Consequen-

Die Gastheorie ist nicht zu verwechseln mit der Kraftntratheorie, d. h. mit der Hypothese, dass sich alle Naturscheinungen durch Centralkräfte zwischen materiellen Punkten klären lassen, da die Gastheorie weder die Voraussetzung ıcht, dass sich das Verhalten des Lichtäthers, noch dass :h die innere Beschaffenheit der Molecüle durch Kraftcentra klären lässt, sondern bloss, dass für die Wechselwirkung ·eier Molecüle während der Zusammenstösse mit einer für die ·klärung der Wärmeerscheinungen genügenden Annäherung e Lagrange'schen Bewegungsgleichungen gelten.

Gegen diese letztere Kraftcentratheorie könnte noch eine ınsequenz des Poincaré'schen Satzes bezüglich des Verıltens des ganzen Universums ins Feld geführt werden. Man nnte sagen, dass nach dem Poincaré'schen Satze auch s ganze Universum nach genügend langer Zeit in seinen ıfangszustand zurückkehren müsste und daher Zeiten kommen ıssten, wo sich alle Vorgänge im entgegengesetzten Sinne e jetzt abspielen. Allein derartige Schlüsse scheinen mir ler Berechtigung zu entbehren. Wie sollen wir, sobald wir ɜ Sphäre des Beobachtbaren verlassen, entscheiden, ob die ıistenzdauer des Universums oder die Anzahl der Kraftıtra, welche es enthält, unendlich gross höherer Ordnung ist? ıch wird dann die Annahme, dass der Bewegungsraum d der gesammte Energieinhalt endlich sind, fraglich. Es ırt ja auch die Annahme der unbedingten Gültigkeit des ·eversibilitätsprincips bei Anwendung auf das Universum ter Voraussetzung einer unendlich langen Dauer desselben kanntlich zu der kaum mehr verlockenden Consequenz, dass, nn sich alle irreversiblen Processe abgespielt haben, das ıiversum noch unendlich lange Zeit ohne jedes Geschehen texistiren oder wegen Mangels an Geschehen allmählich ·schwinden muss. So wenig es nun berechtigt wäre, hieraus f die Unrichtigkeit des Irreversibilitätsprincips Schlüsse zu hen, so wenig beweist der gleiche Fall etwas gegen die omistik.

Alle gegen die mechanische Naturanschauung erhobenen ınwände sind daher gegenstandslos und beruhen auf Irrımern. Wer aber die Schwierigkeiten, welche die klare Ersung der gastheoretischen Sätze bietet, nicht zu überwinden

der sollte in der That dem Rathe Hrn. Zermelo's
d sich entschliessen, dieselbe ganz aufzugeben.

Anhang.

setzen ein Gefäss von 1 ccm Rauminhalt voraus.
ll sich Luft von gewöhnlicher Dichte, also rund eine
n) Molecüle befinden. Die Geschwindigkeit eines jeden
gs 500 m pro Secunde. Der mittlere Abstand der
weier Nachbarmolecüle ist also etwa 10^{-6} cm.

construiren nun um den Mittelpunkt jedes Molecüls
ürfel von 10^{-7} cm Seitenlänge, welchen wir den An-
m des betreffenden Molecüls nennen. Wir zeichnen
as Geschwindigkeitsdiagramm, indem wir die Ge-
gkeit jedes Molecüls vom Coordinatenursprunge aus
se und Richtung auftragen. Der Endpunkt dieser
heisse der Geschwindigkeitspunkt des betreffenden
. Hierauf theilen wir den ganzen unendlichen Raum
Würfel von 1 m Seitenlänge, welche wir die Elementar-
ennen. Denjenigen Elementarwürfel, in welchem sich
hwindigkeitspunkt eines Molecüls zu Anfang der Zeit
nennen wir den Anfangsraum seines Geschwindigkeits-

die Geschwindigkeitspunkte alle möglichen (N) Combinationen von Elementarwürfeln durchlaufen haben.

Das erste Molecül kann alle Geschwindigkeiten von Null bis $(500 \cdot 10^9 = a)$ m/sec annehmen. Hat es die Geschwindigkeit $v_1 \times$ m/sec, so kann das zweite noch alle Geschwindigkeiten von Null bis $\sqrt{a^2 - v_1^2}$ m/sec annehmen etc.

Die Anzahl aller möglichen Combinationen, aller Geschwindigkeitspunkte in die verschiedenen Elementarwürfel ist also:

$$N = (4\pi)^{n-1} \int_0^a v_1^2 \, dv_1 \int_0^{\sqrt{a^2 - v_1^2}} v_2^2 \, dv_2 \cdots \int_0^{\sqrt{a^2 - v_1^2 \cdots v_{n-2}^2}} v_{n-1}^2 \, d \cdot v_{n-1}$$

$$= \frac{\pi^{\frac{3n-3}{2}} a^{3(n-1)}}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots [3(n-1)/2]}$$

oder

$$\frac{2 \cdot (2\pi)^{\frac{3n-4}{2}} a^{3(n-1)}}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots 3(n-1)},$$

je nachdem n ungerade oder gerade ist.

Da jede dieser Combinationen durchschnittlich nach $1/b$ Secunde wechselt, so werden sie alle in N/b Secunden durchlaufen sein. Nach dieser Zeit also müssten alle Molecüle bis auf eines das erlangt haben, was wir ihren ursprünglichen Geschwindigkeitszustand nannten. Dabei ist noch die Geschwindigkeitsrichtung dieses letzten Molecüls gar nicht beschränkt, ebenso wenig die Lage des Mittelpunktes irgend eines Molecüls. Damit aber der Zustand wieder der alte würde, müsste auch der Mittelpunkt jedes Molecüls wieder in seinen Anfangsraum zurückkehren, also die obige Zahl noch mit einer zweiten von ähnlicher Grössenordnung multiplicirt werden.

Wie gross aber schon die Zahl N/b ist, davon erhält man einen Begriff, wenn man bedenkt, dass sie viele Trillionen Stellen hat. Wenn dagegen um jeden mit dem besten Fernrohr sichtbaren Fixstern so viele Planeten, wie um die Sonne kreisten, wenn auf jedem dieser Planeten so viele Menschen wie auf der Erde wären und jeder dieser Menschen eine Trillion Jahre lebte, so hätte die Zahl der Secunden, welche alle zusammen erleben, noch lange nicht funfzig Stellen.

en hingegen die Gasmolecüle anfangs im Gefässe gleichmässig vertheilt, hätten aber alle genau die- schwindigkeit, so würde sich schon nach einhundert- Secunde sehr nahe die Maxwell'sche Geschwindig- eilung hergestellt haben. Die Vergleichung dieser igt einerseits, einen wie kleinen Bruchtheil der Zahl lichen Zustandsvertheilungen diejenigen bilden, welche Maxwell'schen erheblich abweichen, andererseits wie solche Sätze, welche theoretisch nur den Charakter rscheinlichkeitssätzen haben, praktisch mit Natur- gleichbedeutend sind.

n, den 20. März 1896.

14. *Versuche über die Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung; von Karl L. Schaefer.*

Wiederholt und auf verschiedenen Wegen hat man versucht, Schallintensitäten zu messen. Es sind zu diesem Zweck mechanische, optische, akustische und electrische Methoden zur Anwendung gekommen. Allein die Mehrzahl der Autoren hat sich, falls es nicht überhaupt bei der Erledigung von Vorfragen blieb, damit begnügt, die Intensität der Schallquelle selbst zu untersuchen. Ueber die Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung liegen nur von zwei Autoren Experimente vor, nämlich von Vierordt[1]) und Wien.[2])

Vierordt hat ausschliesslich mit Gewichten operirt, welche aus verschiedenen Höhen auf Platten fielen. Er fand für die Intensität des so erzeugten Schalles ein „allgemeines Schallmaass", ausgedrückt durch die Formel $J = p \,.\, h^{\varepsilon}$, worin p das Fallgewicht, h die Fallhöhe und ε ein constanter Exponent ist. Mit Hülfe dieser Formel gelangte er dann zu dem Gesetz, dass der Schall im linearen Verhältniss mit der Entfernung abnimmt. Entfernte er sich nämlich von der Schallquelle so weit, dass sie nur eben noch gehört werden konnte und betrug dabei der Abstand des Ohres von derselben n Längenmaasseinheiten, so musste bei einem Abstand von $2\,n$ die Intensität verdoppelt werden, um die Schwellenempfindung auszulösen. Wurde umgekehrt die Intensität etwa verdreifacht, so stieg auch der zugehörige Schwellenabstand auf $3\,n$ etc. Hiernach würde also der Schall — wofür Vierordt auch Zahlenbeispiele bringt — bei seiner fortschreitenden Ausbreitung immer für jede Längeneinheit das gleiche Quantum Intensität einbüssen.

1) Karl Vierordt, Zeitschr. f. Biologie. **14.** p. 300; **17.** p. 361; **18.** p. 383 und 397; **19.** p. 101; Wied. Ann. **18.** p. 471. 1883; **19.** p. 207. 1884; **21.** p. 509; Die Schall- und Tonstärke und das Schallleitungsvermögen d. Körper, hrsgegeb. von H. v. Vierordt, Tübingen 1885. Vgl. ferner W. Preyer, Wiss. Briefe von G. Th. Fechner und W. Preyer. Hamburg u. Leipzig 1890. p. 169 ff.; W. Wundt, Ueber Schallstärkemessung. Wied. Ann. **18.** p. 695. 1883.

2) Max Wien, Ueber die Messung der Tonstärke. Wied. Ann. **36.** p. 834. 1889.

en untersuchte die Abnahme der Schallstär
ng mittels Amplitudenbestimmungen. E
en Ganzen das bisher allgemein und ohn
ig angenommene Gesetz, dass die Sch
vie die des Lichtes mit dem Quadrat der
, fand jedoch, dass die Abnahme „infolge vo
nden" etwas schneller stattfinde, als es h
sollte.

le Autoren gelangen also zu einander durc
den Resultaten, weshalb eine neue Bearl
physiologische, wie für die physikalische Ak
Themas wünschenswerth erschien.

ging davon aus, folgende Aufgabe zu st
ien zwei Schallquellen von genau gleicher
heit aber verschiedener
Die Hörweite — derjenig
in welchem das Ohr eb
Ton hört — der einen s
die der anderen gleich d_1,
Dann muss einem beliebig

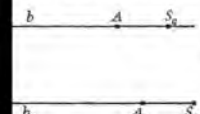


Fig. 1.

ke d ein bestimmter Punkt A_1 der Strec

$AS_0 = d - b$, bez. $A_1 S_1 = d_1 - b_1$ ist) $d - b = d_1 - b_1$ oder $b_1 = d_1 - d + b$.

Nach dem quadratischen Gesetz dagegen würde die Formel lauten: $b_1 = d_1 . b/d$. Denn nimmt man an, dass die Intensitäten einer Schallquelle in verschiedenen Abständen von derselben sich umgekehrt wie die Quadrate eben dieser Abstände verhalten, so wäre unter Beibehaltung der Bezeichnungen in obiger Figur $J_A : J_{S_0} = d^2 : b^2$ und desgleichen $J_{A_1} : J_{S_1} = d_1^2 : b_1^2$, woraus, da ja $J_A = J_{A_1}$ und $J_{S_0} = J_{S_1}$ ist, folgt: $b^2 : d^2 = b_1^2 : d_1^2$, oder $b_1 = (b/d) . d_1$.

Ich habe meinerseits b_1 experimentell bestimmt und zwar nach einer bisher noch nicht benutzten physiologischen Methode zur Vergleichung von Intensitäten, die man als die Methode der Verdeckungsschwelle bezeichnen könnte.

In gemessenem Abstande vom Ohre wurde eine ganz gleichmässig tickende Taschenuhr aufgestellt und dann ein, von dem Inductionsstrome eines du Bois'schen Schlittenapparates durchflossenes Bell'sches Telephon, dessen Hörweite gleich d vorher festgestellt war, von der Uhr her dem Kopfe so lange genähert, bis das leisere Uhrticken neben dem lauteren Telephonsummen eben nicht mehr gehört wurde, oder wie ich sagen möchte, die Verdeckungschwelle erreicht war. Alsdann wurde genau dasselbe Verfahren wiederholt, nachdem die Hörweite des Telephons auf d_1 gesteigert worden. Bezeichnet man den zuerst gefundenen Abstand des Telephons vom Ohr als die Grösse b, so ist offenbar der zweite, für die Hörweite d_1 gefundene Abstand gleich b_1; denn es sind zwei qualitativ gleiche akustische Empfindungen, welche nacheinander ein und dieselbe dritte eben verdecken, auch als untereinander quantitativ gleich anzusehen, und diesen qualitativ und quantitativ gleichen Empfindungen müssen nothwendig auch gleiche physikalische Intensitäten am äusseren Ohre entsprechen. Mit anderen Worten, es herrscht auf der Hörstrecke d im Abstande b vom Telephon dieselbe Intensität wie auf der Hörstrecke d_1 im Abstande b_1 vom Telephon.

Die zahlreichen Versuche, die ich gemeinschaftlich mit meinem Freunde, Hrn. H. Wegener, in dieser Art anstellte[1]),

1) Dabei wurde, wie bereits angedeutet, die Grösse b stets durch Annäherung des Telephons an den unbewegten Kopf bestimmt. Zur

zunächst die absolute Unhaltbarkeit der Vierordt'-
eorie. Einige Beispiele werden dieses zeigen. War
des Experimentators von der Uhr 6 m entfernt und
$b = 1$ m, $d_1 = 9$ m angenommen, so ergab der Ver-
b_1 1,45 m; nach dem quadratischen Gesetze hätte
m, nach Vierordt 4 m betragen müssen. Wurde
aribus $d_1 = 12$ m genommen, so war b_1 nach dem
gleich 1,83 m, nach dem quadratischen Gesetz gleich
h Vierordt gleich 7 m.

ererseits könnte man geneigt sein, hieraus die Gültig-
quadratischen Gesetzes einfach zu folgern. Dass dies
ungerechtfertigt, dafür mag folgende Reihe den Beleg
Wurde — bei einer Distanz des Kopfes von der Uhr
m — ausgegangen von

$d = 2$ m	und zugehörigem	b	$= 0{,}16$ m
r $d_1 = 3$ „	das zugehörige	b_1	$= 0{,}41$ „
$d_2 = 4$ „	„	b_2	$= 0{,}63$ „
$d_3 = 5$ „	„	b_3	$= 0{,}83$ „
$d_4 = 6$ „	„	b_4	$= 1{,}00$ „
$d_5 = 7$ „	„	b_5	$= 1{,}16$ „
$d_6 = 8$		b_6	$= 1{,}31$

$b : b_1 = 2 : 5{,}12$	statt $2 : 3$	⎫	in der Pfeilrichtung zunehmende Abweichung vom quadratischen Gesetze
$b_1 : b_2 = 3 : 4{,}61$	„ $3 : 4$	⎭	
$b_2 : b_3 = 4 : 5{,}27$	„ $4 : 5$	⎫	
$b_3 : b_4 = 5 : 6{,}02$	„ **$5 : 6$**	also	**Gültigkeit des quadratischen Gesetzes**
$b_4 : b_5 = 6 : 6{,}96$	„ $6 : 7$	⎫	in der Pfeilrichtung zunehmende Abweichung vom quadratischen Gesetze
$b_5 : b_6 = 7 : 7{,}91$	„ $7 : 8$	⎪	
$b_6 : b_7 = 8 : 8{,}86$	„ $8 : 9$	⎭	
etc.			

In dieser Tabelle tritt also ein Gesetz unverkennbar zu Tage, welches aber von dem quadratischen wesentlich abweicht.

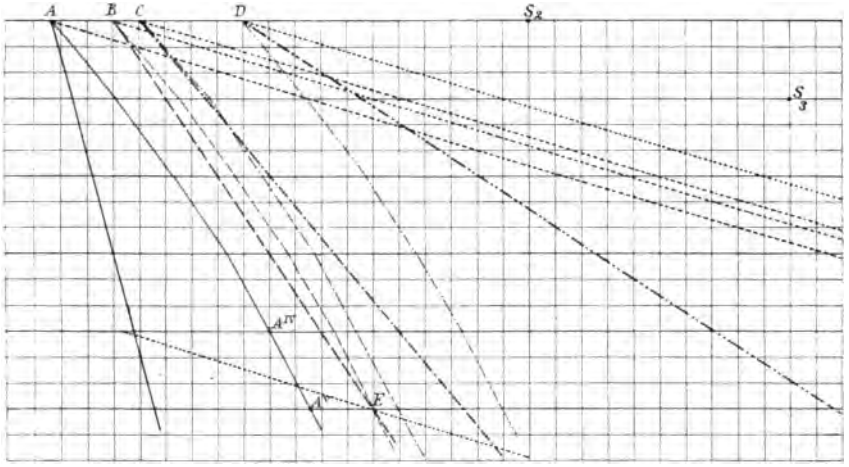


Fig. 2.

Man sieht sofort, dass die Werthe von b_1, b_2, b_3 zu gross für das quadratische Gesetz sind, *dass also die Schallintensität in der Nähe der Schallquelle* (Telephon) *langsamer abnimmt, als mit dem Quadrat des Abstandes. Mit wachsender Entfernung geht dann die Abnahme immer rascher vor sich, sodass in der Proportion $b_3 : b_4$ das quadratische Verhältniss erreicht und von da an zunehmend überschritten wird.*

Zu eben demselben Ergebniss führten auch andere Reihen, welche wir erhielten, wenn eine andere Entfernung zwischen Kopf und Taschenuhr als oben angegeben gewählt wurde. Wir verweisen deshalb an Stelle der Wiedergabe weiterer Protokolle auf die Curven Fig. 2 und 3.

In Fig. 2 bedeutet die horizontale Strecke T_2 (dasselbe

T_3, T_4 etc.) die Entfernung von 2 m, längs welcher
hon hörbar ist. Da in der Figur der Maassstab 1 : 10
nen ist, so ist der Abstand der Schwelle S_2 von T_2
cm. Die Punkte *A*, *B*, *C*, *D* bedeuten verschiedene
(*b*) des Ohres vom Telephon und zwar $T_2 A = 16$ cm
Figur 1,6 cm), $T_2 B = 40$ cm, $T_2 C = 50$ cm und
0 cm. Die vom Punkte *A* ausgehende mittlere Curve
untereinander alle die den Telephonen T_2, T_3, T_4 etc.
gen Punkte (b_1, b_2 etc.), in denen nach ***unseren Ver-***
eselbe Intensität herrscht wie in *A*. Die Linie, links
r, gibt an, wo diese Punkte gleicher Intensität nach
dratischen Gesetz liegen müssten; dagegen die punktirte
hts, wo dieselben nach Vierordt liegen würden.
re *A*-Curve liegt, wie man sieht, zwischen der
t'schen und der quadratischen und zeigt also, dass
ll hier mit einer zwischen die erste und zweite
Potenz der Entfernung abnimmt. Mit von *A* nach *B*
nder Entfernung von *T* nähert sich unsere Curve der
chen, fällt im Punkte *C* nahezu mit ihr zusammen
Punkte *D* bereits darüber hinaus. Der Schall nimmt
eits *C* rascher ab, als das Quadrat der Entfernung.

Abweichung vom quadratischen Gesetz langsam wächst. Seine Versuche liegen also alle jenseits jenes Punktes, wo die quadratische Curve mit der unserigen zusammenfällt. Da er bezüglich geringer Abstände von der Schallquelle keine Experimente angestellt hat, so musste ihm die von uns hier gefundene Abweichung vom quadratischen Gesetz entgehen, und wird die irrthümliche Schlussfolgerung aus seinen Versuchen, dass das quadratische Gesetz mit „Sicherheit bewiesen" sei, verständlich.

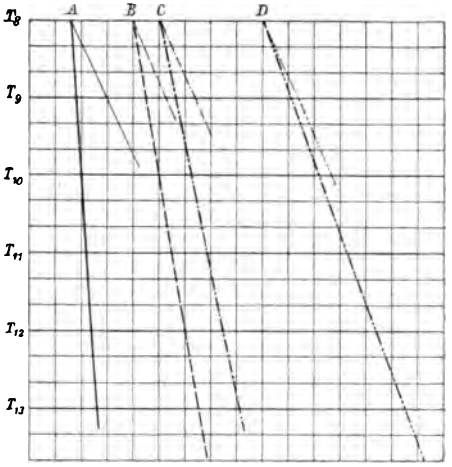
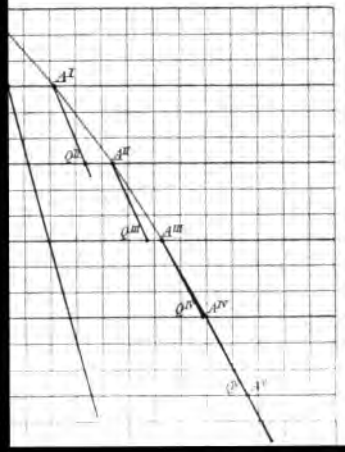


Fig. 3.

Der Vollständigkeit halber mag Fig. 4 eine graphische Darstellung der oben von uns gebrachten Zahlenserie geben. Die Curve rechts in der Fig. 4 ist wieder die Curve *A* der Fig. 2. Die gleiche Intensität wie der Punkt *A* der Strecke T_2 repräsentirt auf der Strecke T_3 nach dem quadratischen Gesetz der Punkt Q^{I}; nach uns der Punkt A^{I}. Die Intensität des Punktes A^{I} herrscht auf der Strecke T_4 nach dem quadratischen Gesetz in Q^{II}; nach uns in A^{II} etc. Die Figur illustrirt ohne weiteres, wie die Winkel, welche die links gelegenen Curven mit der Curve rechts einschliessen, mit zunehmendem Abstand vom Telephon immer kleiner und endlich negativ werden.

Unsere Figuren sind sämmtlich so gezeichnet, dass die Curvenlinien immer vom leiseren Telephon zum lauteren fortschreiten. Wollte man den umgekehrten Weg einschlagen und zu irgend einem Punkte eines lauteren Telephons die den drei Gesetzen gemäss mit ihm correspondirenden drei Punkte eines leiseren Telephons aufsuchen, so würde man Linien bekommen, die mit den Linien unserer Figur Scheitelwinkel bilden. Das Lageverhältniss unserer Curve zur quadratischen einerseits und zur Vierordt'schen andererseits bleibt natürlich dasselbe. Der Punkt *E* der Fig. 2 mag dieses

aulichen. Die Strecke A^{IV}, A^{V} in Fig.
enauer zeigt, der Ort für das Uebereinst
schen Gesetzes mit dem unserigen. Der
seits dieser Region im Gebiete der rasc
daher liegt eben auch die von E aus nach
Curve gleich der nach T_s gerichteten aus
den die quadratische und Vierordt'sche

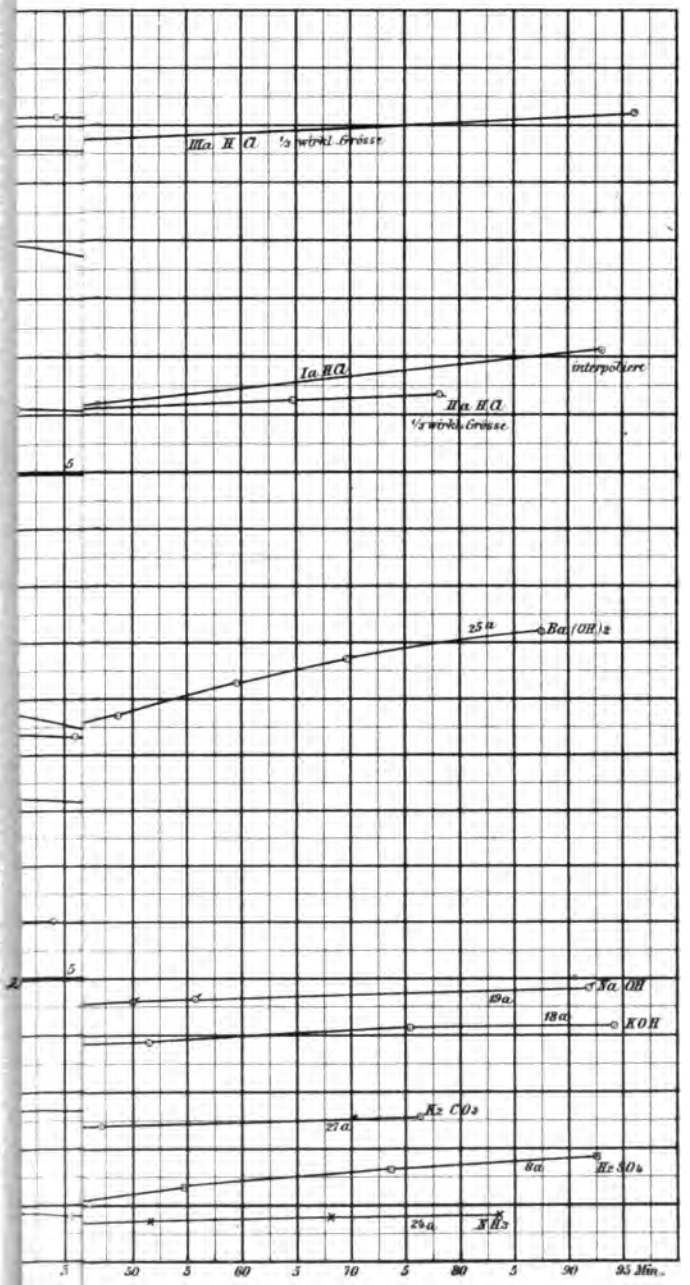


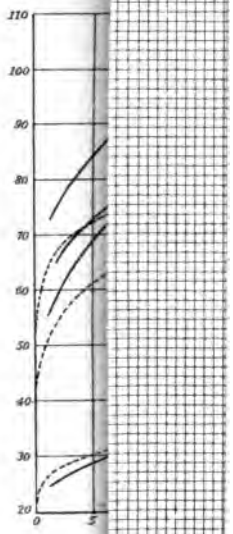
schliessen
jenseits de
tischen.

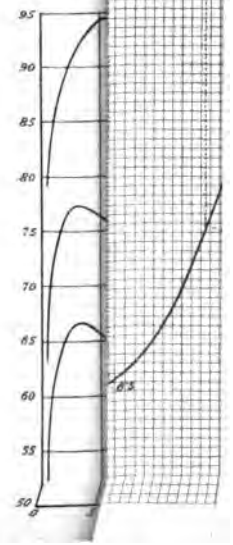
Wien
einem Ton
Freien exp
Der niemal
fehlende Lu
Wind wirkte
störend. W
geschlossene
gearbeitet, h
aber unser
Aufgabe,

Fig. 3.

Taf. I.

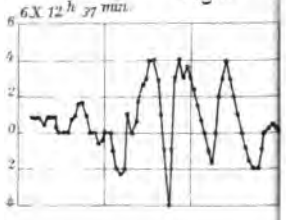

IIIa. H Cl. ½ wirkl. Grösse
Ia. HCl.
interpoliert
IIa. H Cl.
½ wirkl. Grösse.
5
25 a.
Ba(OH)2
5
19a.
Na. OH
18a.
KOH
22 a.
K2 CO3
8a.
H2 SO4
24a.
NH3
5
30
5
60
5
70
5
80
5
90
95 Min.

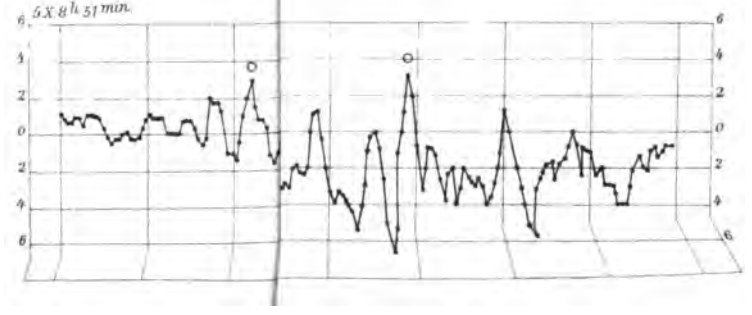

110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
0
5


95
90
85
80
75
70
65
60
55
50
0
5

Fig

Fig. 6.





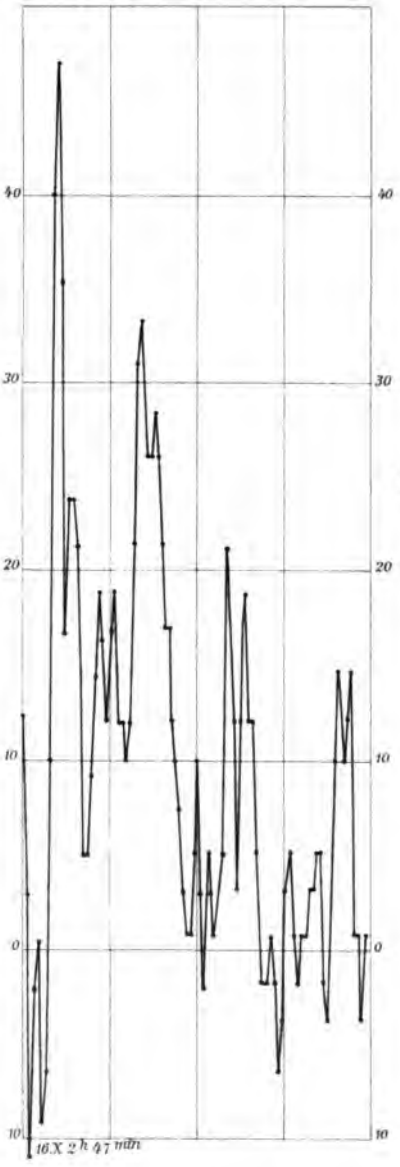


Fig. 8.

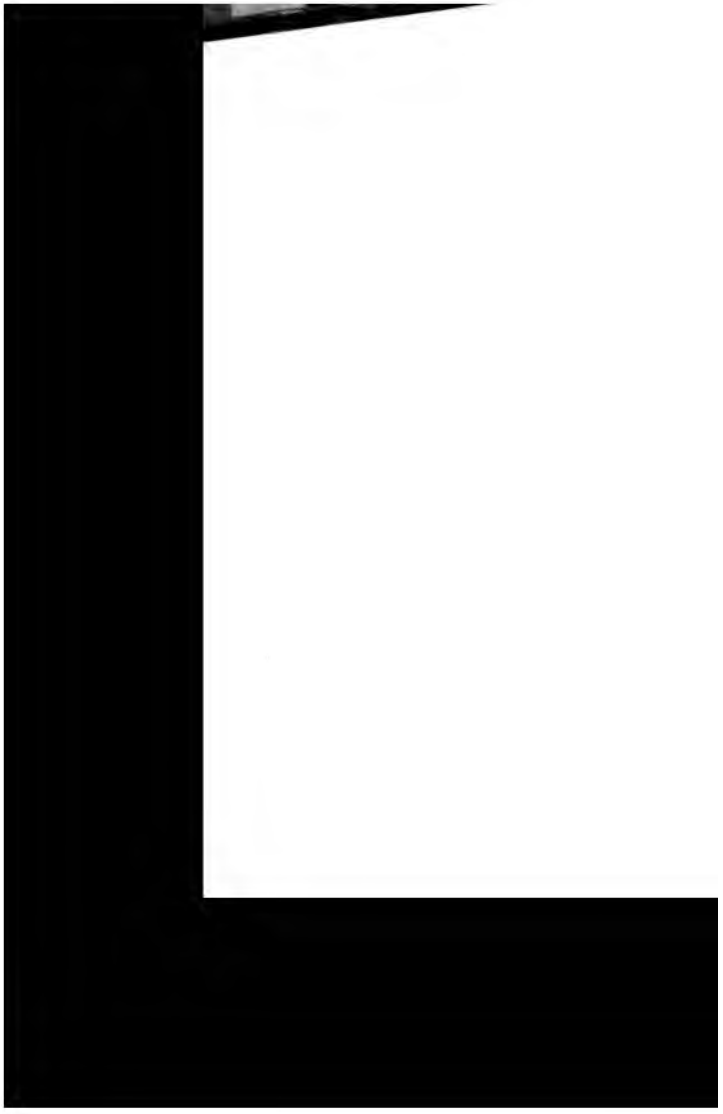
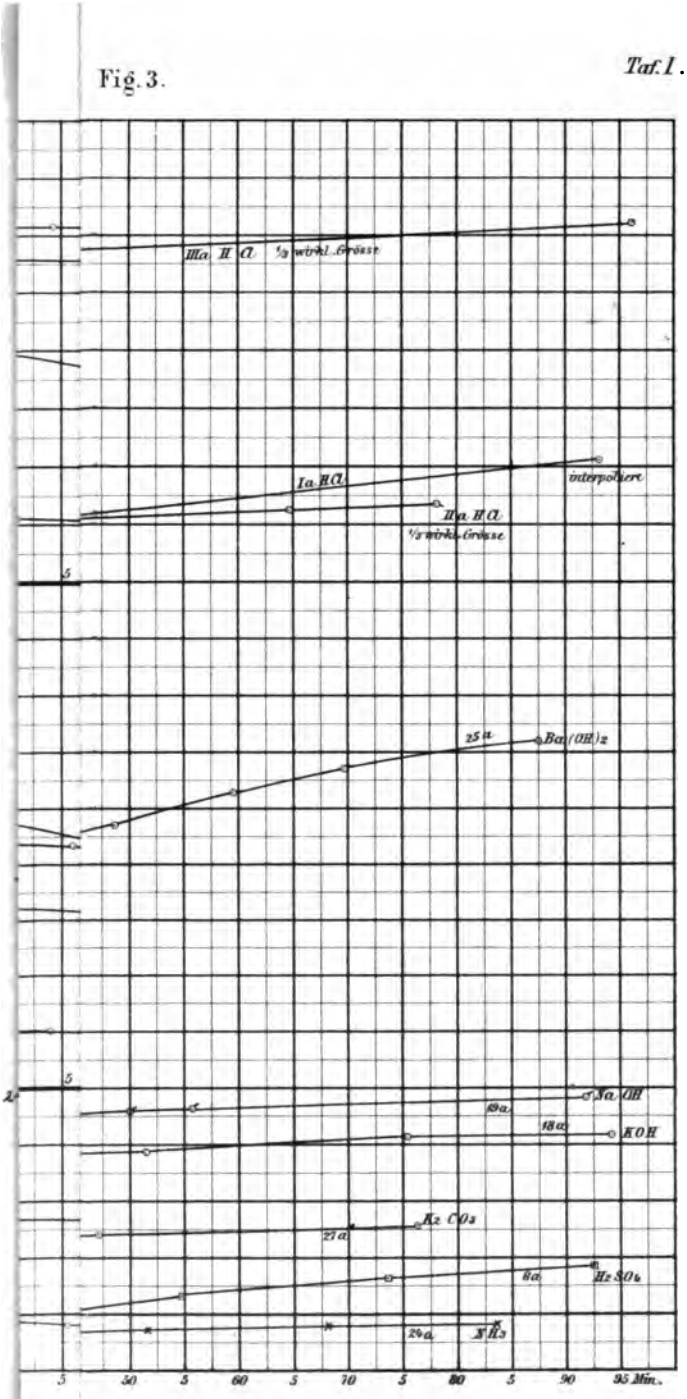
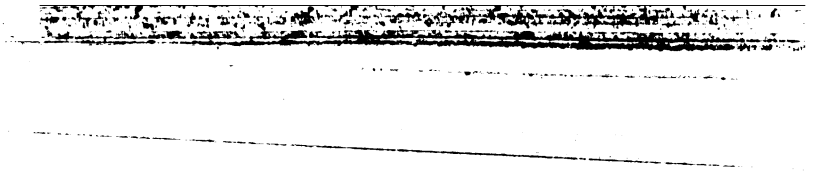


Fig. 3.

Taf. I.



Lith. Anst. v. C. Kurst, Leipzig.



200

Geschlossen am 15. December 1895.

1896. № 1.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE

BAND 57. HEFT 1.

DER GANZEN FOLGE 293. BANDES 1. HEFT

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

HERAUSGEGEBEN VON

M. PLANCK

UND

G. UND E. WIEDEMANN.

MIT ZWEI TAFELN.

LEIPZIG, 1896.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

(ARTHUR MEINER.)

Inhalt.

ıck. Absorption und Emission electrischer Well
esonanz . . . . . .
ı und P. Zeeman. Beobachtungen über Ausbreitu
ıer Wellen im Wasser . . . . . .
r und H. Geitel. Ueber die angebliche Zerstreuu
Electricität durch Licht . . . . . .
ang. Beobachtungen über die Widerstandsänderu
tactes zweier Leiter durch electrische Bestrahlung .
zmann. Ein Wort der Mathematik an die Energet
ck. Gegen die neuere Energetik . . . . . .
ner. Ueber die Absorption von Säure und Alkali a
n durch Platinmohr . . . . . .
fer. Die Siedepunktserhöhung von einigen aethyl- u
koholischen Salzlösungen . . . . . .
. Theoretische Untersuchungen über elastische Körp
Magnetisches Verhalten des Pyrrhotits . . . .
nann. Longitudinales Licht . . . . . .
ıs. Ueber den electrischen Lichtbogen . . . . .
ıs. Ueber die Polarisationserscheinungen an dünn
mbranen . . . . . .

The American Journal of Science

ESTABLISHED BY BENJAMIN SILLIMAN IN 1818.

New Subscriptions should begin in January, 1896, with Volume I of the Fourth Series.

THE AMERICAN JOURNAL is now, as it has been for nearly eighty years,

THE LEADING SCIENTIFIC JOURNAL IN THE UNITED STATES.

It is devoted to the Physical and Natural Sciences, with special reference to Physics and Chemistry on the one hand, and to Geology and Mineralogy on the other.

Editor: EDWARD S. DANA.

Associate Editors: Professor GEORGE L. GOODALE, JOHN TROWBRIDGE, HENRY P. BOWDITCH and W. G. FARLOW, of Cambridge; Professors H. A. NEWTON, O. C. MARSH, A. E. VERRILL and H. S. WILLIAMS, of New Haven; Professor G. F. BARKER, of Philadelphia; Professor HENRY A. ROWLAND, of Baltimore; Mr. J. S. DILLER, of Washington.

PUBLISHED IN MONTHLY NUMBERS OF ABOUT 80 PAGES EACH, MAKING TWO VOLUMES ANNUALLY.

Subscription price, $6 per year or 50 cents a number, postage prepaid in the United States; $6.40 to foreign subscribers of countries in the Postal Union.

First Series, 1818 to 1845,—50 volumes, each of two numbers. A general index in volume 50.

Second Series, 1846 to 1870,—50 volumes, each of three numbers. General index to each ten volumes.

Third Series, 1871 to 1895,—50 volumes, each of six monthly numbers. General index to each ten volumes.

Fourth Series, begins with January, 1896.

A few complete sets on hand; a liberal discount will be made on an order for all the 150 volumes.

A limited number of sets of each of the ***Second*** and ***Third Series*** are now offered at

GREATLY REDUCED PRICES.

Single Numbers and Volumes also for Sale at Reasonable Rates.

ADDRESS,

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE,

New Haven, Conn., U. S., America.

Auch im Jahre 1896 erscheinen die

Beiblätter

zu den

Annalen der Physik und Chemie

unverändert weiter (Band 20), und ladet die Verlagsbuchhandlung zum Abonnement derselben (für den Jahrgang von 12 Heften 20 ℳ) ganz ergeben ein.

Die Beiblätter enthalten bekanntlich (jährl. 1300 1600) von Fachgelehrten bearbeitete und von den Verfassern genehmigte, also **autorisierte** Berichte über die gesamten im laufenden Jahr erschienenen Abhandlungen des In- und Auslandes aus dem Gebiete der Physik, ferner monatliche Inhaltsangaben aller physikalischen Zeitschriften, Academie-Publikationen und sonstiger schwer zugänglichen Arbeiten. Auch das aus den verwandten Wissenschaften den Physiker Interessierende ist durch kurze Referate erwähnt, während die Titel der in den „Annalen" veröffentlichten Arbeiten zur Herstellung einer vollständigen physikalischen Bibliographie in das Inhaltsverzeichnis aufgenommen sind.

Die Bände 1—19 (Jahrgang 1877—1895) sind in einzelnen completen Exemplaren noch zu haben; früherer Ladenpreis 312 ℳ. Bei direktem Bezuge wesentlich billiger.

Durch das Erscheinen eines vollständigen Namenregisters zu Band 1—15, das im Februar 1893 ausgegeben wurde, Preis 7 ℳ, wird der Gebrauch der „Beiblätter" noch wesentlich erleichtert.

Leipzig, Januar 1896.

Hochachtungsvoll

Johann Ambrosius Barth

(Arthur Meiner.)

Porträts

(in Kupferätzung)

der Physiker:

H. v. Helmholtz, G. Kirchhoff, H. Hertz, G. S. Ohm, G. Wiedemann.

Preis je M. 1.50.

Johann Ambr. Barth (Arthur Meiner)

in Leipzig.

Verlag von Johann Ambrosius Barth (Arthur Meiner) in Leipzig.

H. Hertz.

Prinzipien der Mechanik

in neuem Zusammenhange dargestellt.

Mit einem Vorwort v. **H. v. Helmholtz.**

XXXII, 312 Seiten gr. 8°.

Geh. M. 12, in Halbfr. geb. M. 13.50.

Unübertroffenes, neuestes, glänzend verbesserte
icrophon „Germani

Ohne Zwischenlage
frei von jeder Dämpfung.
Sprachübertragung
auf 10000 Kilometer.
Lautwirkung
auf 3 Meter Entfernung
vom Sprechapparat.
Hammacher & Paetzold
Berlin O., Andreasstr. 32.

epbonbau-Anstalt und Fabrik sämmtlicher Haustelegraphen-Art
Werkstätten für Feinmechanik.

g von **Johann Ambrosius Barth** in Le

ben ist erschienen:

ZMANN, L., Vorlesungen über Gas
eil. **Theorie der Gase mit einatomigen Molekül**

Vierspuliges astatisches

Spiegelgalvanometer,

Zweispuliges

Spiegelgalvanometer für technische Zwecke,

construirt von

Dr. H. du Bois und **Dr. H. Rubens.**

Quarzfäden für Galvanometer und Fadenkreuze.
Compensationsapparate mit Clarke's Normalelement, Rheostaten, Vorschaltwiderstände, Funkeninductoren, physikalische Apparate, Elemente und Tauchbatterieen.

Keiser & Schmidt,

Berlin N., Johannisstrasse 20.

Lichtelektrische Apparate

nach **Elster u. Geitel** liefert

Louis Müller-Unkel, Braunschweig

(Inhaber: L. Müller-Unkel u. R. Müller-Uri.)

Glastechnische Werkstätten für Präcisionsarbeiten und Lager chem. u. physik. Apparate und Utensilien bester Art.

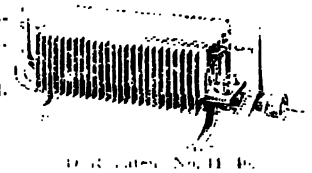
Gülcher's Thermosäulen mit Gasheizung.

Vortheilhafter Ersatz für galvanische Elemente.

Constante electromotorische Kraft.

Geringer Gasverbrauch.

Hoher Nutzeffect.



Keine Dämpfe kein Geruch.

keine Polarisation, daher keine Erschöpfung.

Betriebsstörungen ausgeschlossen.

D. R. Patent No. 11 46.

Alleiniger Fabrikant: **Julius Pintsch.**

Berlin O., Andreasstr. 72/73.

pparate

ctiven Darstellung

nd Polarisations-Erscheinungen,
r Vergrösserungen photographi-
alter Bilder von wissenschaft-
länden, von Gegenden u. s. w.

A. Krüss in Hamburg.

Werner & Pfleide

Cannstatt (Wttbg

Berlin, Wien, Paris, Lo

74 höchste Auszeichnungen.

„Universal"-

Knet- und Misch-Masch

Walzwerke, Presse

Pillenmaschinen, Siebw

Trockeneinrichtung

für die

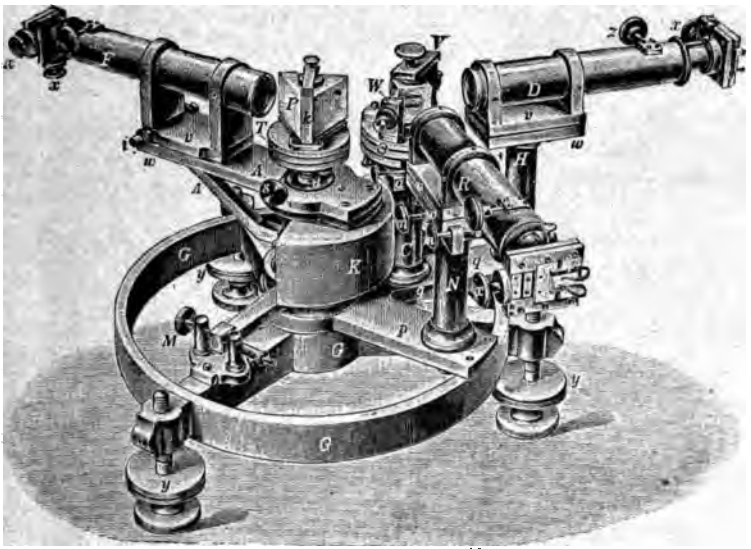
gesammte Chemische Indu

Franz Schmidt & Haensch,

Werkstätten für Präcisions-Mechanik und Optik,

Berlin S., Stallschreiberstr. No. 4.

(Telegramm-Adr.: Optiker Berlin. — Fernsprechanschluss: Amt IV. No. 315.)



Polarisations-Apparate für wissenschaftlichen Gebrauch nach *Landolt-Lippich, Laurent, Wild* etc. (Neu: Halbschatten-Apparat mit dreitheiligem Gesichtsfelde, D. R.-P. No. 82523.)

Spectral-Apparate.

Spectrometer in verschiedenen Constructionen.

Spectrophotometer nach *von Vierordt, Glan, König* und *Lummer-Brodhun* (siehe Abbildung).

Photometer nach *Weber* und *Lummer-Brodhun.*

Projections-Apparate für electrisches und Zirconlicht

Photographische Vergrösserungs-Apparate.

Apparate zur Microphotographie opaker Gegenstände.

Optische Bänke zur objectiven Darstellung der Polarisation, Spectroscopie und Microscopie.

Ablesefernrohre, Ablesemicroscope.

= Neue Constructionen für wissenschaftlichen Gebrauch nach Angabe bezw. Zeichnung werden correct und prompt ausgeführt. =

Prospecte gratis und franco.

Cupron-Eleme

Regenerirbares Kupferoxyc
Zink-Element.

Vorzüglich geeignet zu **elekt**
Analyse. Vollständiger **Ersatz fi**
Akkumulatoren.

Ausführliche Brochüre gra
Ia. Referenzen von Hochschu
Instituten.

eit & Matthes, Leipzig 24, Eutritzsch

---

on **Friedr. Vieweg & Sohn**
in **Braunschweig.**
n durch jede Buchhandlung.)
oeben erschien:

pectralanalyse.

Von

John Landauer.

Preis 4 Mark.

Verlag von **Friedr. Vieweg**
in **Braunschweig.**
(Zu beziehen durch jede Buchh
Soeben erschien:

Jahresberich

über die

Fortschritte der C

und verwandter Theile a
Wissenschaften.

Geschlossen am 15 Januar 1896.

1896. № 2.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT VON

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE

BAND 57. HEFT 2.

DER GANZEN REIHE BAND 293. HEFT 2.

UNTER MITWIRKUNG

DER KÖNIGLICH PREUSSISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

HERAUSGEGEBEN VON

M. PLANCK

UND

G. UND E. WIEDEMANN.

LEIPZIG, 1896.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ARNDTSTRASSE 3.

hrens zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten . . 21
nde. Ueber den Begriff des dielectrischen Widerstandes 22
les Coudres. Messungen der electromotorischen Kraft
y'scher Gravitationselemente 23
ien. Ueber einen Apparat zum Variiren der Selbst-
ion 25
Jones. Ueber magnetische Tragkraft 25
gnoka. Zur Aussenwirkung gleichförmig magnetisirter
onsellipsoide 27
eiff. Neue Deutung der magnetischen Drehung der
sationsebene 29
Cole. Ueber den Brechungsexponenten und das Reflexionsvermögen von Wasser und Alkohol für electrische Wellen 29
epler. Zur Gas- und Dampfdichtenbestimmung mittels
rucklibelle 31
epler. Bemerkung zu meinem Aufsatze über barome-
Temperaturmessung 31
de. Erzielung niedrigster Temperaturen. Gasverflüssigung 31
eteriei. Notiz über die Abhängigkeit der specifischen
e des Wassers von der Temperatur 31
nig. Die Wellenstreue 32
ga. Eine Aufstellungsweise des Rowland'schen Concav-
. 33
alter. Ueber die Brechungsexponenten des festen Fuchsins 34
eyer. Studium über die electrische Endosmose von Gerb-
ösungen durch thierische Häute 35

Unübertroffenes, neuestes, glänzend verbessertes

Microphon „Germania".

Ohne Zwischenlage
frei von jeder Dämpfung.

Sprachübertragung
auf 10000 Kilometer.

Lautwirkung
auf 3 Meter Entfernung
vom Sprechapparat.

D. R. P. u. Ausl. Pat. angem.

Hammacher & Paetzold
Berlin O., Andreasstr. 32.

Telephonbau-Anstalt und Fabrik sämmtlicher Haustelegraphen-Artikel.
Werkstätten für Feinmechanik.

Wissenschaftliche und technische Instrumente

für

elektrische und magnetische Messungen

liefern

Hartmann & Braun, Frankfurt a. M.

Die Firma unterhält ein mit allen modernen Hilfsmitteln reich ausgestattetes, unter wissenschaftlicher Leitung stehendes Laboratorium.

Der 16 Bogen starke Katalog in 3 Ausgaben — deutsch, englisch, französisch — mit 200 Abbildungen und Beschreibungen, enthält insbesondere:

Galvanometer
verschiedener Gattung, mit Angaben über Empfindlichkeit,
alle Arten von
Widerstands-Messinstrumenten,
Normalien
nach Modellen der Physikal.-Techn. Reichsanstalt,
sämmtliche von **Fr. Kohlrausch** konstruirten Apparate,
neues Instrumentarium für Schulzwecke,
Ampère- u. Voltmeter, Wattmeter, Coulombmeter
für Gleich- und Wechselstrom.

Cupron-Element.

Regenerirbares Kupferoxyd-Alkali-Zink-Element.

Vorzüglich geeignet zu **elektrochem. Analyse.** Vollständiger **Ersatz für kleine Akkumulatoren.**

Ausführliche Broschüre gratis.

1a. Referenzen von Hochschulen und Institute[illegible]

Der Verf. hat in dem vorliegenden Werke vor Allem die
anten Arbeiten von Clausius und Maxwell übersichtlich
zu gesucht, aber auch seinen eigenen Arbeiten einigen Platz ge
se in Kirchhoff's Vorlesungen über Wärmetheorie und Poin
ndynamique am Schlusse schätzungsweise citirt, aber, selbst wo
gelegen hätte, nicht verwerthet worden. Der Verf. schloss daran
ura gefasste, möglichst leichtverständliche Darstellung einiger
se derselben nicht überflüssig sei.
Es wird beabsichtigt, dem I. Theile einen II. folgen zu lassen,
er Waals'sche Theorie, die Gase mit mehratomigen Molekül
sociation behandelt werden sollen.

ENBERGER, FERD., Isaac Newton und
hysikalischen Principien. Ein Hauptstück au
ntwickelungsgeschichte der modernen Physik. VIII
28 Seiten 8° mit 25 Abbildungen. Mark

Isaac Newton ist immer in der verschiedensten, ja oft in ga
gensatzer Weise beurtheilt worden und diese Verschiedenheit h
letzten Zeit sehr vergrössert. Es erschien danach als ein nütz
hwendiges Unternehmen, eine neue Darstellung der gesammten
ichen Wirksamkeit Newton's, wie seiner Wechselwirkungen u
nossen zu unternehmen. Der Verfasser hofft damit der Phys
wart, die doch mit breiter Grundlage noch auf Newton's Pri
nützlich gewerden zu sein.

RT, H., Anleitung zum Glasblasen. = Zwe
llig umgearbeitete Auflage. VIII und 104 Seiten
3 Figuren. Mark

Apparate

zur objectiven Darstellung

der Spectral- und Polarisations-Erscheinungen, mikroskopischer Vergrösserungen photographischer und gemalter Bilder von wissenschaftlichen Gegenständen, von Gypsmodellen u. s. w.

Optisches Institut von

A. Krüss in Hamburg.

Glasphotogramme.

Preiscourants auf portofreie Anforderung gratis.

Optisches Institut

von **A. Krüss** in **Hamburg.**

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

(Zu beziehen durch jede Buchhandlung.)

Soeben erschien:

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1894.

Dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin.

Fünfzigster Jahrgang.

Dritte Abtheilung, enthaltend: Kosmische Physik. Redigirt von Eduard Lamansky. Preis 25 Mark.

Werner & Pfleiderer,

Cannstatt (Wttbg.)

Berlin, Wien, Paris, London.

74 höchste Auszeichnungen.

Patente in allen Ländern.

„Universal"-

Knet- und Misch-Maschinen,

Walzwerke, Pressen,

Pillenmaschinen, Siebwerke,

Trockeneinrichtungen

für die

gesammte Chemische Industrie,

besonders für

Farben,	Isolirmasse,
Kitte,	Kunststein,
Fette, Seifen,	Salben,
Düngmittel,	Linoleum,
Gummi,	Schiesspulver,
electr. Kohle,	Zündmassen.

Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Wissenschaftliche

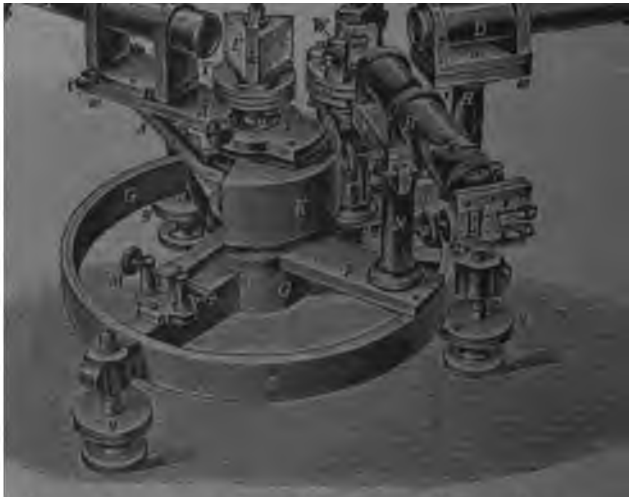
Abhandlungen

von

H. von Helmholtz.

I. Band 20 ℳ. II. Band 30 ℳ.

III. Band. Mit einer Einführung von G. Wiedemann und einem Verzeichnis sämtlicher Schriften Helmholtz', zusammengestellt von A. König. Preis 16 ℳ.



isations-Apparate für wissenschaftlichen Gebrauch
andolt-Lippich, Laurent, Wild etc. **(Neu: Halbscha**
pparat mit dreitheiligem Gesichtsfelde, D.
lo. 82523.)

tral-Apparate.

rometer in verschiedenen Constructionen.

rophotometer nach *von Vierordt, Glan, König* und *Le*
radhun (siehe Abbildung).

meter nach *Weber* und *Lummer-Brodhun*.

ctions-Apparate für electrisches und Zirconlicht.

raphische Vergrösserungs-Apparate

Vierspuliges astatisches
Spiegelgalvanometer,
Zweispuliges
Spiegelgalvanometer für technische Zwecke,
construirt von
Dr. H. du Bois und **Dr. H. Rubens.**

Quarzfäden für Galvanometer und Fadenkreuze.
Compensationsapparate mit Clarke's Normalelement, Rheostaten, Vorschaltwiderstände, Funkeninductoren, physikalische Apparate, Elemente und Tauchbatterieen.

Keiser & Schmidt,
Berlin N., Johannisstrasse 20.

Lichtelektrische Apparate
nach **Elster** und **Geitel** — **Apparate für Tesla's Versuche** mit Hochfrequenzstrom-Vacuumröhren nach Geissler, Hittorf, Crookes, Lecher. **Apparate nach Lenard und Röntgen.**

Louis Müller-Unkel, Braunschweig
(Inhaber: L. Müller-Unkel u. H. Müller-Uri.)

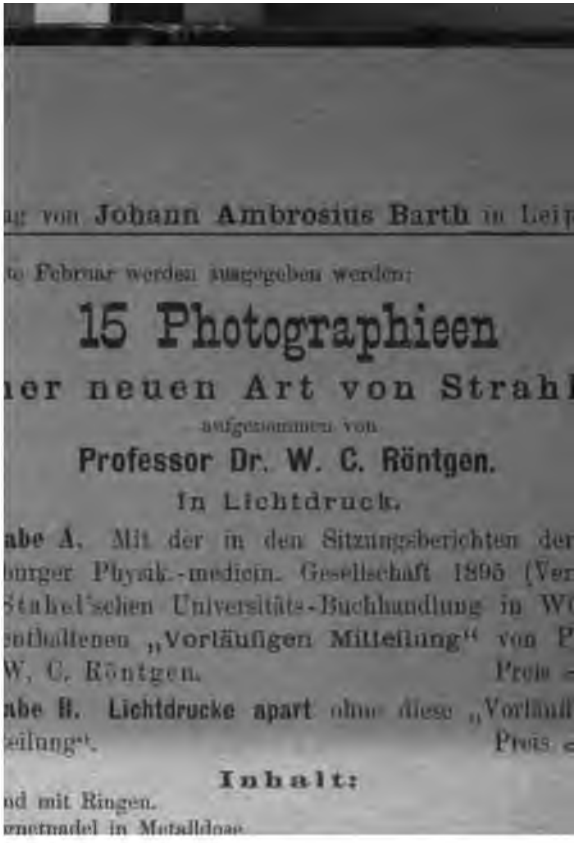
Gülcher's Thermosäulen mit Gasheizung.
Vortheilhafter Ersatz für galvanische Elemente.

Constante electromotorische Kraft.
Geringer Gasverbrauch.
Hoher Nutzeffect.

Keine Dämpfe kein Geruch.
Keine Polarisation, daher keine Erschöpfung.
Betriebsstörungen ausgeschlossen.

D. R.-Patent No. 84146.

Alleiniger Fabrikant: **Julius Pintsch,**
Berlin O., Andreasstr. 72/73.



ag von **Johann Ambrosius Barth** in Leip

to Februar werden ausgegeben werden:

15 Photographieen

ner neuen Art von Strahl

aufgenommen von

Professor Dr. W. C. Röntgen.

In Lichtdruck.

abe A. Mit der in den Sitzungsberichten der burger Physik.-medicin. Gesellschaft 1895 (Ver Stahel'schen Universitäts-Buchhandlung in Wü enthaltenen „Vorläufigen Mittheilung" von P W. C. Röntgen. Preis

abe B. Lichtdrucke apart ohne diese „Vorläufi eilung". Preis

Inhalt:

nd mit Ringen.
ometnadel in Metalldose.

V 200

Geschlossen am 25. Februar 1896.

1896. № 3.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN. L. W. GILBERT. J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE

BAND 57. HEFT 3.

DER GANZEN FOLGE 293. BANDES 3. HEFT

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

G. UND E. WIEDEMANN.

LEIPZIG. 1896.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

(ARTHUR MEINER.)

Bestellungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von den

Inhalt.

u. H. Geitel. Ueber den Einfluss des Lichtes au
der Entladung einer Influenzmaschine . . . . .
inass. Zur Widerstandsänderung durch electrisch
g . . . . . .
tler. Schwingungsvorgang in complicirten Erreger
er Wellen. II. Mittheilung . . . . . .
ig. Interferenzversuch mit electrischen Wellen .
m. Ueber einen Crookes'schen Apparat . . .
mann u. G. C. Schmidt. Fluorescenz des Natrium
mdampfes und Bedeutung dieser Thatsache für di
k . . . . . .
mann u. G. C. Schmidt. Entladungserscheinunge
iten Metalldämpfen . . . . . .
er. Eine allgemeine Gedächtnissregel für Richtung
gen im electromagnetischen Felde . . . . . .
. Ein älteres Analogon zu den Röntgen'sche
versuchen . . . . . .
Theorie des remanenten Magnetismus von Föppl

Verlag von Johann Ambrosius Barth
in Leipzig.

Soeben sind erschienen und durch alle Buch- und Kunsthandlungen, aber nur auf feste Bestellung, zu beziehen:

14 Photographien

mit

RÖNTGEN-STRAHLEN

aufgenommen im Physikalischen Verein zu Frankfurt a. M.

von

Prof. Dr. Walter König

Eine Mappe in Grossfolio mit 10 Tafeln. Preis 8 Mark.

Inhaltsverzeichnis

Tafel

1. **Linke Hand eines Mannes mit Kugel im Handgelenk**
2. **Rechter weiblicher Unterarm mit Knochenresektion**
3. **Krammetsvogel**
4. **Kniegelenke einer ägyptischen Kindermumie**
5. Oberteil einer ägyptischen Katzenmumie

Tafel

6. Damenhand im Handschuh mit Armband und Blumenstrauss
7. Echte und unechte Perlen
8. Schlange und Schildkröte
9. a) Frosch b) Krebs
10. a) Klemmer in Holzschachtel b) Vorderzähne des Ober- und Unterkiefers c) Finger mit Gichtgelenken

Diese Mappe enthält eine kleine Auswahl aus den zahlreichen Röntgen-Aufnahmen, die in den letzten Wochen im Institute des physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. ausgeführt worden sind. Die dabei benutzte Versuchsanordnung wich von der an anderen Orten verwendeten insofern ab, als die zur Erzeugung der Röntgen-Strahlen dienende Vacuumröhre — nennen wir sie einfach Röntgenlampe — nicht durch ein einfaches Inductorium, sondern durch einen Tesla-Transformator erregt wurde, der mit dem Inductorium in der von Hinstadt angegebenen Weise be-

Auch wurde als Röntgenlampe nicht, wie sonst
nförmige Röhre mit grosser, ebener Kathode, son-
örmige mit hohlspiegelartiger Kathode und einem
er Mitte verwandt, wie sie von den Glasbläsern
n, um die Wärmewirkung der Kathodenstrahlen

te Röhre hatte den grossen Vorzug, eine fast
uelle von Röntgenstrahlen zu sein. Durch einen
uch wurde festgestellt, dass bei dieser Röhre die
ch von der Mitte des Platinbleches ausgehen oder
einen. Dieser Umstand verlieh den so aufge-
rn eine bemerkenswerthe Schärfe der Zeichnung.
Schärfe der Zeichnung gestattete die benutzte
räftigen Erregung durch die elektrischen Schwin-
-Transformator eine verhältnissmässig kurze Ex-
u erreichen. Beide Umstände ermuthigten uns,
lichen Anzahl von Röntgenbildern, die bereits im
n sind, noch diese 10 Blätter hinzuzufügen. Unseres
d es die besten, die bisher publiciert worden sind.
ind gerade diese Bilder geeignet, das Urtheil über
it der Röntgenschen Entdeckung günstig zu be-

Ankündigung.

In der **Herderschen Verlagshandlung** zu Freiburg im Breisgau ist erschienen und durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

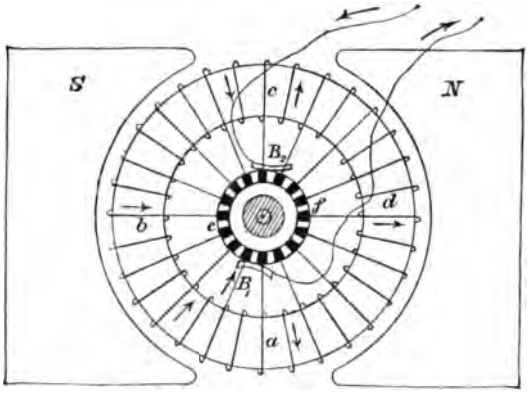
Elementares

Lehrbuch der Physik

nach den neuesten Anschauungen

für höhere Schulen und zum Selbstunterricht.

Von **Ludwig Dressel** S. J.



Mit 402 Figuren.

gr. 8⁰. (XX u. 700 S.) *M.* 7.50; geb. in Halbleder mit Goldtitel *M.* 8.

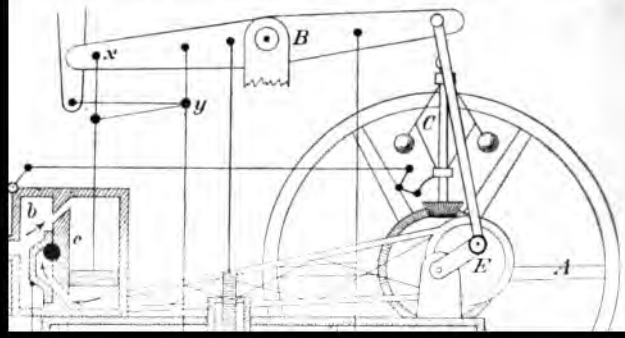
Einige Urteile.

„Endlich einmal ein Lehrbuch der Physik, welches die jetzt gleichsam latent und sozusagen in der Tradition der lebenden Forscher vorhandenen Anschauungen über die Körperwelt und die Kräfte in derselben grundsätzlich in den Vordergrund rückt und alle Kapitel der Physik auf der Grundlage der Atom- und Äther-Theorie sowie der Energie als einheitlichen Naturkraft behandelt. Ja, so lebt die Physik heute im Geiste der Forscher, und es ist das Verdienst Dressels, zuerst den Versuch gemacht zu haben, in zwar elementarer, aber durchaus gründlicher, wohldurchdachter und ziemlich ausführlicher Weise sowohl die physikalischen Begriffe als die in der Physik zu erörternden Er-

ets im Lichte und auf Grund der wohlbegründeten neuen An-
n Stoff und Kraft, d. h. von wägbarer Materie und Äther und
s- und Spannungs-Energie und ihren verschiedenen Formen, zur
bracht zu haben. . . .
nun ganz zweifellos, dafs Dressels Buch heute das beste dieser
ntaren Lehrbücher ist. Es verdient von allen Physikern, die
keit haben, zur Hand genommen zu werden, es wird dem Studieren-
k auf der Hochschule die beste und schnellste Orientierung in
chaft gewähren und wird auch den Prüfungskandidaten besonders
timmtheit der Begriffsbestimmungen sehr zu empfehlen sein."

Pernter in Innsbruck im „Österr. Litteraturblatt". Wien 1895. Nr. 17.)

originelles Buch, wie wir unter den Lehrbüchern für Physik
ennen gelernt haben. . . . Das Werk wird infolgedessen nicht



die Klarheit darunter litte. Da das Buch durchaus nicht eine Anleitung zum Experimentieren sein soll, sind ausgeführte Zeichnungen von Apparaten ganz vermieden und nur reichlich schematische Darstellungen angewandt. . . ."

(Litterar. Centralblatt. Leipzig 1895. Nr. 48.)

„Der durch seine Publikationen physikalischen Inhalts als tüchtiger Fachmann bestens bekannte Verfasser übergiebt unter dem bescheidenen Titel eines ‚elementaren Lehrbuches' eine fleifsige, wohldurchdachte Arbeit der Öffentlichkeit, um dem Studierenden ebenso wie dem gebildeten Autodidakten, ohne von ihm aufser der unerläfslichen Geistesreife eine höhere physikalische Vorbildung oder die Kenntnis des höheren Kalküls vorauszusetzen, einen möglichst tiefen Einblick in das Wesen der modernen Physik zu erschliefsen. Um dieses Ziel zu erreichen, wurde das Grundprincip der heutigen Naturlehre, die Energielehre, sehr weitläufig und eingehend erörtert und für die quantitativen Angaben das heute von der Wissenschaft allgemein angenommene absolute Mafssystem gewählt. . . . Auch die wohlthuende Klarheit und besondere Markanz in Bezug auf die Feststellung und Fassung der physikalischen Begriffe, durch die sich das Lehrbuch ganz besonders auszeichnet, sei an dieser Stelle rühmend hervorgehoben. An Abbildungen sind im ganzen 402 in den Text gedruckte Figuren vorhanden, die durchaus korrekt und zumeist in schematischer Manier ausgeführt sind, was die Verständlichkeit und Übersichtlichkeit jedenfalls mehr fördert als perspektivisch ausgeführte Illustrationen. . . ."

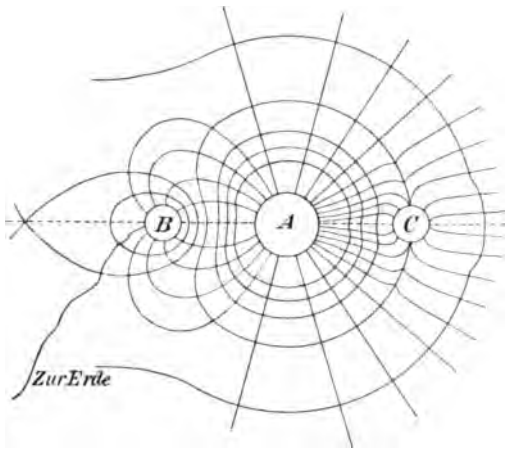


Fig. 203.

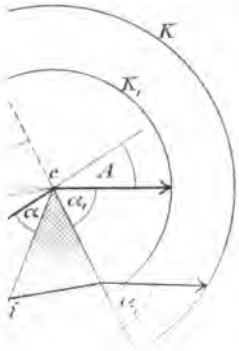
(Pädag. Rundschau. Wien 1895. 9. Heft.)

„. . . Der Hauptnachdruck wird in diesem Buche auf präcise, klare Begriffsbestimmungen gelegt. Dieser Umstand macht seine Lektüre auch für den empfehlenswert, der schon etwas in die Physik eingedrungen ist. Dabei bleibt das Buch doch für jeden verständlich, welcher die Kenntnisse eines Gymnasialprimaners besitzt. Von der bei Physikumskandidaten gewöhnlich nicht sehr beliebten Mathematik ist nur ein geringer Gebrauch gemacht. . . . Wer das Buch durchstudiert hat, und sein Studium erfordert keine allzugrofse Anstrengung, wird jedes Examen aus Physik mit Glanz bestehen. Selbst Lehramtskandidaten, welche Physik nicht als Hauptfach haben, wird das Werk genügen. Wer, wie Schreiber dieses, berufen ist, an einer Mittelschule Physik zu lehren, wird aus dem Buche reiche Anregung schöpfen. . . ." (Academia. Amberg 1895. Nr. 7.)

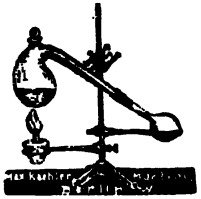
„. . . Bei der heutigen hohen Bedeutung der Physik ist es gewifs wichtig, dafs sich Leute von allgemeiner Bildung, welche sonst keine naturwissenschaftlichen Fachstudien betreiben, eine genügende Kenntnis der Physik aus guten Lehrbüchern verschaffen können. Hierzu ist das vorliegende Werk ganz besonders geeignet, denn es setzt nur die Kenntnis der niederen Mathematik

in seinen Ausführungen äufserst klar gehalten. Dabei läfst des Buches nichts zu wünschen übrig; namentlich sind die guren mit grofser Sorgfalt ausgeführt. Im Interesse der Wissen- las Buch eine möglichst grofse Verbreitung, weshalb wir gerne am machen." (Der Bautechniker. Wien 1895. Nr. 46.)

n physikalischen Schulbüchern im engern Sinne und den Lehr- n für das akademische Studium der Physik haben auch Bücher g, die über das Schulpensum hinausgehen, aber auf die tiefere ehandlung aus Gründen der Zweckmäfsigkeit verzichten. Studien te wie die des Mechanikers, Arztes, Zoologen oder Forstmannes, aumeisters, Bauherrn oder Verwaltungsbeamten, verlangen öfters n eines Werkes dieser Art, welches gerade wegen Vermeidung des höhern Rechnungs-Apparates demjenigen erwünscht sein mufs, der die durchsichtigere elementare Behandlung schon mit Rücksicht auf den leichteren Übergang zur Praxis, aber auch auf seine geringere Vertrautheit mit der Mathematik, vorziehen mufs. Logische Fassung der Definitionen, ausgiebige Beschreibung nicht nur der Wirkungsweise der Apparate und Maschinen, wie man sie auch in Schulbüchern und populären Darstellungen findet, sondern namentlich auch des numerischen Zusammenhanges ihrer Effecte mit den



Max Kaehler & Martini

BERLIN W.  Wilhelmstr. 50.

Fabrik und Lager chemischer Apparate.

Wir fertigen in unserer Glasbläserei

evacuirte Röhren nach Röntgen

an; dieselben functioniren vorzüglich. Ausserdem empfehlen wir.

Batterien, Funkengeber, Quecksilber-Luftpumpen etc.

zu den **Röntgen'schen Versuchen** dienend

Unübertroffenes, neuestes, glänzend verbessertes

Microphon „Germania".

Ohne Zwischenlage
frei von jeder Dämpfung.

Sprachübertragung
auf 10000 Kilometer.

Lautwirkung
auf 3 Meter Entfernung
vom Sprechapparat.

D. R. P. u. Ausl. Pat. angem.

Hammacher & Paetzold
Berlin O., Andreasstr. 32.

Telephonbau-Anstalt und Fabrik sämmtlicher Haustelegraphen-Artikel
Werkstätten für Feinmechanik.

Funkeninduktoren,

Vacuumröhren, Strahlensucher etc.

zur Ausführung von Röntgen's Versuchen.

Elektrische Messapparate, Widerstände etc.

in bester Ausführung unter Garantie der Genauigkeit

Meiser & Mertig, Dresden-N.A.

Baryum-Platin-Cyanür

sowie fertige Schirme von höchster Fluorescenz

zu Versuchen mit Röntgen-Strahlen.

W. C. Heraeus, Hanau.

Professor Dr. W. C. Röntgen.

In Lichtdruck.

Ausgabe A. Mit der in den Sitzungsberichten der Wü
burger Physik.-medicin. Gesellschaft 1895 (Verlag d
Stahel'schen Universitäts-Buchhandlung in Würzbu
enthaltenen „**Vorläufigen Mittheilung**“ von Prof. D
W. C. Röntgen. Preis ℳ 4.

Ausgabe B. Lichtdrucke apart ohne diese „Vorläufige M
teilung“. Preis ℳ 4.

Inhalt:

Hand mit Ringen.
Magnetnadel in Metalldose.
Stanniolschichten.
Thürprofile mit aufgeheftetem Platinblech.
Entladungsapparat mit Bleikäfig, Kathodenstrahlen nicht abgelen
Entladungsapparat mit Bleikäfig, Kathodenstrahlen durch Mag
abgelenkt.
Holzscheibe mit eingelegter Drahtwickelung.
Vier verlöthete und nachher ausgewalzte Zinkstreifen.
Kalkspath, Quarz, Glas und Aluminium.

und 8 weitere Photographieen.

Diese 15 Photographieen in Lichtdruck werden seiner Z
in diesen Annalen der Physik und Chemie zusammen mit
ausführlichen Abhandlung Prof. Röntgen's veröffentlicht werd
Da sich die Fertigstellung des Aufsatzes aber noch länger h
anziehen wird, werden die Bilder bereits vorher in einer Sond

200

Geschlossen am 25. Februar 1896.

1896. № 3.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE

BAND 57. HEFT 3.

DER GANZEN FOLGE 293. BANDES 3. HEFT

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

G. UND E. WIEDEMANN.

LEIPZIG, 1896.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

(ARTHUR MEINER.)

Bestellungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von de Postämtern und von der Verlagshandlung angenommen. Preis für den

trieben wurde. Auch wurde als Röntgenlampe nicht, wie sonst üblich, eine birnenförmige Röhre mit grosser, ebener Kathode, sondern eine kugelförmige mit hohlspiegelartiger Kathode und einem Platinblech in der Mitte verwandt, wie sie von den Glasbläsern angefertigt werden, um die Wärmewirkung der Kathodenstrahlen zu zeigen.

Die benutzte Röhre hatte den grossen Vorzug, eine fast punktförmige Quelle von Röntgenstrahlen zu sein. Durch einen besonderen Versuch wurde festgestellt, dass bei dieser Röhre die Strahlen sämmtlich von der Mitte des Platinbleches ausgehen oder auszugehen scheinen. Dieser Umstand verlieh den so aufgenommenen Bildern eine bemerkenswerthe Schärfe der Zeichnung.

Ausser der Schärfe der Zeichnung gestattete die benutzte Röhre bei der kräftigen Erregung durch die elektrischen Schwingungen im Tesla-Transformator eine verhältnissmässig kurze Expositionsdauer zu erreichen. Beide Umstände ermuthigten uns, der ausserordentlichen Anzahl von Röntgenbildern, die bereits im Handel erschienen sind, noch diese 10 Blätter hinzuzufügen. Unseres Wissens nach sind es die besten, die bisher publiciert worden sind.

Vielleicht sind gerade diese Bilder geeignet, das Urtheil über die Anwendbarkeit der Röntgenschen Entdeckung günstig zu beeinflussen. Denn es ist einleuchtend, dass die Möglichkeit immer neuer erfolgreicher Anwendungen dieser neuen Methode wesentlich an ihre Vervollkommnung sowohl nach Richtung der Schärfe der Bilder als der Kürze der Aufnahmezeit geknüpft ist. Mögen diese Blätter dazu beitragen, in den Kreisen der Gelehrten wie der Laien die Ueberzeugung zu befestigen, dass uns in der Entdeckung des Herrn Prof. Röntgen ein neues Forschungsmittel geschenkt ist, das ebenso für die medicinische Diagnose wie für das Studium der Krankheiten, und viel allgemeiner ebenso für das praktische Leben wie für wissenschaftliche Forschung der verschiedensten Art von unschätzbarer Bedeutung zu werden verspricht.

Die Positive, welche diese Mappe enthält, sind von der neuen photographischen Gesellschaft in Schöneberg-Berlin auf Bromaryt-Papier nach dem neuen Rotations- oder Kilometer-Verfahren hergestellt. Da bei diesem Verfahren alle Bilder von den Originalnegativen gedruckt werden, sind sie ebenso scharf wie eine einzelne Copie auf Albumin- oder Celloidinpapier.

Leipzig, März 1896.

Johann Ambrosius Barth.

Verlag von Johann Ambrosius Barth
in Leipzig.

Soeben sind erschienen und durch alle Buch- und Kunsthandlungen, aber nur auf feste Bestellung, zu beziehen:

14 Photographien

mit

RÖNTGEN-STRAHLEN

aufgenommen im Physikalischen Verein zu Frankfurt a. M.

von

Prof. Dr. Walter König

Eine Mappe in Grossfolio mit 10 Tafeln. Preis 8 Mark.

Inhaltsverzeichnis

Tafel

1. Linke Hand eines Mannes mit Kugel im Handgelenk
2. Rechter weiblicher Unterarm mit Knochenresektion
3. Krammetsvogel
4. Kniegelenke einer ägyptischen Kindermumie
5. Oberteil einer ägyptischen Katzenmumie
6. Damenhand im Handschuh mit Armband und Blumenstrauss
7. Echte und unechte Perlen
8. Schlange und Schildkröte
9. a) Frosch b) Krebs
10. a) Klemmer in Holzschachtel b) Vorderzähne des Ober- und Unterkiefers c) Finger mit Gichtgelenken

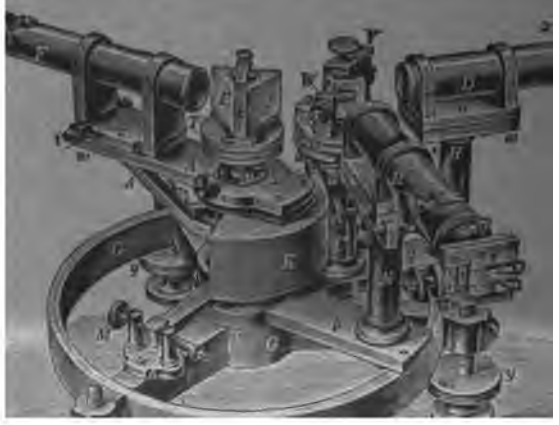
Diese Mappe enthält eine kleine Auswahl aus den zahlreichen Röntgen-Aufnahmen, die in den letzten Wochen im Institute des physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. ausgeführt worden sind. Die dabei benutzte Versuchsanordnung wich von der an anderen Orten verwendeten insofern ab, als die zur Erzeugung der Röntgen-Strahlen dienende Vacuumröhre — nennen wir sie einfach Röntgenlampe — nicht durch ein einfaches Inductorium, sondern durch einen Tesla-Transformator erregt wurde, der mit dem Inductorium in der von Himstedt angegebenen Weise be-

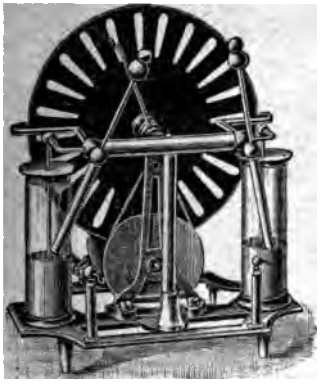
ranz Schmidt & Haen

stätten für Präcisions-Mechanik un

Berlin S., Stallschreiberstr. No.

amm-Adr.: Optikus Berlin. — Fernsprechanschluss: Amt





Influenz-Electrisir-Maschinen

aller bewährten Systeme
in vorzüglichster Ausführung und
höchster Leistungsfähigkeit.

Insbesondere empfehle meine berühmten

Wimshurst-Maschinen

von welchen z. B. die kleinste Maschine bei **20 cm Scheibendurchmesser eine garantirte Funkenlänge von 95 mm hat.** Vorzügliche **Experimentir-Apparate** dazu auf Universalstativ.

Neuheit. Neuheit. Neuheit.

Es ist mir gelungen mit obiger kleinen Maschine und einer eigens dazu construirten kleinen Hittorf-schen Röhre die Prof. Röntgen'schen „X"-Strahlen zu erzeugen und habe ich z. B. in nur 15 Minuten bereits damit ein vorzügliches Bild erhalten.

Verlangen Sie bitte Prospekt.

Berlin S. O. 16. **Alfred Wehrsen,** Brückenstr. 10 B.
Mechaniker.

Apparate

bjectiven Darstellung

tral- und Polarisations-Erscheinungen,
pieller Vergrösserungen photographi-
nd gemalter Bilder von wissenschaft-
Gegenständen, von Gegenden u. s. w.

A. Krüss in Hamburg.

Werner & Pf

Cannstatt (W

Berlin, Wien, Paris

75 höchste Auszeichnungen.

„Universa

Knet- und Misch-M

Walzwerke, Pre

Pillenmaschinen, S

Trockeneinricht

Vierspuliges astatisches
Spiegelgalvanometer,
Zweispuliges
Spiegelgalvanometer für technische Zwecke,
construirt von
Dr. H. du Bois und **Dr. H. Rubens.**

Quarzfäden für Galvanometer und Fadenkreuze, Compensationsapparate mit Clarke's Normalelement, Rheostaten, Vorschaltwiderstände, Funkeninductoren, physikalische Apparate, Elemente und Tauchbatterieen.

Keiser & Schmidt,
Berlin N., Johannisstrasse 20.

Mechanische Werkstätten. **C. Desaga in Heidelberg** Lampen-Glasbläserei.
Inhaber: A. Rodrian und G. Beck.

Lager chemischer und physikalischer Apparate.

—

Automatische
von Babo'sche Quecksilberluftpumpe
(Combination der gewöhnlichen Wasserluftpumpe mit der Sprengel'schen Quecksilberluftpumpe)
beschrieben von Professor L. Krafft in den Berliner Berichten der deutschen chemischen Gesellschaft 1895, S. 2582–2587, zur Füllung mit 500 gramm Quecksilber nöthig.

Preis mit eingeschliffenem Manometer und Stativ M. 55.

Eignet sich vorzüglich zum Evacuiren der Crookes Röhren zur Erzeugung der Röntgenstrahlen.

g von FERDINAND ENKE in Stu

en erschienen:

ns, Prof. Dr. F. S., **Handbuch d. Elektroch**

81 Abbildungen. gr. 8. geh. M. 10.—

en, Prof. Dr. A., **Handbuch d. analyt. Ch**

eil: **Qualitative Analyse.** Fünfte vermehrte u. verbesse

Spectraltafel. 8. geh. M. 6.—

Cupron-Elem

Regenerirbares Kupferox
Zink-Element.
Vorzüglich geeignet zu **ele**
Analyse. Vollständiger **Ersatz**
Akkumulatoren.
Ausführliche Brochüre g
Ia. Referenzen von Hochsc
Instituten.

J 200

Geschlossen am 15. März 1896.

1896. № 4.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE

BAND 57. HEFT 4.

DER GANZEN FOLGE 293. BANDES 4. HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

G. UND E. WIEDEMANN.

LEIPZIG, 1896.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

(ARTHUR MEINER.)

trieben wurde. Auch wurde als Röntgenlampe nicht, wie sonst üblich, eine birnenförmige Röhre mit grosser, ebener Kathode, sondern eine kugelförmige mit hohlspiegelartiger Kathode und einem Platinblech in der Mitte verwandt, wie sie von den Glasbläsern angefertigt werden, um die Wärmewirkung der Kathodenstrahlen zu zeigen.

Die benutzte Röhre hatte den grossen Vorzug, eine fast punktförmige Quelle von Röntgenstrahlen zu sein. Durch einen besonderen Versuch wurde festgestellt, dass bei dieser Röhre die Strahlen sämmtlich von der Mitte des Platinbleches ausgehen oder auszugehen scheinen. Dieser Umstand verlieh den so aufgenommenen Bildern eine bemerkenswerthe Schärfe der Zeichnung.

Ausser der Schärfe der Zeichnung gestattete die benutzte Röhre bei der kräftigen Erregung durch die elektrischen Schwingungen im Tesla-Transformator eine verhältnissmässig kurze Expositionsdauer zu erreichen. Beide Umstände ermuthigten uns, der ausserordentlichen Anzahl von Röntgenbildern, die bereits im Handel erschienen sind, noch diese 10 Blätter hinzuzufügen. Unseres Wissens nach sind es die besten, die bisher publiciert worden sind.

Vielleicht sind gerade diese Bilder geeignet, das Urtheil über die Anwendbarkeit der Röntgenschen Entdeckung günstig zu beeinflussen. Denn es ist einleuchtend, dass die Möglichkeit immer neuer erfolgreicher Anwendungen dieser neuen Methode wesentlich an ihre Vervollkommnung sowohl nach Richtung der Schärfe der Bilder als der Kürze der Aufnahmezeit geknüpft ist. Mögen diese Blätter dazu beitragen, in den Kreisen der Gelehrten wie der Laien die Ueberzeugung zu befestigen, dass uns in der Entdeckung des Herrn Prof. Röntgen ein neues Forschungsmittel geschenkt ist, das ebenso für die medicinische Diagnose wie für das Studium der Krankheiten, und viel allgemeiner ebenso für das praktische Leben wie für wissenschaftliche Forschung der verschiedensten Art von unschätzbarer Bedeutung zu werden verspricht.

Die Positive, welche diese Mappe enthält, sind von der neuen photographischen Gesellschaft in Schöneberg-Berlin auf Bromaryt-Papier nach dem neuen Rotations- oder Kilometer-Verfahren hergestellt. Da bei diesem Verfahren alle Bilder von den Originalnegativen gedruckt werden, sind sie ebenso scharf wie eine einzelne Copie auf Albumin- oder Celloidinpapier.

Leipzig, März 1896.

Johann Ambrosius Barth.

Wissenschaftliche und technische Instrumente

für

elektrische und magnetische Messungen

liefern

Hartmann & Braun, Frankfurt a. M.

Die Firma unterhält ein mit allen modernen Hilfsmitteln reich ausgestattetes, unter wissenschaftlicher Leitung stehendes Laboratorium.

Der 10 Bogen starke Katalog in 3 Ausgaben — deutsch, englisch, französisch — mit 200 Abbildungen und Beschreibungen, enthält insbesondere:

Galvanometer

verschiedener Gattung, mit Angaben über Empfindlichkeit,

alle Arten von

Widerstands-Messinstrumenten,

Normalien

nach Modellen der Physikal.-Techn. Reichsanstalt,

sämmtliche von **Fr. Kohlrausch** konstruirten Apparate,

neues Instrumentarium für Schulzwecke,

Ampère- u. Voltmeter, Wattmeter, Coulombmeter

für Gleich- und Wechselstrom.

Vierspuliges astatisches

Spiegelgalvanometer,

Zweispuliges

Spiegelgalvanometer für technische Zwecke,

construirt von

Dr. H. du Bois und **Dr. H. Rubens.**

Quarzfäden für Galvanometer und Fadenkreuze, Compensationsapparate mit Clarke's Normalelement, Rheostaten, Vorschaltwiderstände, Funkeninductoren, physikalische Apparate, Elemente und Tauchbatterieen.

Keiser & Schmidt,

Berlin N., Johannisstrasse 20.

trieben wurde. Auch wurde als Röntgenlampe nicht, wie sonst üblich, eine birnenförmige Röhre mit grosser, ebener Kathode, sondern eine kugelförmige mit hohlspiegelartiger Kathode und einem Platinblech in der Mitte verwandt, wie sie von den Glasbläsern angefertigt werden, um die Wärmewirkung der Kathodenstrahlen zu zeigen.

Die benutzte Röhre hatte den grossen Vorzug, eine fast punktförmige Quelle von Röntgenstrahlen zu sein. Durch einen besonderen Versuch wurde festgestellt, dass bei dieser Röhre die Strahlen sämmtlich von der Mitte des Platinbleches ausgehen oder auszugehen scheinen. Dieser Umstand verlieh den so aufgenommenen Bildern eine bemerkenswerthe Schärfe der Zeichnung.

Ausser der Schärfe der Zeichnung gestattete die benutzte Röhre bei der kräftigen Erregung durch die elektrischen Schwingungen im Tesla-Transformator eine verhältnissmässig kurze Expositionsdauer zu erreichen. Beide Umstände ermuthigten uns, der ausserordentlichen Anzahl von Röntgenbildern, die bereits im Handel erschienen sind, noch diese 10 Blätter hinzuzufügen. Unseres Wissens nach sind es die besten, die bisher publiciert worden sind.

Vielleicht sind gerade diese Bilder geeignet, das Urtheil über die Anwendbarkeit der Röntgenschen Entdeckung günstig zu beeinflussen. Denn es ist einleuchtend, dass die Möglichkeit immer neuer erfolgreicher Anwendungen dieser neuen Methode wesentlich an ihre Vervollkommnung sowohl nach Richtung der Schärfe der Bilder als der Kürze der Aufnahmezeit geknüpft ist. Mögen diese Blätter dazu beitragen, in den Kreisen der Gelehrten wie der Laien die Ueberzeugung zu befestigen, dass uns in der Entdeckung des Herrn Prof. Röntgen ein neues Forschungsmittel geschenkt ist, das ebenso für die medicinische Diagnose wie für das Studium der Krankheiten, und viel allgemeiner ebenso für das praktische Leben wie für wissenschaftliche Forschung der verschiedensten Art von unschätzbarer Bedeutung zu werden verspricht.

Die Positive, welche diese Mappe enthält, sind von der neuen photographischen Gesellschaft in Schöneberg-Berlin auf Bromaryt-Papier nach dem neuen Rotations- oder Kilometer-Verfahren hergestellt. Da bei diesem Verfahren alle Bilder von den Originalnegativen gedruckt werden, sind sie ebenso scharf wie eine einzelne Copie auf Albumin- oder Celloidinpapier.

Leipzig, März 1896.

Johann Ambrosius Barth.

Apparate

zur objectiven Darstellung

der Spectral- und Polarisations-Erscheinungen, mikroskopischer Vergrösserungen photographischer und gemalter Bilder von wissenschaftlichen Gegenständen, von Gegenden [illegible]

Optisches Institut von A. Kruss in Hamburg.

Glasphotogramme

Preiscourante auf [illegible] gratis.

Optisch[illegible]

von A. Kruss in Hamburg.

Werner & Pfleiderer,

Cannstatt (Wttbg.)

Berlin. Wien. Paris. London.

15 höchste Auszeichnungen.

Patente in allen Ländern.

„Universal"-

knet- und Misch-Maschinen.

Walzwerke. Pressen,

Pillenmaschinen. Siebwerke,

Trockeneinrichtungen

für die

gesammte Chemische Industrie.

[illegible]

Gülcher[illegible]

Vorführung[illegible]

Constant[illegible]

motor[illegible]

Geringe[illegible]

Hoher[illegible]

[illegible]

Lichtelektrische Apparate

nach **Elster** und **Geitel** — **Apparate für Tesla's Versuche** mit Hochfrequenzstrom-Vacuumröhren nach Geissler, Hittorf, Crookes, Lecher. **Apparate nach Lenard und Röntgen.**

Louis Müller-Unkel, Braunschweig

(Inhaber: L. Müller-Unkel u. R. Müller-Uri.)

In den nächsten Tagen erscheinen:

Populär-wissenschaftliche

VORLESUNGEN

von

Dr. E. Mach,

[illegible] Wien.

Mit 46 Abbildungen

[illegible] M. 5 [illegible], in Leinen geb. in M. 5.75.

[illegible] wird [illegible] Freunden begrüsst werden, dass die hier und dort gehaltenen [illegible] noch nicht veröffentlichten populär-wissenschaftlichen Vorlesungen des [illegible] Denken und sei- [illegible] Wiener Phy- [illegible] Die deut-sche [illegible] folgen Jahr [illegible] um drei [illegible]

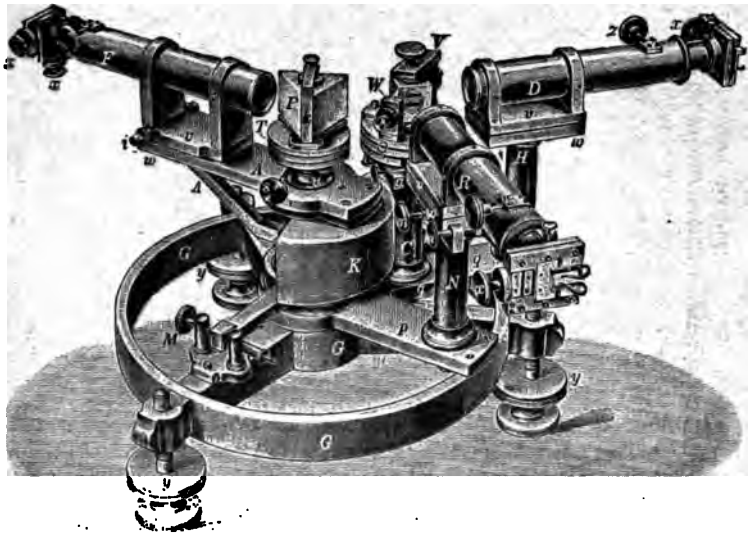
Verlag von Johann Ambrosius Barth in **Leipzig.**

Franz Schmidt & Haensch,

Werkstätten für Präcisions-Mechanik und Optik,

Berlin S., Stallschreiberstr. No. 4.

(Telegramm-Adr.: Optiker Berlin. — Fernsprechanschluss: Amt IV, No. 315.)



Polarisations-Apparate für wissenschaftlichen Gebrauch nach *Landolt-Lippich, Laurent, Wild* etc. (Neuer Halbschatten-Apparat mit dreitheiligem Gesichtsfelde, D. R.-P. No. 82523.)

Spectral-Apparate.

Spectrometer in verschiedenen Constructionen.

Spectrophotometer nach *Vierordt, Glan, Arndtsen* und *Lommel-Bunsen*'schen Abbildungen.

Photometer nach *Weber* und *Lummer-Brodhun*.

Projections-Apparate für Spectralanalyse und Polarisation.

Photographische Vergrösserungs-Apparate.

Apparate zur Photographie und Photographie **opaker Gegenstände**

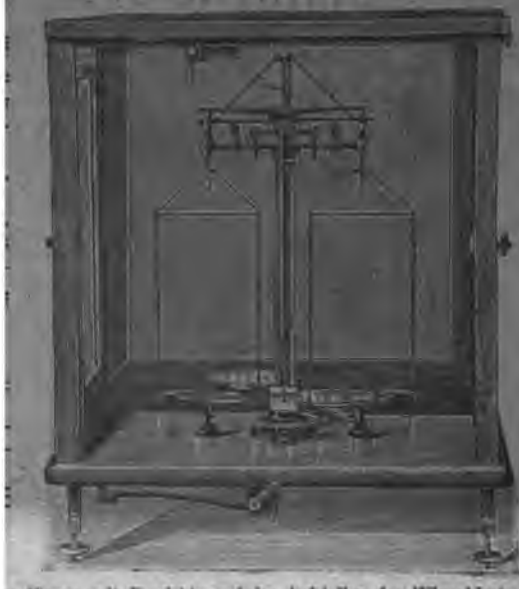
Optische Bänke zur objectiven Darstellung der Polarisations-Spectralerscheinungen.

Mikroskope.

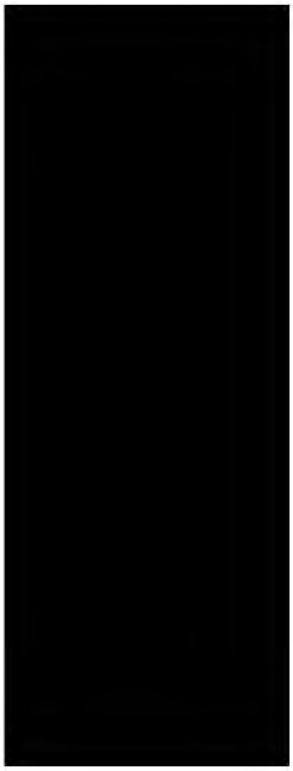
Alle Instrumente werden auf Wunsch nach Angabe bezw. Zeichnung ausgeführt. ═

Exportation nach allen Ländern.

tatt für Praecisionswaagen von Paul
Hamburg, Ottostr. 13.



ie Waage mit Vorrichtung beim Aufstellen der Wägeobjecte das



To avoid fine, this book should be returned on
or before the date last stamped below

MAY 7 1969		

PHYSICS

PHYSICS

530.5
W13
v.5
1875